

Особенности кинематики ромбических механизмов

10, октябрь 2015

Тимофеев Г. А.^{1,*}, Катаев И. З.¹

УДК 536.8

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

^{*}timga@bmstu.ru

Введение

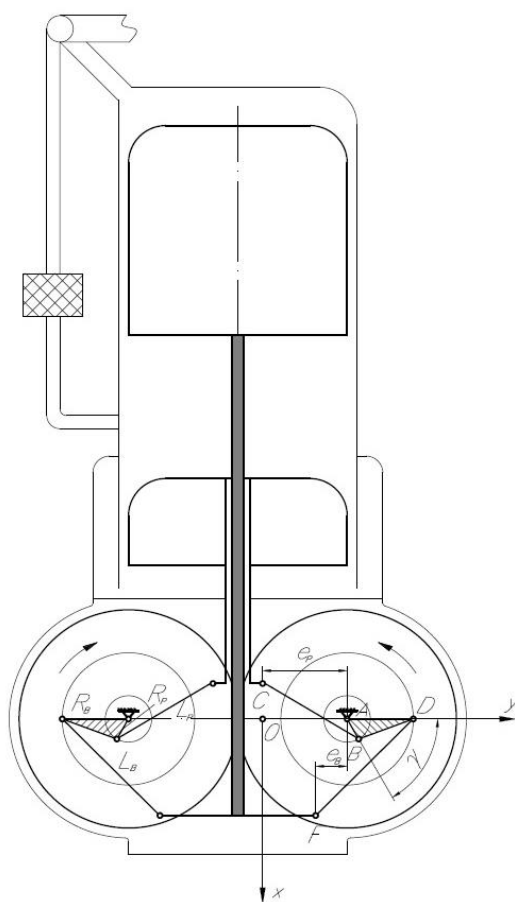
Наиболее экологически чистыми, бесшумными [1] и универсальными являются двигатели, выполненные на базе ромбического механизма с термодинамическим процессом Стирлинга [2, 3]. Этот термодинамический процесс был запатентован шотландским священником Робертом Стирлингом 27 сентября 1816 года. Двигатели с внешним подводом теплоты (ДВПТ) работают по циклу Стирлинга и имеют ряд преимуществ перед обычными двигателями внутреннего сгорания (ДВС), работающими по циклу Карно.

Высокий КПД, надежность и долговечность, возможность использования различных видов топлива, его полное сгорание, малая токсичность и низкий уровень шума, большой диапазон мощностей (от нескольких ватт до сотен киловатт) позволяют применять эти двигатели в автотранспорте и медицине, на подводных лодках, в сельском хозяйстве и космических кораблях с использованием солнечной энергии и других областях [2–5]. Для улучшения динамики, повышения мощности и эффективности двигателей Стирлинга были предложены асимметричные ромбические механизмы [2, 6].

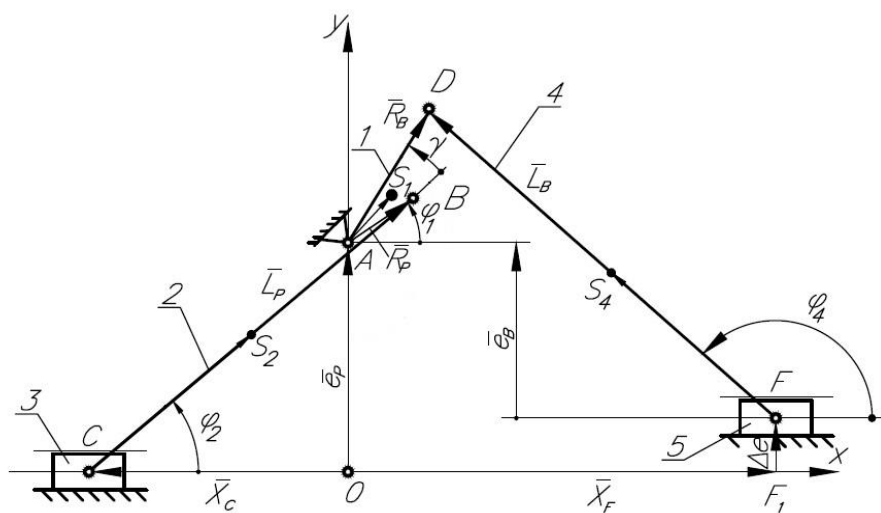
Кинематический анализ асимметричных ромбических механизмов

