

Научно-методический аппарат синтеза оптимальных алгоритмов отождествления измерений векторов состояния подвижных объектов различными системами наблюдения на основе теории фильтрации дискретно-непрерывных марковских случайных процессов

03, март 2016

Черваков В. О.^{1,*}, Богданов А. В.², Жиронкин С. Б.²

УДК: 621.391.3

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

²Военная академия воздушно-космической обороны им. Г.К. Жукова

[*vchervakov@bmstu.ru](mailto:vchervakov@bmstu.ru)

Введение

В статье приводится синтез оптимальных алгоритмов отождествления на основе теории фильтрации дискретно-непрерывных марковских случайных процессов для получения потенциальных характеристик отождествления оценок векторов состояния объектов, сформированных различными системами наблюдения.

Для получения потенциальных характеристик отождествления оценок векторов состояния объектов, сформированных различными системами наблюдения, синтезируем оптимальный алгоритм отождествления на основе теории фильтрации дискретно-непрерывных марковских случайных процессов в соответствии с методом [1].

Рассмотрим две системы наблюдения за подвижными объектами, формирующие в разные моменты времени μ и ν оценки η_μ (первая система) и ξ_ν (вторая система) векторов состояния подвижных объектов:

$$\eta_\mu = H_\eta X_{\mu j} + \varepsilon_{\eta\mu},$$

$$\xi_\nu = H_\xi X_{\nu i} + \varepsilon_{\xi\nu},$$

где H_η, H_ξ – матрицы связи (ниже для упрощения записей предположим их одинаковыми) оценок и истинных параметров состояния объектов; $X_{\mu j}, X_{\nu i}$ – векторы истинных параметров состояния j -ого и i -ого объектов в моменты времени μ и ν соответственно; $\varepsilon_{\eta\mu}, \varepsilon_{\xi\nu}$ – векторы ошибок измерений.

Примерами систем наблюдения за подвижными объектами могут быть: РЛС и навигационно-связная система, реализующая технологию автоматического зависимого наблюдения; две различные РЛС; РЛС и запросчик радиолокационной системы с активным ответом.

Необходимо отождествить (верифицировать, а в общем случае отождествления не один к одному - идентифицировать) оценки η_μ и ξ_v относительно принадлежности одному и тому же объекту.

В соответствии с методом синтеза [1] запишем представленные выше уравнения наблюдения в другом виде, введя дискретный параметр θ , принимающий два значения: 0 или 1.

$$\eta_\mu = HX_{\mu 1} + \varepsilon_{\eta\mu}, \quad (1)$$

$$\xi_v = \theta HX_{v1} + (1-\theta)HX_{v0} + \varepsilon_{\xi v}. \quad (2)$$

При $\theta=1$ оба наблюдения представляют собой оценки (измерения) вектора состояния X_{k1} одного и того же объекта с условным номером 1. При $\theta=0$ наблюдения представляют собой оценки векторов состояния $X_{\mu 1}$ и X_{v0} разных объектов с условными номерами 1 и 0.

В соответствии с теорией фильтрации дискретно-непрерывных марковских случайных процессов [2] для нахождения оптимальной по любому критерию оценки дискретного параметра необходимо найти смешанную апостериорную плотность вероятности

$$p_{ps}(\theta, X_k) = p(\theta, X_k | \zeta_0^k), X_k = [X_{\mu 1}, X_{v\theta}], \zeta_0^k = [\eta_0^\mu, \xi_0^v]. \quad (3)$$

Смешанная апостериорная плотность вероятности по θ обладает свойствами вероятности, по X_k - плотности вероятности.

По смешанной апостериорной плотности вероятности может быть найдена апостериорная вероятность дискретного параметра

$$P_{psk}(\theta) = \int p_{ps}(\theta, X_k) dX_k. \quad (4)$$

В соответствии с теоремой Байеса

$$p_{ps}(\theta, X_k) = c_k p(\theta, X_k | \zeta_0^{k-1}) p(\zeta_k | \theta, X_k). \quad (5)$$

Второй сомножитель в правой части (5) является экстраполированной плотностью вероятности

$$p(\theta, X_k | \zeta_0^{k-1}) = \tilde{p}(\theta, X_k) = \tilde{P}_k(\theta) \tilde{p}(X_k | \theta), \quad (6)$$

