

Особенности математического моделирования электрогидростатического привода

11, ноябрь 2015

Литвинов И. Е.^{1,*}, Тарасов О. И.¹, Щербачев П. В.¹

УДК: 62-932.4

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
*litvinovivan139@gmail.com

Введение

Электрогидравлические приводы (ЭГП) в настоящий момент широко используются для различных задач управления. Регулирование положения выходного звена таких приводов осуществляется несколькими способами – объёмным, дроссельным и комбинированным методами. Обзор преимуществ и недостатков этих способов проведён в работе [1]. Исследуемый в данной статье ЭГП аналогичен рассмотренному в работах [2], [3], [4] и предназначен для управления углом отклонения выходного звена (например, манипулятора робота). Регулирование и управление выходным звеном привода осуществляется за счёт изменения скорости вращения электродвигателя, приводящего в движение ротор насоса. Плюсами такого способа управления можно указать меньшие масса и габариты гидравлических устройств, полученные за счёт использования нерегулируемых насоса и гидродвигателя.

Особенностью работы исследуемого ЭГП является его работа на малых рассогласованиях. При работе в установившемся режиме вал насоса крутится с малой скоростью, обеспечивая подачу, равную расходам утечек и перетечек. При нагружении вала малым моментом возникает рассогласование, и в полостях гидродвигателя возникают колебания давления, вызванные неравномерностью подачи аксиально-поршневого насоса, которой в большинстве случаев пренебрегают.

Неравномерность подачи аксиально-поршневого насоса вызывается конечным числом поршней. При повороте ротора, каждый из поршней изменяет свое положение и совершает ход по гармоническому закону. Так как все поршни при своём движении делают свой вклад в общую подачу насоса, то подачи от отдельных поршней складываются [5]:

$$Q_H = Kq_H * w_H * \sum_{i=1}^z \sin\alpha_{pi}$$

где K_{qn} – коэффициент расхода [мЗ],

ω_n – угловая скорость вращения вала насоса [1/с],

α_{pi} – текущий угол поворота i -го поршня,

z – количество поршней.

Вследствие того, что половина хода (или оборота ротора насоса) уходит на режим всасывания, а другая половина – на режим нагнетания, то складываются только половины синусоид от каждого поршня. Таким образом, частота колебаний расхода (коммутационная частота) будет равна (в случае нечётного количества поршней) [6]:

$$f_q = \frac{z * \omega_n}{\pi}$$

График подачи при $z = 7$ показан на рисунке 1.