Для решения задач кинематического анализа асимметричных ромбических механизмов привода двигателя Стирлинга выбран аналитический метод замкнутых векторных контуров, предложенный В.А. Зиновьевым [7]. Положительное направление отсчета углов – против часовой стрелки.

Рассмотрим механизм с развитым кривошипом (рис.1, а), кинематическая схема которого в системе координат ОХУ показана на рис.1, б. За обобщенную координату механизма принят угол поворота φ_1 кривошипа 1.



а) Обобщенная схема



б) Расчетная обобщенная схема

Рис. 1. Схемы асимметричного механизма привода с развитым кривошипом: 1–развитой кривошип, 2–шатун рабочей группы, 3–рабочий поршень, 4–шатун вытеснительной группы, 5–вытеснительный поршень, О–начало декартовой системы координат, ϕ_1 –обобщенная координата, γ –угол разворота элемента кривошипа АВ относительно элемента кривошипа AD, S1–центр масс кривошипа 1, RP–радиус кривошипа рабочей группы, RB–радиус кривошипа вытеснительной группы, LP–длина шатуна 2 рабочей группы, S2–центр масс шатуна 2 рабочей группы, ϕ_2 –угол поворота шатуна 2 рабочей группы, XC–координата рабочего поршня 3, eP–внеосность рабочего поршня 3 относительно точки А, LB–длина шатуна 4 вытеснительной группы, S4–центр масс шатуна 4 вытеснительной группы, ϕ_4 –угол поворота шатуна 4 вытеснительной группы, XF–координата вытеснительного поршня 5, eB–внеосность вытеснительного поршня 5 относительно точки А, Де–внеосность вытеснительного поршня 4 относительно рабочего поршня

Уравнения замкнутости контуров OABCO и OADFF₁O запишем в виде

$$\begin{aligned}\overline{e_P} + \overline{R_P} &= \overline{X_C} + \overline{L_P}, \\ \overline{e_P} + \overline{R_B} &= \overline{X_F} + \overline{\Delta e} + \overline{L_B},\end{aligned}\quad (1)$$

где

$$\overline{\Delta e} = \overline{e_P} - \overline{e_B}.$$

Проецируя эти векторные уравнения на оси OX и OY, получим уравнения

$$R_P \cos \varphi_1 = X_C + L_P \cos \varphi_2, \text{ (координата } X_C < 0), \quad (2)$$

$$R_B \cos(\varphi_1 + \gamma) = X_F + L_B \cos \varphi_4, \text{ (координата } X_C < 0), \quad (3)$$

$$e_P + R_P \sin \varphi_1 = L_P \sin \varphi_2, \quad (4)$$

$$e_P + R_B \sin(\varphi_1 + \gamma) = \Delta e + L_B \sin \varphi_4. \quad (5)$$

Из уравнения (4) имеем равенство

$$\sin \varphi_2 = \frac{e_P + R_P \sin \varphi_1}{L_P} = \lambda_P(k_P + \sin \varphi_1), \quad (6)$$

где

$$\lambda_P = \frac{R_P}{L_P}, k_P = \frac{e_P}{R_P}.$$

Аналогично из (5) и (1) следует равенство

$$\sin \varphi_4 = \frac{e_P + R_B \sin(\varphi_1 + \gamma)}{L_B} = \lambda_B[k_B + \sin(\varphi_1 + \gamma)], \quad (7)$$

где

$$\lambda_B = \frac{R_B}{L_B}, k_B = \frac{e_B}{R_B}.$$

Координату X_C рабочего поршня 3 получим из уравнения (2) в виде

$$X_C = L_P(\lambda_P \cos \varphi_1 - \cos \varphi_2), (X_C < 0).$$

Из уравнения (3) определим координату вытеснительного поршня 5

$$X_F = L_B(\lambda_B \cos(\varphi_1 + \gamma) - \cos \varphi_4),$$

где учтено, что $\cos \varphi_4 = -\sqrt{1 - (\sin \varphi_4)^2}$ (угол φ_4 находится во второй четверти).