где

$$\tilde{P}_k(\theta) = P_{ps(k-1)}(\theta), \quad (7)$$

$$\tilde{p}(X_k | \theta) = \int p(X_{k-1} | \zeta_0^{k-1}, \theta) p(X_k | X_{k-1}, \theta) dX_{k-1}. \quad (8)$$

Подставляя (6), (7) в (5), получим

$$p_{ps}(\theta, X_k) = c_k P_{ps(k-1)}(\theta) \tilde{p}(X_k | \theta) p(\zeta_k | \theta, X_k). \quad (9)$$

Интегрируя (9) по X_k , получаем апостериорную вероятность дискретного параметра

$$P_{psk}(\theta) = c_k P_{ps(k-1)}(\theta) \int \tilde{p}(X_k | \theta) p(\zeta_k | \theta, X_k) dX_k, \quad (10)$$

где интеграл является функцией правдоподобия дискретного параметра при наблюдении измерения ζ_k :

$$\int \tilde{p}(X_k | \theta) p(\zeta_k | \theta, X_k) dX_k = p(\zeta_k | \theta). \quad (11)$$

Представленные соотношения описывают метод синтеза оптимальных алгоритмов отождествления измерений векторов состояния подвижных объектов различными системами наблюдения на основе теории фильтрации дискретно-непрерывных марковских случайных процессов. Применим этот метод для синтеза алгоритма отождествления в случае, когда условные плотности вероятностей в (11) являются нормальными, зависящими от тождественности объектов, наблюдаемых системами.

Если системы наблюдают один и тот же объект, то $X_k = [X_{\mu 1}, X_{\nu 1}]$ - это вектор состояния одного и того же объекта 1, только в разные моменты времени μ и ν . В этом случае условные нормальные плотности вероятностей в (11) имеют вид

$$\tilde{p}(X_k | \theta = 1) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2} (X_k - \tilde{X}'_{k1})^T \tilde{\mathbf{R}}_{\xi\eta}^{-1}(k) (X_k - \tilde{X}'_{k1}) \right\}, \quad (12)$$

$$p(\zeta_k | \theta = 1, X_k) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\zeta_k - HX_k)^T \mathbf{V}_{\zeta}^{-1} (\zeta_k - HX_k) \right\}, \quad (13)$$

где $\mathbf{V}_{\zeta}$ - корреляционная матрица ошибок измерений системы, с выхода которой в данный k -ый момент времени поступает наблюдение (при $t_k = t_{\mu}$ $\zeta = \eta$, при $t_k = t_{\nu}$ $\zeta = \xi$); $\tilde{X}'_{k1} = \mathbf{F}_1(\Delta) \hat{X}'_{(k-1)1}$ - экстраполированная на k -ый момент времени оценка вектора состояния объекта 1, полученная по результатам совместной калмановской фильтрации измерений η_{μ} и ξ_{ν} ; $\mathbf{F}_1(\Delta)$ - матрица перехода, определяемая априорной моделью движения объекта 1, $\Delta = t_k - t_{k-1}$; $\hat{X}'_{(k-1)1}$ - результирующая (сглаженная) оценка вектора состояния объекта 1, полученная в $(k-1)$ -ый момент времени по результатам совместной калмановской фильтрации измерений η_{μ} и ξ_{ν} ; $\tilde{\mathbf{R}}_{\xi\eta}(k)$ - корреляционная матрица ошибок экстраполированной оценки $\tilde{X}'_{k1}$, сформированной по результатам совместной калмановской фильтрации измерений η_{μ} и ξ_{ν} .

После подстановки (12), (13) в (11) и интегрирования получаем функцию правдоподобия того, что системы наблюдают один и тот же объект

$$p(\zeta_k | \theta = 1) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\zeta_k - H\tilde{X}'_{k1})^T \mathbf{R}_{\xi\eta}^{-1}(k) (\zeta_k - H\tilde{X}'_{k1}) \right\}, \quad (14)$$

где $\mathbf{R}_{\xi\eta}(k) = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{R}}_{\xi\eta}(k)\mathbf{H}^T + \mathbf{V}_{\xi}$ - корреляционная матрица невязки $(\zeta_k - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{X}}'_{k1})$, представляющая собой сумму корреляционных матриц ошибок экстраполированной оценки $\tilde{\mathbf{X}}'_{k1}$ (с учётом умножения на матрицу $\mathbf{H}$) и ошибок текущего измерения ζ_k .

