

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЦЕЛЕНАПРАВЛЕННОГО ПОИСКА РЕШЕНИЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ МАШИН

# 11, ноябрь 2016

К.т.н., доцент Плужников Б. И.

УДК: 681.52:629.114

<sup>1</sup>Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

[\\*pluz-bor@mail.ru](mailto:pluz-bor@mail.ru)

### Введение

Задача исследования движения машин является классической задачей динамики, когда при известных внешних силах определяются её кинематические параметры, описывающие это движение. Степень сложности и подробности, используемых при этом расчетных моделей определяется целью исследования, конструктивными особенностями машины, реализуемыми режимами работы и другими факторами. Математическое описание движения моделей осуществляется системами дифференциальных уравнений в той или иной форме, которые по своей сути являются уравнениями Лагранжа.

В то же время, очевидно, что целью исследований является не только определение параметров движения, но и улучшение некоторых показателей машины, т.е. оптимизация её параметров [1]. Тогда может быть предложена следующая постановка задачи: отыскать значения оптимизируемых параметров машины, которые обеспечивают минимизацию некоторого функционала  $F = F(\vec{X})$ , являющегося целевой функцией, при ограничениях, наложенных на искомые и другие конструктивные параметры, с учетом внешних условий движения и уравнений связи, описывающих движение машины. Следует отметить, что под оптимизируемыми параметрами подразумеваются любые параметры машины, влияющие на её движение.

Обоснование критериев оценки движения машины и формирование целевых функций являются самостоятельными вопросами и в данной статье не рассматриваются.

\* \* \*

Принято различать два подхода к решению задачи об отыскании экстремума. Первый подход заключается в замене задачи на экстремум задачей поиска решений системы уравнений вида  $\dot{F}(X) = 0$ , который предполагает наличие целевой функции в явном виде.

Такой метод решения был реализован автором при определении моментов переключения передач на режиме разгона транспортного средства оптимальных по динамике и топливной экономичности [2].

Однако для поиска экстремума можно использовать и другой подход. Если возможно найти способ пошагового определения значений аргументов, при которых значения целевой функции образуют убывающую сходящуюся последовательность, то удастся найти минимум функции [3]. Следовательно, необходимо построить последовательность векторов  $\vec{X}_1, \vec{X}_2, \dots, \vec{X}_i$ , удовлетворяющих условию

$$F(\vec{X}_1) > F(\vec{X}_2) > \dots > F(\vec{X}_i),$$

где  $\vec{X}_i$  значения искомых параметров. Методы построения таких последовательностей принято называть методами спуска и различать по способу выбора направления спуска и длины шага вдоль этого направления. В этих методах точки последовательности векторов вычисляются по формуле  $x_{i+1} = x_i + \alpha_i p_i$ , где  $\alpha_i$  - направление спуска, а  $p_i$  - длина шага вдоль этого направления.

Алгоритмы спуска подразделяются на классы в зависимости от максимального порядка производных минимизируемой функции, вычисление которых предполагается. Так методы, использующие только значение самой целевой функции, относятся к методам нулевого порядка и называются методами поиска. Если требуется вычисление первых производных, то это методы первого порядка и т.д.

Выбор метода решения конкретной задачи во многом основывается на оценке его эффективности. Среди всех методов методы, предполагающие вычисление производных целевой функции, требуют меньшего числа шагов. Однако это не означает, что они являются наиболее эффективными, если под эффективностью понимать трудоемкость вычислительного процесса. Поэтому на практике метод, который сходится медленнее, но не требует большого количества промежуточных вычислений, может оказаться предпочтительнее.

Выделить какой-либо метод спуска, пригодный в любом случае, невозможно. Для определения приемлемого метода необходимо использовать предварительное исследование целевой функции. В первую очередь необходимо выяснить, имеется ли в интервале варьирования параметрами один минимум или несколько, а также оценить степень убывания функции.

