

## Выбор кинематической структуры и исследование динамики древовидного исполнительного механизма робота-треножника.

**77-48211/654481**

**# 10, октябрь 2013**

**Ковальчук А. К., Семенов С. Е., Каргинов Л. А., Кулаков Д. Б., Верейкин А. А., Яроц В. В.**

УДК 621.865.8

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

[aleksandr.alexkov@yaex.ru](mailto:aleksandr.alexkov@yaex.ru)

[a1e10@rambler.ru](mailto:a1e10@rambler.ru)

[lakarginov@mail.ru](mailto:lakarginov@mail.ru)

[mitkul@rambler.ru](mailto:mitkul@rambler.ru)

[aautres@gmail.com](mailto:aautres@gmail.com)

[vyaroz@yandex.ru](mailto:vyaroz@yandex.ru)

### Введение

Природа не создала колесо для передвижения животных не потому, что не смогла это сделать, а потому, что созданная ею рычажно-шарнирная система передвижения лучше приспособлена для перемещения по земной поверхности из-за отсутствия сплошной колеи, высокой проходимости и, как следствие, меньших требуемых энергетических затрат. Поэтому применение шагающих машин для выполнения специальных операций на неподготовленной дорожной поверхности, может быть более эффективным в сравнении с колёсными или гусеничными машинами. Исполнительные механизмы (ИМ) шагающих роботов имеют древовидную кинематическую структуру (КС). Оптимальный выбор структуры таких механизмов и исследование их динамики является важной научно-технической задачей.

В предшествующих работах [8, 9] были рассмотрены и проанализированы КС ИМ, основанные на использовании биологических прототипов. Методика синтеза подобных КС показана в работе [7]. Таким образом, при синтезе КС ИМ шагающих роботов разработчики часто заимствуют кинематические схемы их биологических прототипов, использующих для своего передвижения принцип шагания. Однако не всегда идею построения древовидной КС ИМ можно позаимствовать у живой природы.

## 1. Кинематическая структура робота. Уравнение динамики

Предлагается КС ИМ робота-треножника, биологический прототип которого отсутствует. На рис. 1 приведена трёхмерная модель робота-треножника. КС его ИМ, имеющая древовидную структуру, приведена на рис. 2. Для построения уравнений кинематики и динамики ИМ робота, воспользуемся изложенным в статье [1] методом, основанным на совместном использовании матриц (4x4), имеющих широкое применение в робототехнике, и теории графов [2, 3, 4].

ИМ робота представляется в виде древовидного направленного графа. Звенья ИМ являются вершинами графа, а соединяющие их сочленения – дугами. За корень дерева (звено с номером 0) принимается окружающее пространство, в котором находится робот. Звенья ИМ робота начинаются с первого и далее по возрастанию, от корня дерева к его листьям, без пропусков. При этом должно выполняться условие, что собственный номер звена меньше номера любого звена потомка. Номер обобщённой координаты ИМ, как и номер соответствующего сочленения, – тот же, что и у звена, присоединяемого этим сочленением к предыдущему звену.

Поскольку корпус робота не закреплён к неподвижному основанию, общее число степеней его свободы равно  $N+6$ , где  $N$  – число степеней подвижности его ИМ. Для “привязки” робота к абсолютной системе координат и описания его движения в пространстве вводится фиктивная кинематическая цепь, соединяющая корпус робота с неподвижной в абсолютной системе фиктивной стойкой. Эта фиктивная цепь состоит из невесомых звеньев (0 — 5 — три поступательных и три вращательных неуправляемых кинематических пар 5-го класса) и характеризует положение и ориентацию корпуса робота в абсолютной системе координат.

Древовидную КС ИМ робота можно также представить с помощью матрицы достижимости  $D$  – квадратной матрицы, каждый элемент которой  $d_{ji} = 1$ , если  $i$ -я вершина достижима из вершины  $j$ . Размерность матрицы  $D$  равна числу звеньев ИМ робота.