В крайнем положении вытеснительного поршня имеем

$$X_F = X_{F0} = \sqrt{(L_B + R_B)^2 - e_B^2} = L_B \sqrt{(1 + \lambda_B)^2 - k_B^2 \lambda_B^2},$$

а в крайнем левом –

$$X_F = X_{Fmin} = \sqrt{(L_B - R_B)^2 - e_B^2} = L_B \sqrt{(1 - \lambda_B)^2 - k_B^2 \lambda_B^2}.$$

Функции положения $X_C = X_C(\varphi_1)$, $X_F = X_F(\varphi_1)$ будут нужны в дальнейшем для определения основных параметром конструкции двигателя: фазового сдвига максимальных объемов (α_0) и отношения максимальных объемов холодной и горячей полостей (W).

Координаты центров масс звеньев найдем по формулам

$$X_{S1} = l_{AS1} \cos(\varphi_1 + \varphi_{S1}), \quad (8)$$

$$Y_{S1} = e_P + l_{AS1} \sin(\varphi_1 + \varphi_{S1}), \quad (9)$$

$$X_{S2} = X_C + l_{CS2} \cos \varphi_2, (X_C < 0), \quad (10)$$

$$Y_{S2} = l_{CS2} \sin \varphi_2, \quad (11)$$

$$X_{S4} = X_F + l_{FS4} \cos \varphi_4, \quad (12)$$

$$Y_{S4} = l_{FS4} \sin \varphi_4. \quad (13)$$

Здесь $\varphi_{S1} = \angle BAS_1$ – угловая координата центра масс звена 1 относительно прямой АВ.

Введем обозначения: ω_i и ε_i – угловые скорость и ускорение i -го звена; $\overline{V}_K$ и $\overline{a}_K$ – линейные скорость и ускорение некоторой точки K механизма.

Для определения аналогов угловых скоростей шатунов и линейных скоростей поршней дифференцируем по обобщенной координате φ_1 уравнения (6) – (7). В результате получим следующие формулы:

–аналог угловой скорости шатуна 2 рабочей группы (передаточное отношение)

$$U_{21} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\lambda_P \cos \varphi_1}{\cos \varphi_2};$$

–аналог угловой скорости шатуна 4 вытеснительной группы

$$U_{41} = \frac{d\varphi_4}{d\varphi_1} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{\lambda_B \cos(\varphi_1 + \gamma)}{\cos \varphi_4};$$

–аналог скорости рабочего поршня 3

$$V_{qC} = \frac{dX_C}{d\varphi_1} = \frac{V_C}{\omega_1} = L_P(U_{21} \sin \varphi_2 - \lambda_P \sin \varphi_1);$$

–аналог скорости вытеснительного поршня 5

$$V_{qF} = \frac{dX_F}{d\varphi_1} = \frac{V_F}{\omega_1} = L_B[U_{41} \sin \varphi_4 - \lambda_B \sin(\varphi_1 + \gamma)].$$

Проекции аналогов скоростей центров масс звеньев находим как производные по обобщенной координате φ_1 уравнений (8) – (13):

$$(V_{qS1})_x = -l_{AS1} \sin(\varphi_1 + \varphi_{S1}),$$

$$(V_{qS1})_y = -l_{AS1} \cos(\varphi_1 + \varphi_{S1}),$$

$$(V_{qS2})_x = V_{qC} - l_{CS2} \sin \varphi_2 U_{21},$$

$$(V_{qS2})_y = l_{CS2} \cos \varphi_2 U_{21},$$

$$(V_{qS4})_x = V_{qF} - l_{FS4} \sin \varphi_4 U_{41},$$

$$(V_{qS4})_y = l_{FS4} \cos \varphi_4 U_{41}.$$

Полученные выражения позволяют определить модули векторов аналогов скоростей центров масс звеньев по формуле