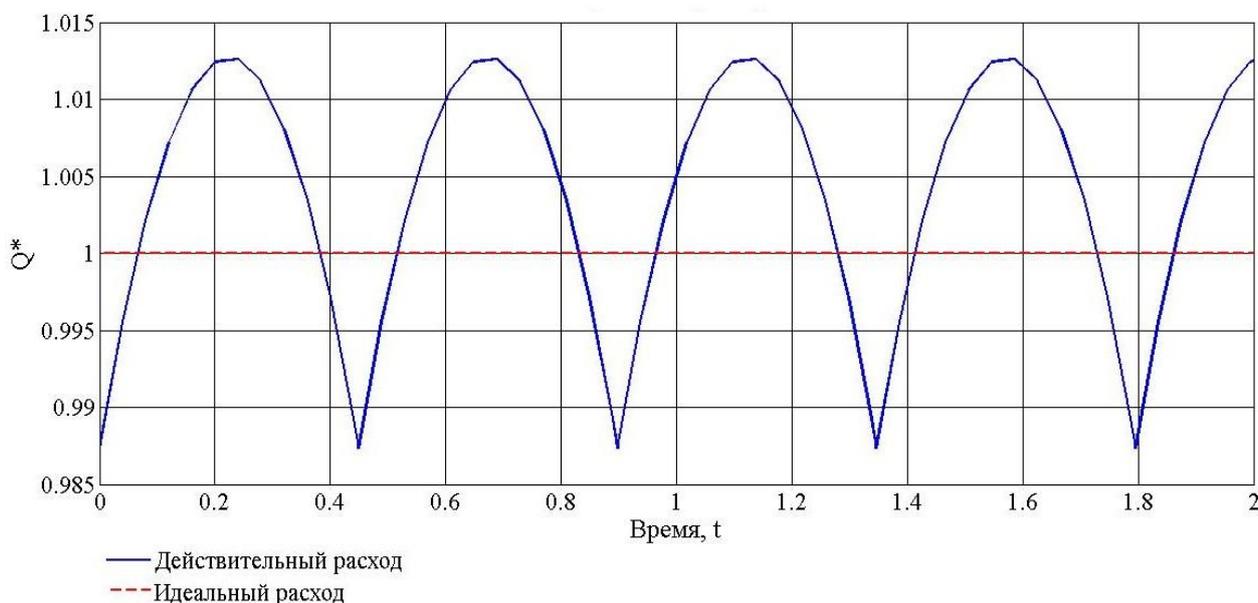


Рис. 1. График подачи аксиально-поршневого насоса при $z = 7$

В данной статье предлагается рассмотреть математическую модель ЭГП с учётом неравномерности подачи насоса и провести анализ влияния данного явления на работу привода.

Математическая модель привода и её верификация

Схема электрогидравлического привода, на основе которого были проведены численный и физический эксперименты, показана на рисунке 2.