Согласно определению достижимости, диагональные элементы матрицы  $d_{ji} = 1$ . При нумерации звеньев ИМ в соответствии с изложенными выше правилами, получаемая матрица достижимости  $D$  имеет вид нижней треугольной матрицей. Таким образом, как матрица достижимости  $D$ , так и древовидный граф, представляющий кинематическую структуру робота-треножника (рис. 3), отражают взаимное расположение и достижимость звеньев его ИМ. Воспользуемся изложенной в работах [1, 5] методикой и запишем уравнение динамики ИМ робота относительно обобщённых координат в блочно-матричном виде

$$A(q) \cdot \ddot{q} + B(q, \dot{q}) - C(q) \cdot f_b^0 - H(q) \cdot n_b^0 = \tau, \quad (1)$$

где  $q$  – вектор обобщённых координат ИМ;

$\tau$  – вектор-столбец моментов, развиваемых приводами роботов;

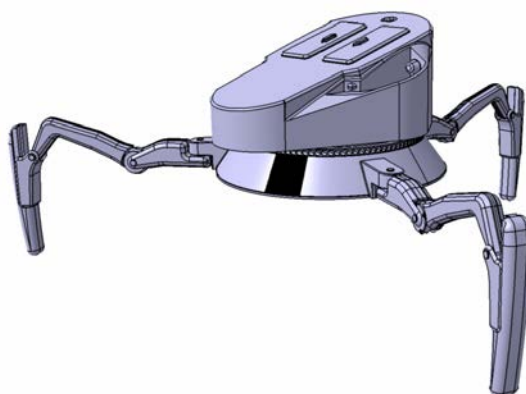
$f_B^0$  и  $n_B^0$  – блочные матрицы внешних сил и моментов, приложенных к звеньям со стороны окружающей среды;

$A(q)$  – матрица инерционных коэффициентов системы;

$B(q, \dot{q})$  – матрица коэффициентов, зависящая от обобщённых координат и их производных;

$C(q)$  – матрица коэффициентов при внешних силах, действующих на ИМ;

$H(q)$  – матрица коэффициентов при моментах, приложенных к звеньям механизма.



**Рис. 1.** Трёхмерная модель робота-треножника

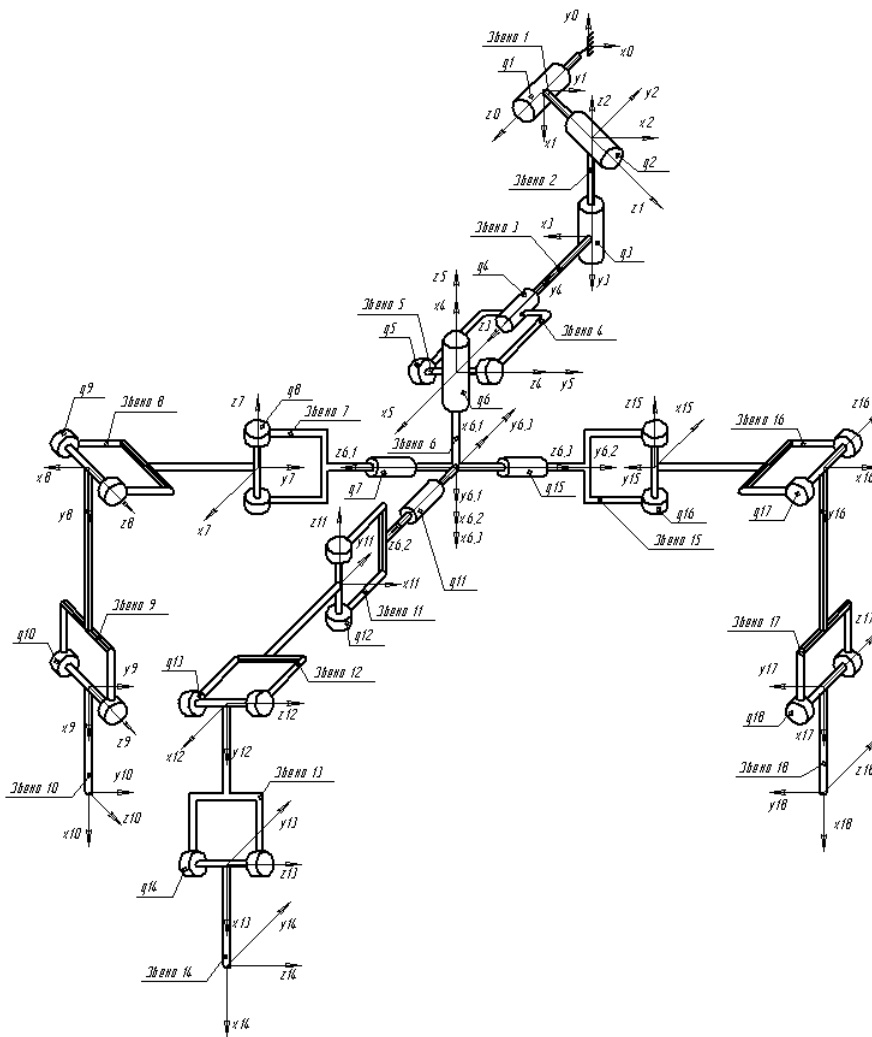
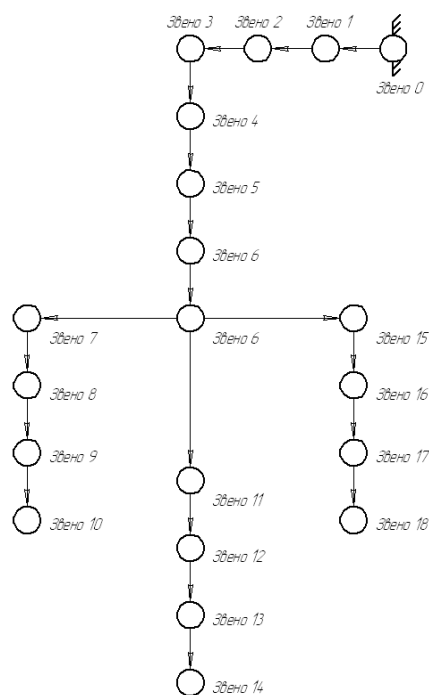