В случае непрерывности плавно изменяющихся целевых функций, имеющих один минимум, при небольшом числе оптимизируемых параметров хорошую сходимость дает метод покоординатного поиска. Заключается он в следующем. Выбирается начальная точка поиска и начальный шаг. В данной точке вычисляется значение целевой функции. При фиксированных (кроме одного) параметрах оптимизации с начальным шагом производится вычисление целевой функции до тех пор, пока не будет найдено её минимальное значение. Затем поиск осуществляется по другой координате, при неизменных остальных, опять определяется минимальная величина целевой функции. Такие вычисления производятся по всем координатам. После этого уменьшается шаг счета и повторяется поиск ми-

нимума по очереди по всем переменным. Шаг уменьшается до значения, при котором обеспечивается заранее заданная точность.

Алгоритм метода покоординатного поиска иллюстрирует рис. 1, на котором в координатах двух оптимизируемых параметров  $X_1$  и  $X_2$  показаны линии постоянных значений целевой функции, причем  $F_1 > F_2 > F_3$ , а стрелками и номерами показаны направления и последовательность шагов.

Отдельно следует отметить, что при применении метода покоординатного поиска знать целевую функцию в явном виде не требуется, достаточно владеть методом определения её значений, который может быть, как вычислительным, так и экспериментальным.

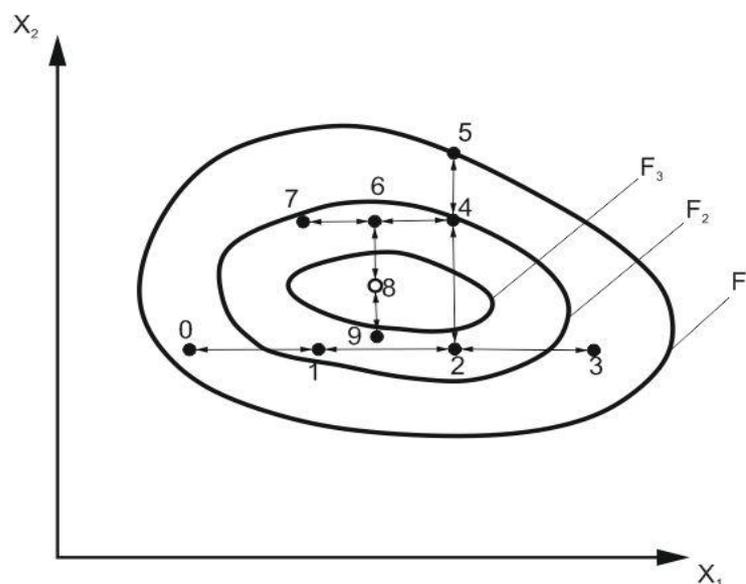


Рис.1. Пояснение метода покоординатного поиска.

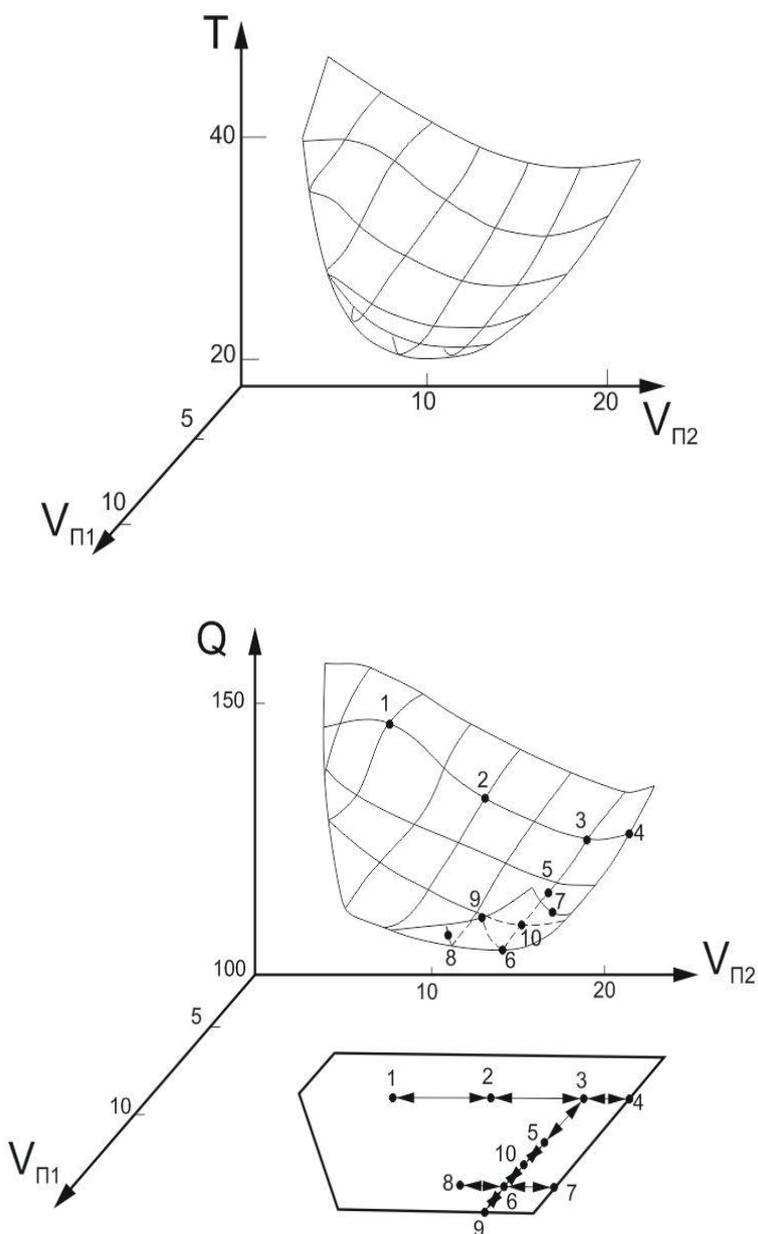
Далее с целью иллюстрации применения метода покоординатного поиска при исследовании движения машин рассмотрим решение задачи определения моментов переключения передач в гидродинамической трансмиссии легкового автомобиля при его разгоне, оптимальных по времени разгона и расходу топлива. Для упрощения изложения будем считать, что трансмиссия имеет только три ступени в коробке передач, а подача топлива в двигатель характеризуется некоторой относительной величиной, изменяющейся от минимального до максимального значения.