В соответствии с (14) и (10) запишем апостериорную вероятность того, что системы наблюдают один и тот же объект

$$\begin{aligned} P_{psk}(\theta=1) &= c_k P_{ps(k-1)}(\theta=1) p(\zeta_k | \theta=1) = \\ &= c_k c_{k-1} P_{ps(k-2)}(\theta=1) p(\zeta_{k-1} | \theta=1) p(\zeta_k | \theta=1) = c P_{pr}(\theta=1) \prod_{n=1}^k p(\zeta_n | \theta=1) = \\ &= c P_{pr}(\theta=1) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^k (\zeta_n - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{X}}'_{n1})^T \mathbf{R}_{\xi\eta}^{-1}(n) (\zeta_n - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{X}}'_{n1}) \right\}. \end{aligned}$$

Из выражения для апостериорной вероятности следует, что достаточной статистикой для принятия оптимального по любому критерию решения об отождествлении является функция правдоподобия при получении совокупности измерений. Функция правдоподобия того, что системы наблюдают один и тот же объект, равна

$$P(\zeta_1^k | \theta=1) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^k (\zeta_n - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{X}}'_{n1})^T \mathbf{R}_{\xi\eta}^{-1}(n) (\zeta_n - \mathbf{H}\tilde{\mathbf{X}}'_{n1}) \right\}.$$

Если системы наблюдают разные объекты, то $X_k = [X_{\mu 1}, X_{\nu 0}]$ - это совокупность векторов состояний двух разных объектов, для которых в соответствии с (11) должны учитываться свои нормальные плотности вероятностей.

Для объекта, наблюдаемого первой системой, это следующие плотности вероятностей

$$\tilde{p}(X_{\mu 1} | \theta=0) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2} (X_{\mu 1} - \tilde{X}_{\mu 1})^T \tilde{\mathbf{R}}_{\eta\eta}^{-1}(\mu) (X_{\mu 1} - \tilde{X}_{\mu 1}) \right\}, \quad (15)$$

$$p(\eta_{\mu} | \theta=0, X_{\mu 1}) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\eta_{\mu} - \mathbf{H}X_{\mu 1})^T \mathbf{V}_{\eta}^{-1} (\eta_{\mu} - \mathbf{H}X_{\mu 1}) \right\}, \quad (16)$$

где $\tilde{X}_{\mu 1} = \mathbf{F}_1(\Delta) \hat{X}_{(\mu-1)1}$ - экстраполированная на μ -ый момент времени оценка вектора состояния 1-ого объекта, полученная по результатам калмановской фильтрации измерений $\eta_0^{\mu-1}$; $\hat{X}_{(\mu-1)1}$ - результирующая (сглаженная) оценка вектора состояния объекта 1, полученная в $(\mu-1)$ -ый момент времени по результатам калмановской фильтрации измерений $\eta_0^{\mu-1}$.

После интегрирования в соответствии с (11) получаем функцию правдоподобия того, что системы наблюдают разные объекты, при получении измерения η_{μ} ($t_k = t_{\mu}$)

$$p(\eta_\mu | \theta = 0) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\eta_\mu - \mathbf{H} \tilde{X}_{\mu 1})^T \mathbf{R}_{\eta\eta}^{-1}(\mu) (\eta_\mu - \mathbf{H} \tilde{X}_{\mu 1}) \right\}, \quad (17)$$

где $\mathbf{R}_{\eta\eta}(\mu) = \mathbf{H} \tilde{\mathbf{R}}_{\eta\eta}(\mu) \mathbf{H}^T + \mathbf{V}_\eta$ - корреляционная матрица невязки $(\eta_\mu - \mathbf{H} \tilde{X}_{\mu 1})$, представляющая собой сумму корреляционных матриц ошибок экстраполированной оценки $\tilde{X}_{\mu 1}$ (с учётом умножения на матрицу $\mathbf{H}$) и ошибок текущего измерения η_μ .