Рис. 2. Кинематическая схема робота-тормозника



**Рис. 3.** Древоподобный граф, представляющий КС робота-треножника

## 2. Решение уравнения динамики робота

Уравнение (1) моделировалось с помощью специально разработанной программы в программном комплексе MATLAB, состоящей из набора процедур, записанных в виде *m*-файлов [6]. Достоинством этой программы является то, что она применима для исследования ИМ роботов с произвольной древоподобной КС. Особенность конкретной КС отражается в содержании пускового файла, в котором хранится информация о параметрах систем координат (СК) Денавита-Хартенберга, массах, моментах инерции, координатах центров масс ИМ, приложенных внешних силах и моментах.

Исходными данными для расчета компонентов уравнения (1) являются:

- $d_i$  [М],  $a_i$  [М],  $\alpha_i$  [рад] — параметры Денавита-Хартенберга [2, 3], получаемые при построении КС робота-краба, представленные в таблицах 1, 2;
- параметры звеньев ИМ робота: масса, моменты инерции, координаты центров масс звеньев, получаемые по результатам 3D-моделирования конструкции робота, представленные в таблицах 3, 4;
- матрица достижимости  $D$  для КС робота-треножника представлена в таблице 5.

**Таблица 1.** Параметры Денавита-Хартенберга основных СК робота

№ СК	$\theta$ , рад	$d$ , м	$a$ , м	$\alpha$ , рад
1	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00
6	$\pi$	0,00	0,00	$3*\pi/2$
7	$\pi$	0,5	0,00	$3*\pi/2$
8	$3*\pi/2$	0,00	0,50	$3*\pi/2$
9	$\pi/2$	0,00	2,50	0,00
10	0,00	0,00	2,50	0,00
11	$\pi$	0,5	0,00	$3*\pi/2$
12	$3*\pi/2$	0,00	0,50	$3*\pi/2$
13	$\pi/2$	0,00	2,50	0,00
14	0,00	0,00	2,50	0,00
15	$\pi$	0,5	0,00	$3*\pi/2$
16	$3*\pi/2$	0,00	0,50	$3*\pi/2$
17	$\pi/2$	0,00	2,50	0,00
18	0,00	0,00	2,50	0,00

**Таблица 2.** Параметры Денавита-Хартенберга вспомогательных СК робота

№ СК	$\theta$ , рад	$d$ , м	$a$ , м	$\alpha$ , рад
6,2	$\pi/2$	0	0	$2*\pi/3$
6,3	$\pi/2$	0	0	$4*\pi/3$