Даже при такой упрощенной постановке задачи получение зависимостей целевых функций времени  $T$  и расхода топлива  $Q$  от оптимизируемых параметров практически невозможно, что может быть объяснено, в первую очередь изменением структуры машины в процессе движения. Кроме того, многие внешние силовые факторы, а также параметры управления машиной не поддаются формализованному математическому описанию.

Для проверки правомерности применения метода покоординатного поиска вначале требуется исследование вида целевых функций. Определить числовые значения времени разгона  $T$  и расхода топлива  $Q$  можно используя имитационную модель движения транс-

портно-технологических комплексов, которая позволила осуществить вычислительный эксперимент, состоящий из некоторого количества разгонов автомобиля при различных значениях оптимизируемых параметров [4].

На рис. 2 приведен пример расчета при фиксированной подаче топлива, с учетом ограничений, наложенных на оптимизируемые параметры, определяющих зону поиска  $V_{i+1}^{\min} \leq V_{Pi} \leq V_i^{\max}$  и  $V_{Pi} \leq V_{Pi+1}$ . Здесь  $V_{i+1}^{\min}$  - минимальная устойчивая скорость на  $i$ -ой передаче,  $V_i^{\max}$  - максимально возможная скорость движения на  $i$ -ой передаче. В свою очередь, диапазон изменения значений скоростей в момент переключения передач  $V_{Pi}$  ограничивается условиями движения, а также ограничениями на эксплуатационные режимы работы агрегатов машины.



**Рис.2.** Зависимости времени  $T$  и расхода топлива  $Q$  от значений скорости автомобиля в момент переключения передач.

На полученных зависимостях целевых функций нанесена сетка, каждая линия которой соответствует серии расчетов при изменении значений одного оптимизируемого параметра при фиксированном значении другого параметра. Постоянный шаг счета по каждому параметру выбирался из условия равномерного покрытия их области варьирования и обеспечения приемлемой точности определения минимальных значений функций. Количество пересечений этих линий между собой и линиями, ограничивающими поверхности, соответствует количеству вычислительных экспериментов, осуществленных с расчетной моделью.

Анализ вида целевых функций времени и расхода топлива позволяет сделать вывод, что эти функции непрерывны, степень убывания плавная, отсутствуют «овраги» и «хребты» и, что очень важно, в пределах варьирования параметрами имеют один минимум. Такой характер изменения функций служит основанием для применения метода покоординатного поиска.