Для объекта, наблюдаемого второй системой, должны учитываться плотности вероятностей

$$\tilde{p}(X_{v0} | \theta = 0) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2} (X_{v0} - \tilde{X}_{v0})^T \tilde{\mathbf{R}}_{\xi\xi}^{-1}(\nu) (X_{v0} - \tilde{X}_{v0}) \right\}, \quad (18)$$

$$p(\xi_\nu | \theta = 0, X_{v0}) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\xi_\nu - \mathbf{H} X_{v0})^T \mathbf{V}_\xi^{-1} (\xi_\nu - \mathbf{H} X_{v0}) \right\}, \quad (19)$$

где $\tilde{X}_{v0} = \mathbf{F}_0(\Delta) \hat{X}_{(v-1)0}$ - экстраполированная на ν -ый момент времени оценка вектора состояния объекта 0, полученная по результатам калмановской фильтрации измерений $\xi_0^{\nu-1}$; $\hat{X}_{(v-1)0}$ - результирующая (сглаженная) оценка вектора состояния объекта 0, полученная в $(\nu-1)$ -ый момент времени по результатам калмановской фильтрации измерений $\xi_0^{\nu-1}$.

После интегрирования в соответствии с (11) получаем функцию правдоподобия того, что системы наблюдают разные объекты, при получении измерения ξ_ν ($t_k = t_\nu$)

$$p(\xi_\nu | \theta = 0) = c \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\xi_\nu - \mathbf{H} \tilde{X}_{v0})^T \mathbf{R}_{\xi\xi}^{-1}(\nu) (\xi_\nu - \mathbf{H} \tilde{X}_{v0}) \right\}, \quad (20)$$

где $\mathbf{R}_{\xi\xi}(\nu) = \mathbf{H} \tilde{\mathbf{R}}_{\xi\xi}(\nu) \mathbf{H}^T + \mathbf{V}_\xi$ - корреляционная матрица невязки $(\xi_\nu - \mathbf{H} \tilde{X}_{v0})$, представляющая собой сумму корреляционных матриц ошибок экстраполированной оценки $\tilde{X}_{v0}$ (с учётом умножения на матрицу $\mathbf{H}$) и ошибок текущего измерения ξ_ν .

С учётом полученных выражений для функций правдоподобия окончательное выражение для принятия оптимального решения об отождествлении по критерию Неймана-Пирсона имеет вид

$$\begin{aligned} & \sum_k (\zeta_k - \mathbf{H} \tilde{X}'_{k1})^T \mathbf{R}_{\xi\eta}^{-1}(k) (\zeta_k - \mathbf{H} \tilde{X}'_{k1}) - \sum_\mu (\eta_\mu - \mathbf{H} \tilde{X}_{\mu 1})^T \mathbf{R}_{\eta\eta}^{-1}(\mu) (\eta_\mu - \mathbf{H} \tilde{X}_{\mu 1}) - \\ & \hat{\theta} = 0 \\ & - \sum_\nu (\xi_\nu - \mathbf{H} \tilde{X}_{v0})^T \mathbf{R}_{\xi\xi}^{-1}(\nu) (\xi_\nu - \mathbf{H} \tilde{X}_{v0}) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} h \\ & \hat{\theta} = 1 \end{aligned}$$

С учётом разбиения ζ на η и ξ (при $t_k = t_\mu$ $\zeta = \eta$, при $t_k = t_\nu$ $\zeta = \xi$) в алгоритме четыре квадратичные формы, что отличает данный оптимальный алгоритм от квазиоптимального (приближённого) [3], в котором две квадратичные формы. Синтезированный оп-

тимальный алгоритм положен в основу устройства идентификации воздушного объекта [4].

Предложенный в [1] метод позволяет синтезировать оптимальные алгоритмы совместного измерения-отождествления, характерного для комплексирования по входам. Задача совместной обработки сигналов от нескольких объектов, поступающих по разным информационным каналам, при комплексировании по входам является наиболее общей. Поэтому предложенный метод может быть применен и к частным задачам. Рассмотрим решение самой простой из таких задач - отождествления единичных замеров, полученных в результате раздельной первичной обработки в двух информационных каналах, например, в запросчике **З** системы опознавания с активным ответом и потребителе **ПОТ** информации опознавания (РЛС).

В соответствии с методом синтеза запишем уравнения наблюдений с использованием искусственно введенного дискретного параметра θ , принимающего два значения (0 или 1):

$$\eta = \hat{X}_3 = X_1 + \varepsilon_\eta,$$

$$\xi = \hat{X}_{\text{ПОТ}} = \theta X_1 + (1 - \theta) X_0 + \varepsilon_\xi.$$

Здесь ε_η , ε_ξ - независимые гауссовские векторы ошибок с корреляционными матрицами R_η и R_ξ .