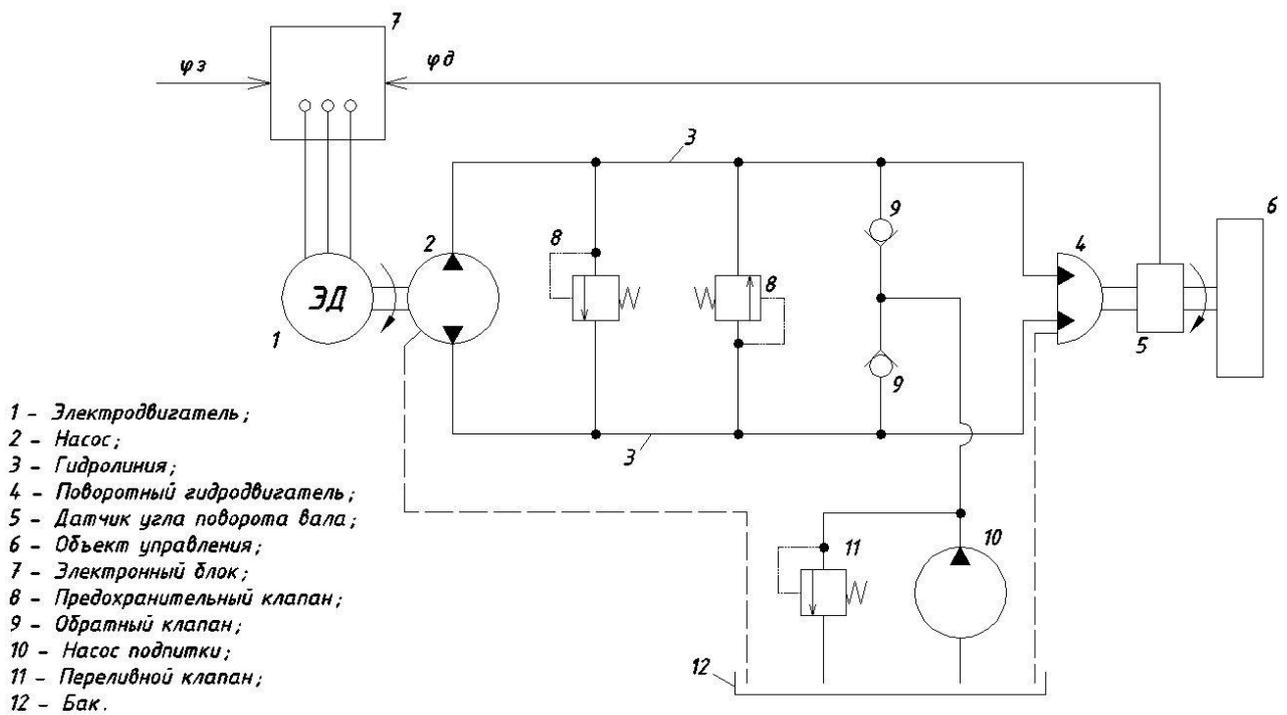


Рис. 2. Схема ЭГП

Для оценки влияния неравномерности подачи насоса необходимо составить математическую модель. Модель составлена на основе расчётной схемы, показанной на рисунке 3.

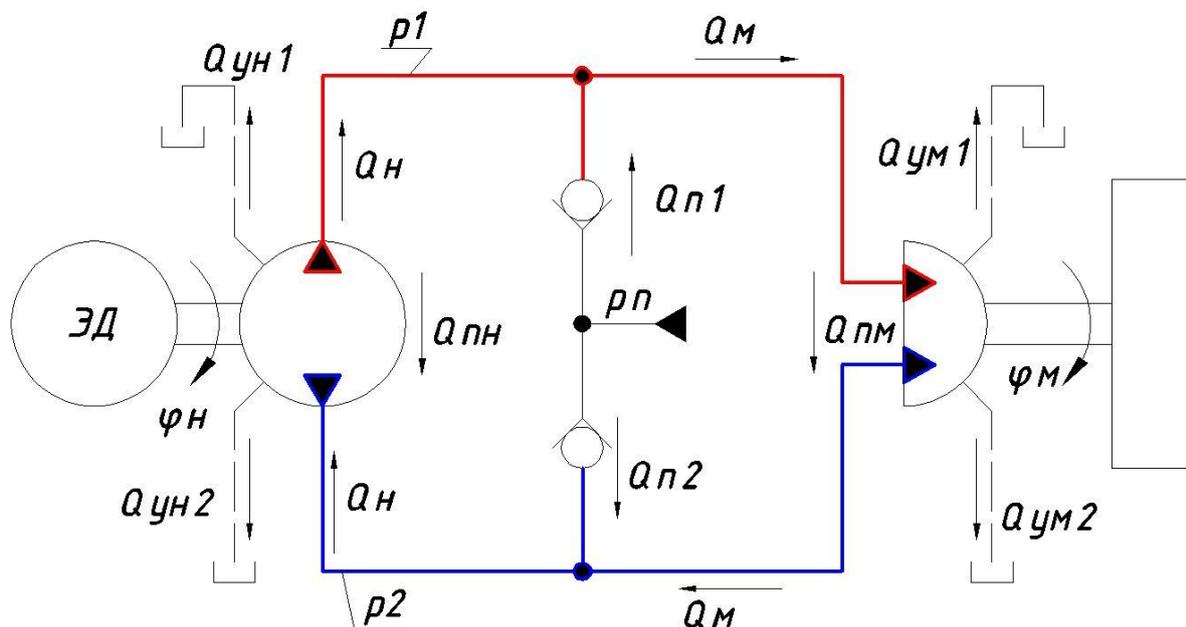


Рис. 3. Расчётная схема математической модели привода

Далее, для описания системы, будем условно разделять её на гидромеханическую (насос, гидромотор и т.д.) и электромеханическую (электродвигатель и регулятор) подсистемы. Численные значения коэффициентов уравнений заимствованы из работы [2].

Запишем уравнения, описывающие электромеханическую подсистему. Электродвигатель на реальной установке был выбран из каталога фирмы Махон – безколлекторный электродвигатель модели EC-4pole 32 с заявленной производителем мощностью 480 Вт.