$$|\overline{V}_{qSi}| = \sqrt{(V_{qSi})_x^2 + (V_{qSi})_y^2},$$

где $i=1, 2, 4$. Направление векторов аналогов скоростей найдем по тангенсу угла ψ_i , который образует вектор аналога скорости с положительным направлением оси X , в виде

$$\operatorname{tg} \psi_i = (V_{qSi})_y / (V_{qSi})_x.$$

Зависимости между истинными скоростями и их аналогами определяется по известным формулам [7]

$$\overline{V}_K = \overline{V}_{qK} \cdot \omega_1,$$

$$\omega_i = U_{i1} \cdot \omega_1.$$

Для определения аналогов угловых ускорений шатунов и линейных ускорений поршней, дифференцируем по обобщенной координате φ_1 аналоги скоростей. В результате получим следующие формулы:

–аналог углового ускорения шатуна 2 рабочей группы

$$\varepsilon_{q2} = \frac{dU_{21}}{d\varphi_1} = \frac{U_{21}^2 \sin \varphi_2 - \lambda_P \sin \varphi_1}{\cos \varphi_2};$$

–аналог углового ускорения шатуна 4 вытеснительной группы

$$\varepsilon_{q4} = \frac{dU_{41}}{d\varphi_1} = \frac{U_{41}^2 \sin \varphi_4 - \lambda_B \sin(\varphi_1 + \gamma)}{\cos \varphi_4};$$

–аналог ускорения рабочего поршня 3

$$a_{qC} = \frac{dV_{qC}}{d\varphi_1} = L_P(\varepsilon_{q2} \sin \varphi_2 + U_{21}^2 \cos \varphi_2 - \lambda_P \cos \varphi_1);$$

–аналог ускорения вытеснительного поршня 5

$$a_{qF} = \frac{dV_{qF}}{d\varphi_1} = L_B[\varepsilon_{q2} \sin \varphi_2 + U_{21}^2 \cos \varphi_2 - \lambda_P \cos(\varphi_1 + \gamma)];$$

–проекции аналогов ускорений центров масс звеньев

$$(a_{qS1})_x = -l_{AS1} \cos(\varphi_1 + \varphi_{S1}),$$

$$(a_{qS1})_y = -l_{AS1} \sin(\varphi_1 + \varphi_{S1}),$$

$$(a_{qS2})_x = a_{qC} - l_{CS2}(U_{21}^2 \cos \varphi_2 + \varepsilon_{q2} \sin \varphi_2),$$

$$(a_{qS2})_y = l_{CS2}(\varepsilon_{q2} \cos \varphi_2 + U_{21}^2 \sin \varphi_2),$$

$$(a_{qS4})_x = a_{qF} - l_{FS4}(U_{41}^2 \cos \varphi_4 + \varepsilon_{q4} \sin \varphi_4),$$

$$(a_{qS4})_y = l_{FS4}(\varepsilon_{q4} \cos \varphi_4 + U_{41}^2 \sin \varphi_4).$$

Модули векторов аналогов ускорений определим по формуле

$$|\overline{a_{qSi}}| = \sqrt{(a_{qSi})_x^2 + (a_{qSi})_y^2},$$

где $i=1, 2, 4$. Углы θ_i , определяющие направления векторов, находим с помощью тангенса