При $\theta = 1$ оба наблюдения представляют собой оценки (измерения) вектора состояния X_1 одного и того же своего объекта с условным номером 1. При $\theta = 0$ наблюдения представляют собой оценки векторов состояния X_1 и X_0 разных объектов с условными номерами 1 (свой) и 0 (чужой).

В соответствии с этим задача отождествления сводится к оценке дискретного параметра θ . Для нахождения оптимальной по любому критерию оценки дискретного параметра необходимо найти смешанную апостериорную плотность вероятности

$$p_{ps}(\theta, X_1, X_\theta) = p(\theta, X_1, X_\theta | \eta, \xi).$$

Если согласно теории фильтрации дискретно-непрерывных процессов [2] использовать представление

$$p_{ps}(\theta, X_1, X_\theta) = p_{ps}(\theta) p_{ps}(X_1, X_\theta | \theta),$$

то для оценки дискретного параметра получим решающее правило

$$F_0 \left(\hat{X}_0^0, \hat{X}_1^0 \right) - F_1 \left(\hat{X}_1^1 \right) \underset{\hat{\theta}=1}{\overset{\hat{\theta}=0}{>}} h. \quad (21)$$

В левой части решающего правила (21) логарифм отношения правдоподобия, взятый при значениях векторов состояния, равных их условным оценкам, определяемым, в случае использования критерия минимума среднего квадрата ошибки, соотношением

$$\hat{X}_i^\theta = \int_X X_i \cdot p_{ps}(X_i | \theta) \cdot dX_i,$$

в котором

$$p_{ps}(X_1 | q) = \begin{cases} p(X_1 | h, x), & q = 1, \\ p(X_1 | h), & q = 0, \end{cases}$$

$$p_{ps}(X_0 | q = 0) = p(X_0 | x).$$

Логарифмы функций правдоподобия определяются соотношениями

$$F_0(\hat{X}_0^0, \hat{X}_1^0) = -\frac{1}{2} \left[(\eta - \hat{X}_1^0)^T C_\eta (\eta - \hat{X}_1^0) + (\xi - \hat{X}_0^0)^T C_\xi (\xi - \hat{X}_0^0) \right], \quad (22)$$

$$F_1(\hat{X}_1^1) = -\frac{1}{2} \left[(\eta - \hat{X}_1^1)^T C_\eta (\eta - \hat{X}_1^1) + (\xi - \hat{X}_1^1)^T C_\xi (\xi - \hat{X}_1^1) \right], \quad (23)$$

где условные оценки определяются выражениями

$$\hat{X}_0^0 = \hat{X}_{пот}, \hat{X}_1^0 = \hat{X}_3,$$

$$\hat{X}_1^1 = \hat{X}_3 + C^{-1} C_\xi (\hat{X}_{пот} - \hat{X}_3) = \hat{X}_{пот} + C^{-1} C_\eta (\hat{X}_3 - \hat{X}_{пот}). \quad (24)$$

В представленных соотношениях $C_\eta = R_\eta^{-1}, C_\xi = R_\xi^{-1}, C = C_\eta + C_\xi$ - матрицы точности [5].

Воспользовавшись решающим правилом (21) и соотношениями (22)-(24), приходим к выводу, что оптимальное решение об отождествлении должно приниматься известным образом [6] - на основе сравнения с порогом квадратичной формы

$$(\hat{X}_{пот} - \hat{X}_3)^T (R_\eta + R_\xi)^{-1} (\hat{X}_{пот} - \hat{X}_3). \quad (25)$$

Получим характеристики оптимального отождествления информации обнаружения и опознавания с использованием квадратичной формы (25) в предположении, что оба отождествляемых вектора оценок координат включают статистически независимые оценки двух и трёх координат.