**Таблица 3. Массы и моменты инерции робота**

<b>№ звена</b>	<b>Jx, кг*м<sup>2</sup></b>	<b>Jy, кг*м<sup>2</sup></b>	<b>Jz, кг*м<sup>2</sup></b>	<b>m, кг</b>
1	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,000	0,000	0,000
3	0,000	0,000	0,000	0,000
4	0,000	0,000	0,000	0,000
5	0,000	0,000	0,000	0,000
6	41,667	62,50	41,667	500,0
7	3,125	3,125	0,000	50,00
8	3,125	0,000	3,125	50,00
9	312,5	0,000	312,5	50,0
10	0,000	312,5	312,5	50,00
11	3,125	3,125	0,000	50,00
12	3,125	0,000	3,125	50,00
13	312,5	0,000	312,5	50,00
14	0,000	312,5	312,5	50,00
15	3,125	3,125	0,000	50,00
16	3,125	0,000	3,125	50,00
17	312,5	0,000	312,5	50,00
18	0,000	312,5	312,5	50,00

**Таблица 4.** Координаты центров масс (ЦМ) звеньев робота

<b>№ звена</b>	<b>X<sub>с</sub>, м</b>	<b>Y<sub>с</sub>, м</b>	<b>Z<sub>с</sub>, м</b>
1	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,000	0,000
3	0,000	0,000	0,000
4	0,000	0,000	0,000
5	0,000	0,000	0,000
6	0,000	0,000	0,000
7	0,000	0,000	0,250
8	0,000	-0,250	0,000
9	0,000	1,250	0,000
10	1.250	0,000	0,000
11	0,000	0,000	0,250
12	0,000	-0,250	0,000
13	0,000	1,250	0,000
14	1.250	0,000	0,000
15	0,000	0,000	0,250
16	0,000	-0,250	0,000
17	0,000	1,250	0,000
18	1.250	0,000	0,000



**Таблица 5.** Матрица достижимости робота-треножника  $D_{18 \times 18}$

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

В результате моделирования ИМ робота-треножника с помощью программы [6] получены значения элементов матриц  $A(q)$  (18x18),  $B(q, \dot{q})$  (18x1),  $C(q)$  (18x18),  $H(q)$  (18x18), входящих в уравнение (1).

Последнее звено ноги робота-треножника последовательно нагружалось массой от 0 до 50 кг. Получены требуемые значения моментов и мощностей приводов степеней подвижности в зависимости от величины нагрузки, прикладываемой к последнему звену ноги. При этом обобщённые координаты, скорости и ускорения меняются во времени согласно гармоническому закону.

Результаты расчётов при автономной работе приводов представлены в таблице 6, а при совместной работе приводов с учётом их взаимного влияния друг на друга – в таблице 7.

**Таблица 6.** Зависимости моментов и мощностей привода робота от нагрузки при их раздельной работе

<b>Масса груза, кг</b>	<b>M<sub>7max</sub>, [Нм]</b>	<b>N<sub>7max</sub>, [Вт]</b>	<b>M<sub>8max</sub>, [Нм]</b>	<b>N<sub>8max</sub>, [Вт]</b>	<b>M<sub>13max</sub>, [Нм]</b>	<b>N<sub>13max</sub>, [Вт]</b>	<b>M<sub>18max</sub>, [Нм]</b>	<b>N<sub>18max</sub>, [Вт]</b>
0	2602,45 8	1795,121	-119,825	85,2119	2945,779	2031,936	1150,353	793,4893
5	2792,62 4	1926,293	-110,674	78,435	3131,397	2159,972	1272,718	877,894
10	2982,79	2057,465	-101,523	71,6581	3317,015	2288,007	1395,083	962,2987
15	3172,95 6	2188,638	-92,3716	64,8812	3502,632	2416,042	1517,448	1046,703
20	3363,12 1	2319,81	-83,2206	58,1042	3688,25	2544,077	1639,812	1131,108
<b>Масса груза, кг</b>	<b>M<sub>7max</sub>, [Нм]</b>	<b>N<sub>7max</sub>, [Вт]</b>	<b>M<sub>8max</sub>, [Нм]</b>	<b>N<sub>8max</sub>, [Вт]</b>	<b>M<sub>13max</sub>, [Нм]</b>	<b>N<sub>13max</sub>, [Вт]</b>	<b>M<sub>18max</sub>, [Нм]</b>	<b>N<sub>18max</sub>, [Вт]</b>
25	3553,28 7	2450,983	-74,0695	51,4551	3873,867	2672,112	1762,177	1215,513
30	3743,45 3	2582,155	-64,9185	44,8329	4059,485	2800,147	1884,542	1299,917
35	3933,61 9	2713,327	-55,7675	38,4672	4245,102	2928,182	2006,907	1384,322
40	4123,78 5	2844,5	-46,6164	32,155	4430,72	3056,217	2129,272	1468,727
45	4313,95 1	2975,672	-37,4654	25,8429	4616,338	3184,252	2251,637	1553,131
50	4504,11 6	3106,844	-28,3144	19,5307	4801,955	3312,287	2374,002	1637,536