$$\operatorname{tg} \theta_i = (a_{qSi})_y / (a_{qSi})_x.$$

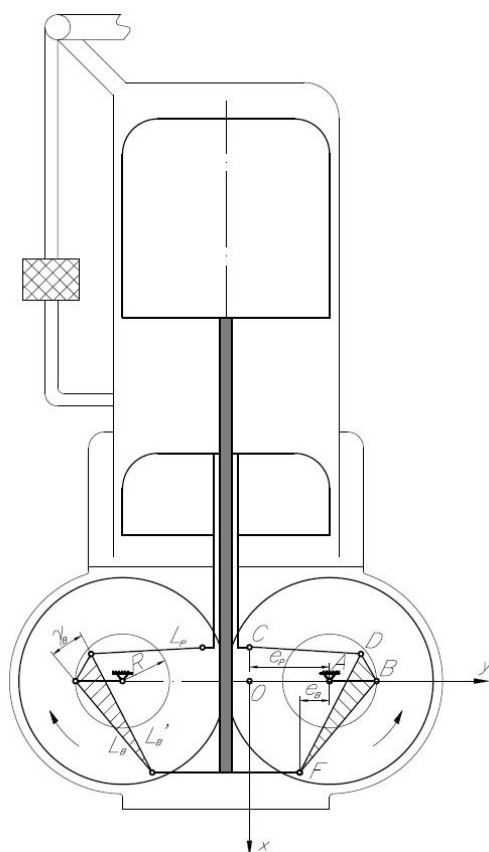
Зависимость между истинными ускорениями и их аналогами определяется известными формулами

$$\overline{a_K} = \overline{a_{qK}} \omega_1^2 + \overline{V_{qK}} \varepsilon_1,$$

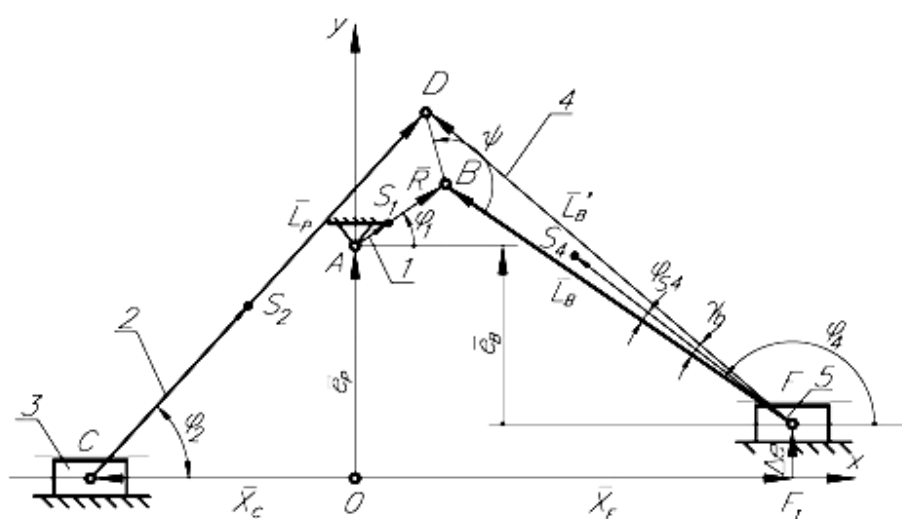
$$\varepsilon_i = \varepsilon_{qi} \omega_1^2 + U_{i1} \varepsilon_1.$$

Выведены кинематические соотношения, необходимые для дальнейшего использования при статическом и динамическом уравнивании механизмов, а также их силовом расчете с использованием уравнений Лагранжа II-рода или метода кинетостатики.

Для механизмов с развитым шатуном вытеснительной группы (рис.2, а), состоящего из контуров OABFF₁O, OCDF₁O (рис.2, б), и для механизма с развитым шатуном рабочей группы (рис.3, а), состоящего из контуров OABCO, OF₁FDCO (рис.3, б), с использованием метода замкнутых векторных контуров выведены уравнения функций положения и передаточных функции по рассмотренному алгоритму (не приведены в тексте из-за ограниченного объема).