Согласно методике, предлагаемой производителем [7], ток в обмотках электродвигателя вычисляется с учётом активного сопротивления, индуктивности обмоток и противо-ЭДС:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{1}{L} * \left(U_{\varepsilon} - I * R - K_{\text{ЭДС}} * \frac{d\varphi}{dt} \right) \quad (1)$$

где I [А] – ток в обмотках электродвигателя,

$R = 1,37$ [Ом] – активное сопротивление обмоток электродвигателя,

$K_{\text{ЭДС}} = 6,4 * 10^{-2}$ [В/рад*с] – коэффициент противо-ЭДС,

$L = 1,62 * 10^{-4}$ [Гн] – индуктивность обмоток электродвигателя,

U_{ε} [В] – напряжение, соответствующее сигналу рассогласования.

При этом учтём факт ограничения напряжения источника питания:

$$|U_{\varepsilon}| \leq U_{\text{max}}$$

где $U_{\text{max}} = 30$ В.

Момент, развиваемый электродвигателем:

$$M_{\text{Э}} = K_{\text{MI}} * I \quad (2)$$

где $K_{\text{MI}} = 6,07 * 10^{-2}$ [Н*м/А] – коэффициент, связывающий момент и ток.

Уравнение движения ротора электродвигателя вместе с приведённой инерцией вращающихся частей насоса:

$$\frac{d\varphi^2}{dt^2} = \frac{1}{J_c} * (M_{\text{Э}} - M_{\text{Н}} - M_{\text{трЭ}}) \quad (3)$$

где φ [град] – угол поворота вала электродвигателя и насоса (вследствие жёсткого соединения вала электродвигателя и насоса посредством муфты),

$J_c = 3,28 * 10^{-4}$ [кг*м²] – момент инерции на валу электродвигателя,

$M_{\text{Э}}$ [Н*м] – момент, развиваемый электродвигателем,

$M_{\text{Н}}$ [Н*м] – момент на валу насоса,

$M_{\text{трЭ}} = 1,6 * 10^{-2}$ [Н*м] – момент от сил трения в электродвигателе.

Теперь рассмотрим гидромеханическую подсистему и описывающие её уравнения. Скорость нарастания давления в каждой из полостей гидродвигателя и соответствующей линии пропорциональна алгебраической сумме втекающих и вытекающих расходов. Запишем для полости 1 и полости 2 уравнения, описывающие процесс изменения давления (тут же приведём уравнения расходов):

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{E}{V_1} * (Q_H + Q_{п1} - Q_{ун1} - Q_{ум1} - Q_{пм} - Q_{пн} - Q_M) \quad (4)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{E}{V_2} * (Q_M + Q_{п2} - Q_{ун2} - Q_{ум2} + Q_{пм} + Q_{пн} - Q_H) \quad (5)$$

$$Q_H = K_{qn} * w_H * \sum_{i=1}^z \sin \alpha_{pi}$$

$$Q_M = K_{qm} * w_M$$

$$Q_{п1} = \begin{cases} K_{п} * (p_{п} - p_1), & \text{если } (p_{п} - p_1) > 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$Q_{п2} = \begin{cases} K_{п} * (p_{п} - p_2), & \text{если } (p_{п} - p_2) > 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$Q_{ун1} = K_{ун} * p_1$$

$$Q_{ун2} = K_{ун} * p_2$$

$$Q_{ум1} = K_{ум} * p_1$$

$$Q_{ум2} = K_{ум} * p_2$$

$$Q_{пн} = K_{пн} * (p_1 - p_2)$$

$$Q_{пм} = K_{пм} * (p_1 - p_2)$$

где p_1 [Па] – давление в линии 1,

p_2 [Па] – давление в линии 2,

$E = 1,5 * 10^9$ [Па] – модуль упругости жидкости,

$V_1 = V_2 = V_0 = 1 * 10^{-5}$ [м³] – объём жидкости в линиях 1 и 2 вместе с присоединенными трубопроводами,

Q_H [м³/с] – подача насоса (насос на установке выбран из каталога фирмы Takako inc. – модель TFH-080 с рабочим объёмом 0,8 см³, рабочим давлением 21 МПа и общим к.п.д. $\eta = 0,85$),