**Таблица 7.** Зависимость моментов и мощностей приводов от нагрузке при их совместной работе

Масса груза, кг	$M_{7max}$ , [Нм]	$N_{7max}$ , [Вт]	$M_{8max}$ , [Нм]	$N_{8max}$ , [Вт]	$M_{9max}$ , [Нм]	$N_{9max}$ , [Вт]	$M_{10max}$ , [Нм]	$N_{10max}$ , [Вт]
0	-5911,4	4855,27	2990,62	2375,874	595,2634	486,9025	451,3152	366,6219
5	-6359	5222,9	3194,766	2538,057	636,9115	520,9691	509,5617	413,9379
10	- 6806,61	5590,54	3398,912	2700,239	678,5596	555,0356	567,8082	461,254
15	- 7254,21	5958,17	3603,057	2862,421	720,2078	589,1022	626,0547	508,57
20	- 7701,82	6325,81	3807,203	3024,603	761,8559	623,1688	684,3013	555,886
25	- 8149,42	6693,44	4011,349	3186,785	803,5041	657,2354	742,5478	603,2021
30	- 8597,03	7061,08	4215,495	3348,967	845,1522	691,3019	800,7943	650,5181
35	- 9044,63	7428,72	4419,641	3511,149	886,8003	725,3685	859,0408	697,8341
40	- 9492,23	7796,35	4623,787	3673,331	928,4485	759,4351	917,2873	745,1502
45	- 9939,84	8163,99	4827,933	3835,513	970,0966	793,5017	975,5338	792,4662
50	- 10387,4	8531,62	5032,078	3997,695	1011,745	827,5682	1033,78	839,7822

### Выводы.

Предложенная в работе древовидная КС ИМ, полученные значения элементов матриц  $A(q)$ ,  $B(q, \dot{q})$ ,  $C(q)$ ,  $H(q)$ , входящих в уравнение динамики робота, а также значения моментов и мощностей в степенях подвижности являются основой для проведения дальнейших исследований, направленных на создание робота-треножника.

### Список использованных источников

1. Ковальчук А.К., Кулаков Д.Б., Семенов С.Е. Блочно-матричные уравнения движения исполнительных механизмов роботов с древовидной кинематической структурой // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2008. – № 12. – С. 5-21.
2. Медведев В.С., Лесков А.Г., Ющенко А.С. Системы управления манипуляционных роботов. – М.: Наука, 1978. – 416 с.
3. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 480 с.
4. Алексеева А.А., Таланов В.А. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений. – М.: Изд-во Бином, 2006. – 319 с.
5. Ковальчук А.К., Кулаков Д.Б., Семенов С.Е. Управление исполнительными системами двуногих шагающих роботов. Теория и алгоритмы / Под ред. А.К. Ковальчука. – М.: Изд-во МГОУ, 2007. – 160 с.
6. Программа моделирования древовидных исполнительных механизмов шагающих роботов / А.К. Ковальчук, Л.А. Каргинов, Д.Б. Кулаков и др. Свидетельство о регистрации программ для ЭВМ № 2012610398. 10.01.2012.
7. Ковальчук А.К. Использование биологического прототипа при проектировании древовидных исполнительных механизмов двуногих шагающих роботов // Известия вузов. Машиностроение. – М., – 2011. – № 9. – С. 49-56.
8. Ковальчук А.К. Выбор кинематической структуры и исследование динамики древовидного исполнительного механизма робота-краба // Известия вузов. Машиностроение. – М., – 2013. – №7. – С. 73-79.
9. Ковальчук А.К. Выбор кинематической структуры и исследование древовидного исполнительного механизма робота-собаки // Известия вузов. Машиностроение. – М., 2011. – № 8. – С. 65-73.