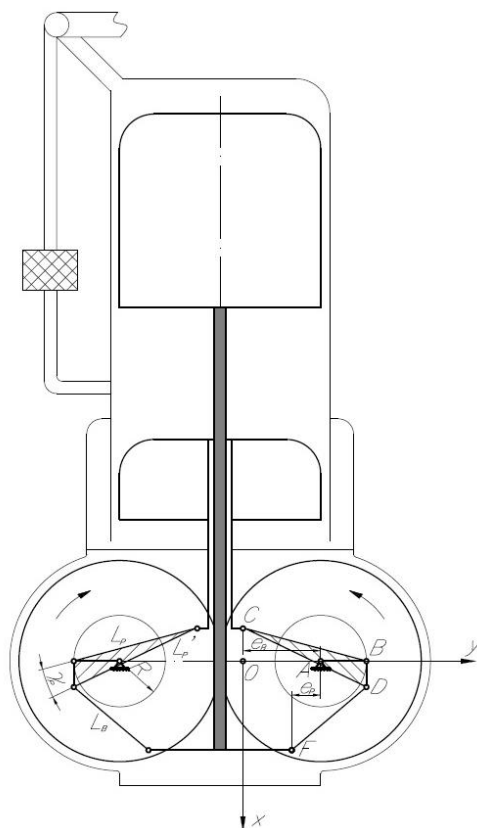
а) Обобщенная схема



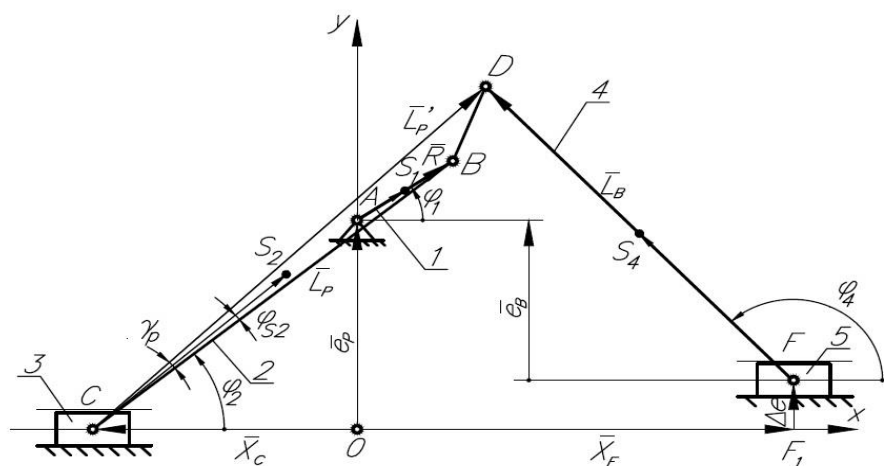
б) Расчетная обобщенная схема

Рис. 2. Схемы асимметричного механизма привода с развитым шатуном вытеснительной группы: 1–кривошип, 2–шатун рабочей группы, 3–рабочий поршень, 4–развитой шатун вытеснительной группы, 5–вытеснительный поршень, О–начало декартовой системы координат, ϕ_1 –обобщенная координата, S1–центр масс кривошипа 1, R–радиус кривошипа 1, L_p –длина шатуна 2 рабочей группы, S2–центр масс шатуна 2 рабочей группы, ϕ_2 –угол поворота шатуна 2 рабочей группы, X_c –координата рабочего поршня 3, e_p –внеосность рабочего поршня 3 относительно точки А, L_b –длина шатуна 4 вытеснительной группы, S4–центр масс шатуна 4 вытеснительной группы, ϕ_{S4} –угловая координата центра масс S4 относительно элемента шатуна FB, γ_b – угол разворота элемента шатуна FD относительно элемента шатуна FB. ϕ_4 –угол поворота шатуна 4 вытеснительной группы, X_f –координата вытеснительного поршня 5, e_b –внеосность вытеснительного поршня 5 относительно точки А, Δe –внеосность вытеснительного поршня 4 относительно рабочего поршня

Вопросы определения оптимальных размеров, обеспечивающих наилучшее протекание термодинамического процесса, и системы регулирования двигателя Стирлинга в данной статье не рассматриваются, но приводятся в работах [8–10] и будут темой дальнейших исследований.