Для определения оптимальных значений параметров методом покоординатного поиска разработан алгоритм, представленный на рис.3. Он был реализован в виде специальной программы, под управлением которой был проведен вычислительный эксперимент с использованием имитационной модели движения транспортно-технологических комплексов.

Результаты вычислительного эксперимента представлены на рис. 2 на графике целевой функции расхода топлива  $Q$ , на котором номерами и стрелками обозначены последовательность и направление поиска. Выбрав начальную точку поиска '1', расчет проводится при варьировании первого оптимизируемого параметра  $V_{п1}$  при фиксированном значении второго оптимизируемого параметра  $V_{п2}$ . Определяется наименьшее значение целевой функции – точка '3'. Затем фиксируется параметр  $V_{п1}$  и расчеты проводятся с уменьшенным шагом при изменении параметра  $V_{п2}$ . Находится точка '6', соответствующая наименьшему значению функции  $Q$ . Далее вычислительный процесс повторяется по описанному выше алгоритму с уменьшенным шагом счета – точки '7' – '10'. На каждом шаге проверяется точность поиска и в приведенном расчете она была обеспечена уже на десятом шаге. Поэтому точка '6' принимается как минимальное значение целевой функции. В случае необходимости уточнения полученного результата возможно изменение точности поиска и продолжение расчетов.

Анализ представленных результатов позволяет сделать вывод о правомочности применения метода покоординатного поиска для целенаправленного нахождения решений при исследовании движения машин. Оптимизируемые параметры, соответствующие минимальным значениям целевых функций времени разгона машины и расхода топлива, найдены, причем найдены с высокой эффективностью за небольшое количество шагов.

Тот факт, что алгоритм покоординатного поиска требует знание только значений целевых функций, не предъявляя никаких условий к способам их определения, логично предположить возможность его использования при натуральных экспериментах с машинами. В первую очередь, это позволит уменьшить трудоемкость экспериментальных исследований за счет уменьшения числа экспериментов, необходимых для получения результата.



Был проведен натурный эксперимент на легковом автомобиле, модель которого использовалась при вычислительном эксперименте. Вначале определялись границы области изменения оптимизируемых параметров, аналогичной описанной ранее (рис. 2). Затем внутри её назначались моменты переключения передач, соответствующие точкам пересечения линий постоянных значений  $V_{П1}$  и  $V_{П2}$ , реализуемые в серии разгонов. Это так называемый план эксперимента.

Заезды осуществлялись в прямом и обратном направлении на одном и том же участке испытательной трассы. При этом определялись время разгона и расход топлива до достижения конечной скорости и контролировались моменты переключения передач и подача топлива. Полученные результаты замеров усреднялись.

Пример определения значений параметров  $V_{Пi}$  доставляющих минимум целевым функциям представлен на рис. 4, который для двух искомых параметров позволяет использовать прием разворачивания пространственных функций на плоскость. Основой для построений служит зона варьирования параметрами с нанесенным на нее планом эксперимента, показанная в левом нижнем квадранте. В верхних квадрантах строятся графики целевой функции. Кривые целевой функции обозначены номерами, соответствующими номерам на плане эксперимента.