Вероятность $P_{по}(\hat{X}_3^c, \hat{X}_{пот}^c)$ правильного отождествления вектора оценок координат $\hat{X}_3^c$ своего объекта, сформированных запросчиком, с вектором оценок координат $\hat{X}_{пот}^c$ своего объекта, сформированных потребителем, находится интегрированием плотности вероятности $p(l)$ решающей статистики (метрики) $l = l(\hat{X}_3, \hat{X}_{пот})$, являющейся мерой близости векторов оценок координат $\hat{X}_3$ и $\hat{X}_{пот}$, сформированных запросчиком и потребителем

$$P_{по} = P_{по}(\hat{X}_3^c, \hat{X}_{пот}^c) = \int_0^h p(l_{cc}) dl_{cc}, \quad (26)$$

где $l_{cc} = l(\hat{X}_3^c, \hat{X}_{пот}^c)$ – решающая статистика при условии, что оба отождествляемых вектора оценок координат принадлежат одному и тому же своему объекту; h – порог, определяемый в соответствии с критерием Неймана-Пирсона по заданной вероятности неправильного отождествления вектора оценок координат своего объекта, с вектором оценок координат чужого объекта, сформированных потребителем

$$P_{HO} = P_{HO}(\hat{X}_3^c, \hat{X}_{пот}^c) = \int_0^h p(l_{cc}) dl_{cc}.$$

Здесь $l_{cc} = l(\hat{X}_3^c, \hat{X}_{пот}^c)$ – решающая статистика при условии, что вектор оценок координат, сформированных запросчиком, принадлежит своему объекту, а вектор оценок координат, сформированных потребителем, чужому (так как в данном случае свой объект маскирует чужой, не отвечающий запросчику, объект, то свой объект может быть назван маскирующим).

Решающая статистика $l = l(\hat{X}_3, \hat{X}_{пот})$ определяется через квадратичную форму (25).

При принятых допущениях решающая статистика (метрика) при отождествлении по двум координатам будет иметь вид

$$l = \sqrt{\frac{1}{\sigma_x^2} (x_{пот} - x_3)^2 + \frac{1}{\sigma_y^2} (y_{пот} - y_3)^2}, \quad (27)$$

где $\sigma_x^2 = \sigma_{x_{пот}}^2 + \sigma_{x_3}^2$ – дисперсия суммарной ошибки измерения координаты x потребителем и запросчиком; $\sigma_y^2 = \sigma_{y_{пот}}^2 + \sigma_{y_3}^2$ – дисперсия суммарной ошибки измерения координаты y потребителем и запросчиком.

При решающей статистике (27) и $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$. Это равенство соответствует рассмотрению случая кругового рассеяния, позволяющего получить простые соотношения, не зависящие от соотношения между полуосями рассеяния и их ориентации. При этом полученные оценки можно рассматривать как оценки снизу для эллиптического рассеяния, если принять, что $\sigma = \sigma_x$ при $\sigma_x > \sigma_y$. Плотность вероятности $p(l_{cc})$ в этом случае определяется законом Райса, а условная вероятность неправильного отождествления представляет собой вероятность попадания случайной точки с нормальными (гауссовскими) координатами в круг, центр которого смещён относительно центра кругового рассеяния [7]:

$$P_{HO}(\Delta) = \exp\left(-\frac{\Delta^2}{2}\right) \int_0^{h/\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) I_0(\Delta \cdot t) t dt,$$

где $P_{HO}(\Delta)$ – вероятность неправильного отождествления вектора оценок координат своего объекта, сформированных запросчиком, с вектором оценок координат чужого объекта, сформированных потребителем при условии, что параметр смещения равен Δ ;

$\Delta = \frac{\Delta_{сч}}{\sigma}$ – параметр смещения; $\Delta_{сч} = \sqrt{\Delta_{Xсч}^2 + \Delta_{Yсч}^2}$ – расстояние от центра рассеивания до центра круга (расстояние от своего до чужого объекта); $\Delta_{Xсч}, \Delta_{Yсч}$ – разность координат своего и чужого объектов; $\sigma = \sigma_x = \sigma_y$ – радиальное СКО.

Плотность вероятности $p(l_{сч})$ определяется законом Релея, а вероятность (26) представляет собой вероятность попадания случайной точки с нормальными (гауссовскими) координатами в круг, центр которого совпадает с центром кругового рассеяния [7]:

$$P_{HO} = 1 - \exp\left(-\frac{h^2}{2\sigma^2}\right).$$

В предположении равномерного распределения расстояния от своего до чужого объекта в интервале от $\Delta_{сч\min}$ до $\Delta_{сч\max}$ безусловная вероятность неправильного отождествления находится интегрированием

$$P_{HO} = \frac{1}{\Delta_{\max} - \Delta_{\min}} \int_{\Delta_{\min}}^{\Delta_{\max}} P_{HO}(\Delta) d\Delta.$$