а) Обобщенная схема



б) Расчетная обобщенная схема

Рис. 3. Схемы асимметричного механизма привода с развитым шатуном рабочей группы: 1–кривошип, 2–развитой шатун рабочей группы, 3–рабочий поршень, 4–шатун вытеснительной группы, 5–вытеснительный поршень, О–начало декартовой системы координат, φ_1 –обобщенная координата, S_1 –центр масс кривошипа 1, L_P –длина шатуна 2 рабочей группы, S_2 –центр масс шатуна 2 рабочей группы, φ_2 –угол поворота шатуна 2 рабочей группы, φ_{S2} –угловая координата центра масс S_2 относительно элемента шатуна CB , γ_p –угол разворота элемента шатуна CD относительно элемента шатуна CB , X_C –координата рабочего поршня 3, e_P –внеосность рабочего поршня 3 относительно точки А, L_B –длина шатуна 4 вытеснительной группы, S_4 –центр масс шатуна 4 вытеснительной группы, φ_4 –угол поворота шатуна 4 вытеснительной группы, X_F –координата вытеснительного поршня 5, e_B –внеосность вытеснительного поршня 5 относительно точки А, e_D –внеосность вытеснительного поршня 4 относительно рабочего поршня

Заключение

1) Три рассмотренные обобщенные структурные модификации ромбических механизмов позволяют получить множество различных вариантов схем, геометрия которых может характеризоваться двумя, четырьмя или пятью относительными параметрами и одной угловой.

2) Полученная систематика имеет важное теоретическое и практическое значение, позволяя ориентироваться в большом многообразии ромбических механизмов при их проектировании и исследовании.

3) Зависимости, полученные в результате кинематического анализа, дают возможность выполнить кинематический (геометрический) и динамический анализ и синтез асимметричных ромбических механизмов ДВПТ.

Список литературы

- [1]. Александров А.А., Павлихин Г.П. МГТУ им. Н.Э. Баумана: Решение проблем промышленной экологии // Экология и промышленность России. 2011. №4. С. 24–25.
- [2]. Уокер Г. Машины, работающие по циклу Стирлинга: пер. с англ. М.: Энергия, 1978. 152 с. [G.Walker. Stirling-cycle machines. Calgary: Clarendon Press, 1978.].
- [3]. Бреусов В.П., Куколев М.И., Яковлева С.Н., Абакшин А.Ю. Двигатели с внешним подводом теплоты // Двигателестроение. 2009. № 3. С. 41–44.
- [4]. Noel P. Nightingale. The development status of an automotive stirling engine // Automotive Engine Alternatives. US: Springer-Verlag. 1987. P. 125-142. DOI: 10.1007/978-1-4757-9348-2_5.
- [5]. Tursunbaev I.A., Orda E.P., Lezhebokov A.I., Korobkov A.P., Semyannikov A.I. Solar stirling engine rig test // Applied Solar Energy. 2010. № 3. P. 175–178. DOI: 10.3103/S0003701X10030047
- [6]. Кукис В.С., Куколев М.И., Костин А.И., Дворцов В.С., Ноздрин Г.А., Абакшин А.Ю. Перспективы улучшения характеристик двигателя Стирлинга // Двигателестроение. 2012. № 3. С. 3–6.
- [7]. Фролов К.В., Попов С.А., Мусатов А.К., Лукичев Д.М., Скворцова Н.А., Никоноров В.А., Савелова А.А., Петров Г.Н., Ремезова Н.Е., Акопян В.Н. Теория механизмов и машин: Учебник для втузов / под ред. К.В. Фролова. М.: Высш. шк. 1987. 496 с.
- [8]. Costea M., Feidt M., Petrescu S. Synthesis on stirling engine optimization. // Thermodynamic Optimization of Complex Energy Systems. Netherlands: Springer. 1999. № 69 (NATO Science Series). P. 403–410. DOI: 10.1007/978-94-011-4685-2_29
- [9]. Столяров С.П. К вопросу о системе регулирования двигателя Стирлинга изменением мертвого объема рабочего контура // Двигателестроение. 2004. №1. С. 15–17.
- [10]. Четвертаков В.А. Модульный двигатель Стирлинга // Двигателестроение. 2007. №3. С. 16–19.