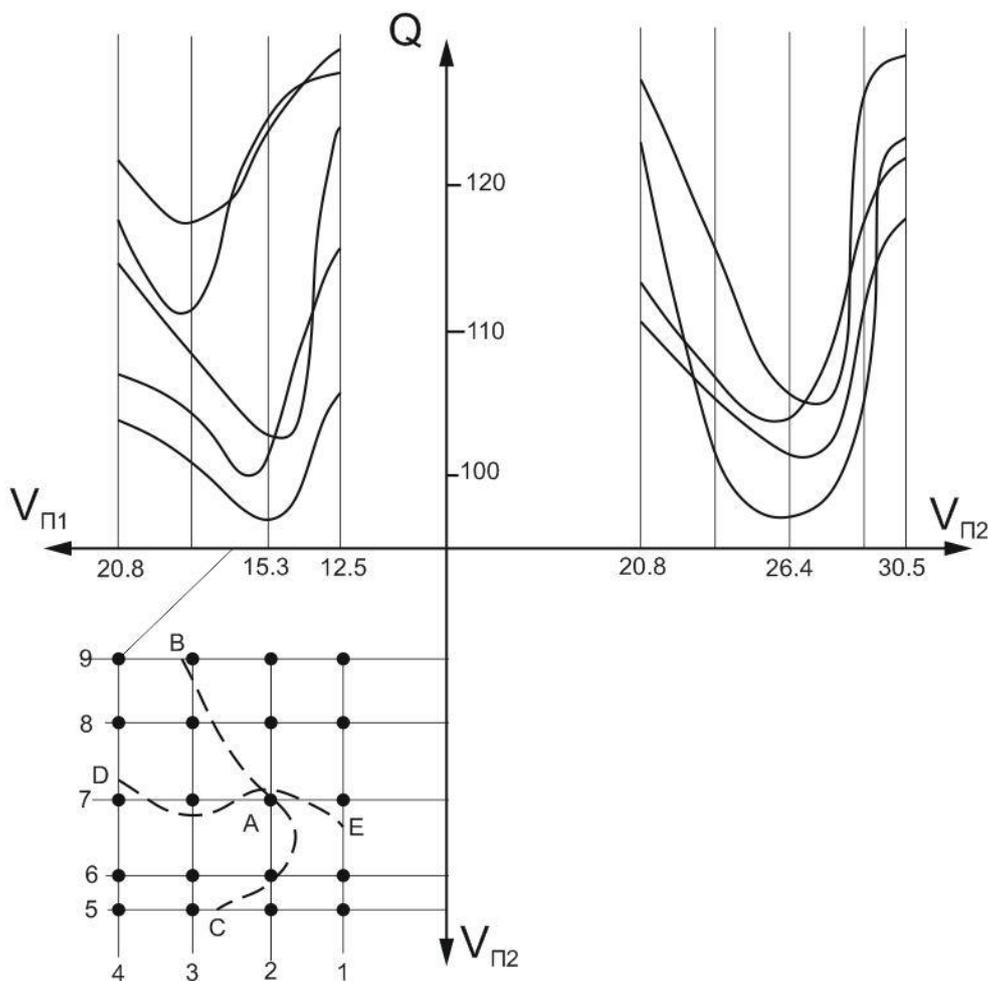


Рис. 4. Пример определения минимального значения целевой функции в натурном эксперименте

В области варьирования параметрами строятся линии минимумов. Они находятся путем переноса значений оптимизируемых параметров, соответствующих минимальному значению целевой функции при конкретной постоянной величине  $V_{\Pi_1}$ , на прямую линию  $V_{\Pi_1} = const$  (имеют один и тот же номер). На рисунке линия  $DC$  - линия минимумов, определенная при нескольких значениях  $V_{\Pi_2} = const$ , а линия  $BC$  - при нескольких значениях  $V_{\Pi_1} = const$ . Точка пересечения этих линий  $A$  соответствует оптимальным значениям искомых параметров  $V_{\Pi_i}$ .

### Заключение

Сравнительный анализ результатов вычислительного и натурального экспериментов позволяет сделать вывод о правильности сделанной ранее оценке топографической структуры целевых функций. Расхождение полученных двумя способами значений оптимизируемых параметров при разной подаче топлива оценивается не однозначно, но не превышает 9%.

Таким образом, подтверждается, что принятый в натурном эксперименте план его проведения, позволяет достигнуть поставленной цели. Однако применение алгоритма по координатного поиска позволит значительно снизить его трудоемкость. Подтверждением может служить сравнение числа шагов до достижения результата на рисунках 2 и 4.

### Список литературы

- [1]. Растринин Л.А. Современные принципы управления сложными объектами. Монография. М.: Советское радио. 1980. 232с.
- [2]. Плужников Б.И. Управление трансмиссией транспортно-технологических машин на режиме разгона // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный журнал. 2015. № 12. С. 1–10. DOI: 10.7463/1215.0828635. Режим доступа: <http://technomag.neicon.ru/doc/828635.html> (дата обращения 10.10.2016).
- [3]. Моисеев И.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. Учеб. пособие для вузов. М.: Наука. 1978. 346 с.
- [4]. Плужников Б.И. Имитационное моделирование динамики транспортно-технологических машин при проектировании // Инженерный вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электронный журнал. 2012. № 8. Режим доступа: <http://engsi.ru/doc/469719.html> (дата обращения: 10.10.2016)