При отождествлении по трём координатам условная вероятность неправильного отождествления при $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$ представляет собой вероятность попадания случайной точки с нормальными (гауссовскими) координатами в сферу, центр которой смещён относительно центра сферического рассеяния [7]:

$$P_{HO}(\Delta) = \Phi\left(\frac{h}{\sigma} + \Delta\right) + \Phi\left(\frac{h}{\sigma} - \Delta\right) - 1 - \frac{p_1\left(\frac{h}{\sigma} - \Delta\right)}{\Delta} \left[1 - \exp\left(-2\frac{h}{\sigma}\Delta\right)\right]. \quad (28)$$

Здесь $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ – интеграл вероятности (функция распределения стандартной гауссовской случайной величины, имеющей нулевое математическое ожидание и единичную дисперсию); $p_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$ – плотность вероятности стандартной гауссовской случайной величины.

Вероятность правильного отождествления представляет собой вероятность попадания случайной точки с нормальными (гауссовскими) координатами в сферу, центр которой совпадает с центром сферического рассеяния, и находится интегрированием плотности вероятности Максвелла [7]:

$$P_{HO} = 2\Phi\left(\frac{h}{\sigma}\right) - 1 - 2\frac{h}{\sigma} p_1\left(\frac{h}{\sigma}\right).$$

Результаты расчётов вероятностей правильного и неправильного отождествления представлены на рисунках 1,2.

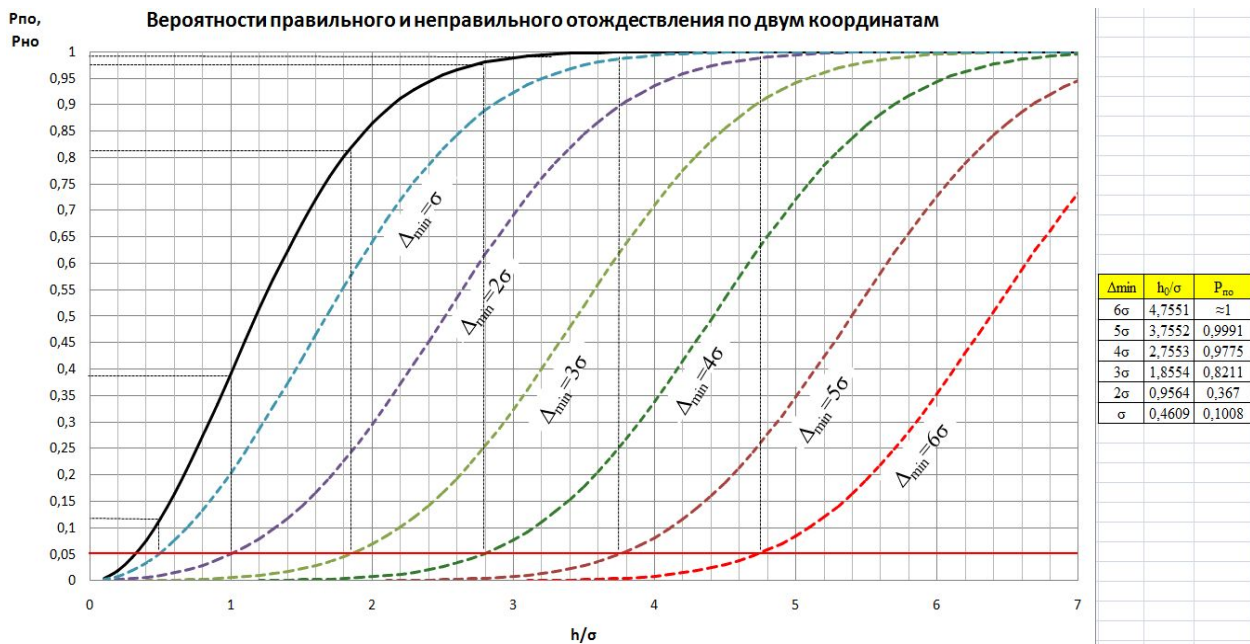


Рис. 1. Вероятности правильного (сплошная линия) и неправильного отождествления по двум координатам

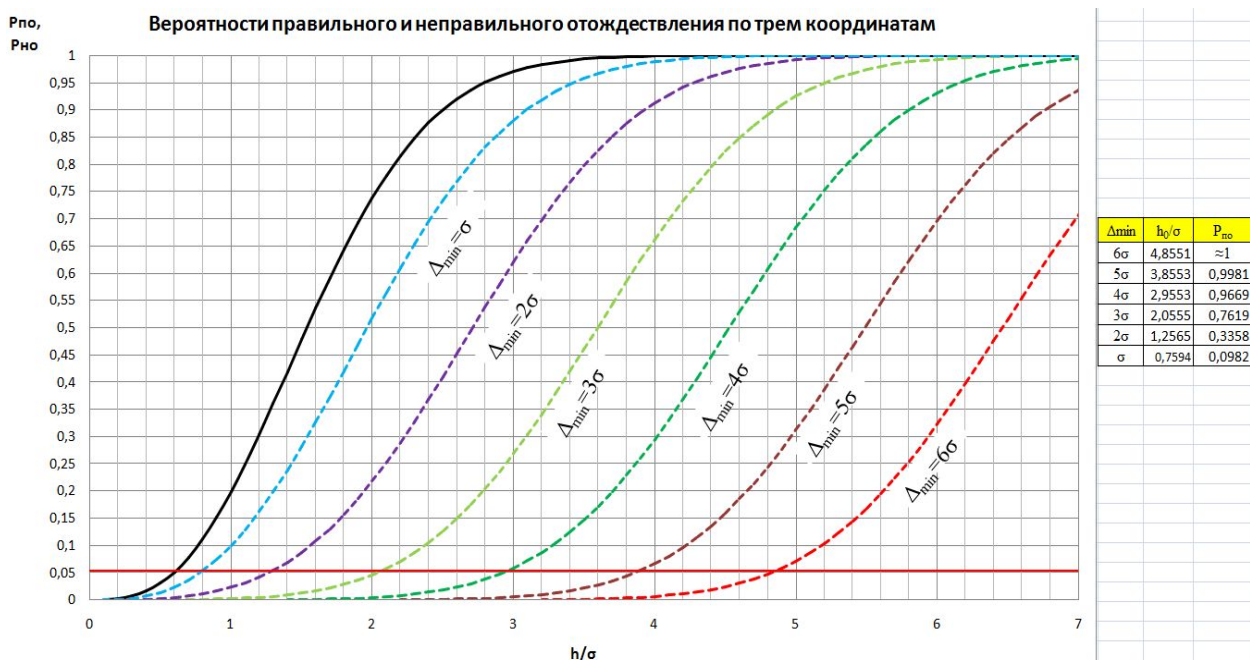


Рис. 2. Вероятности правильного (сплошная линия) и неправильного отождествления по трём координатам

Заключение

В статье по методу, основанному на теории фильтрации дискретно-непрерывных марковских случайных процессов, синтезированы оптимальные алгоритмы отождествления оценок векторов состояния объектов, сформированных различными системами. Получены потенциальные характеристики отождествления, которые позволяют оценить вероятность правильного отождествления оценок вектора состояния одного и того же объекта, сформированных двумя различными системами, и вероятность неправильного отождествления оценок векторов состояния двух разных объектов, наблюдаемых двумя различными системами.

Список литературы

- [1]. Богданов А.В., Жиронкин С.Б., Черваков В.О. Метод синтеза оптимальных алгоритмов отождествления измерений векторов состояния подвижных объектов различными системами наблюдения на основе теории фильтрации дискретно-непрерывных марковских случайных процессов. / Сборник статей XXV Всероссийской конференции научно - технической школы – семинара. М.: Российская академия ракетных и артиллерийских наук. 2014. С. 134-138.
- [2]. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь. 2004. 608 с.
- [3]. Скрынников В.Г., Терентьев С.В. Навигационно-связной метод идентификации // Тематический сборник «Статистический синтез радиосистем». М.: Радиотехника. 1997. № 2. С. 107–111.
- [4]. Богданов А.В., Жиронкин С.Б., Кучин А.А., Петухов А.В., Сулейман Х.Х., Черваков В.О. Устройство идентификации воздушного объекта: патент на полезную модель 140837 Российская Федерация. 2014. Бюл. ФИПС № 14. 6 с.
- [5]. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь. 1981. 416 с.
- [6]. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь. 1993. 415 с.
- [7]. Абегауз Г.Г., Тронь А.П., Копенкин Ю.Н., Коровина И.А. Справочник по вероятностным расчётам. М.: Воениздат. 1970. 536 с.