Q_M [м³/с] – расход гидродвигателя,

$Q_{п1}$ и $Q_{п2}$ [м³/с] – расходы подпитки в линиях 1 и 2,

$Q_{пн}$ [м³/с] – расход перетечек в насосе,

$Q_{пм}$ [м³/с] – расход перетечек в гидромоторе,

$Q_{ун1}$ [м³/с] – расход утечек в насосе из линии 1,

$Q_{ун2}$ [м³/с] – расход утечек в насосе из линии 2,

$Q_{ум1}$ [м³/с] – расход утечек в гидромоторе из линии 1,

$Q_{ум2}$ [м³/с] – расход утечек в гидромоторе из линии 2.

$K_{qn} = 1,2732 * 10^{-7}$ [м³] – коэффициент подачи насоса

$K_{qm} = 1,3966 * 10^{-7}$ [м³] – коэффициент расход гидродвигателя,

$K_n = 1 * 10^{-5}$ [(м³/с)/Па] – коэффициент проводимости клапанов подпитки,

$K_{yh} = 5 \cdot 10^{-14} \text{ [(м}^3\text{/с)/Па]}$ – коэффициент утечек насоса,
 $K_{ym} = 1,27 \cdot 10^{-12} \text{ [(м}^3\text{/с)/Па]}$ – коэффициент утечек гидродвигателя,
 $K_{nh} = 5 \cdot 10^{-14} \text{ [(м}^3\text{/с)/Па]}$ – коэффициент перетечек насоса,
 $K_{nm} = 2,18 \cdot 10^{-12} \text{ [(м}^3\text{/с)/Па]}$ – коэффициент перетечек гидродвигателя,
 $w_n \text{ [1/с]}$ – скорость вращения вала насоса,
 $w_m \text{ [1/с]}$ – скорость вращения вала гидродвигателя.

Теперь вычтем из уравнения (4) уравнение (5) и введём обозначение $p_m = p_1 - p_2$:

$$\begin{aligned}
 \frac{dp_m}{dt} = & \frac{E}{V_0} * (2 * Q_n - 2 * Q_m + (Q_{п1} - Q_{п2}) - (Q_{yh1} - Q_{yh2}) - (Q_{ym1} - Q_{ym2}) - 2 * Q_{пм} - 2 * \\
 Q_{пн}) = & \frac{E}{V_0} * (2 * K_{qn} * w_n * \sum \sin \alpha_{pi} - 2 * K_{qm} * w_m - K_{п} * p_m - K_{yh} * p_m - K_{ym} * p_m - 2 * \\
 K_{пм} * p_m - 2 * K_{пн} * p_m) = & \frac{E}{V_0} * (2 * K_{qn} * w_n * \sum \sin \alpha_{pi} - 2 * K_{qm} * w_m - K_{\Sigma} * p_m) \quad (6)
 \end{aligned}$$

где $K_{\Sigma} = K_{п} + K_{yh} + K_{ym} + 2 * K_{пм} + 2 * K_{пн}$

Уравнение движения выходного звена, соединённого с валом гидродвигателя:

$$\frac{d\varphi_m^2}{dt^2} = \frac{1}{J_n} * \left(M_m - K_{в.тр.} * \frac{d\varphi_m}{dt} - M \right) \quad (7)$$

где $\varphi_m \text{ [град]}$ – угол поворота вала гидродвигателя,

$J_n = 1 \cdot 10^{-4} \text{ [кг*м}^2\text{]}$ – момент инерции нагрузки,

$M_m \text{ [Н*м]}$ – момент, развиваемый гидродвигателем,

$K_{в.тр.} = 8,77 \cdot 10^{-5} \text{ [Н*м/(рад/с)]}$ – коэффициент вязкого трения в гидродвигателе,

$M \text{ [Н*м]}$ – внешний момент, нагружающий выходное звено.

Таким образом, система полностью описывается системой уравнений (1), (3), (6), (7). Полученную математическую модель будем использовать для численного исследования динамики системы и дальнейших рассуждений.

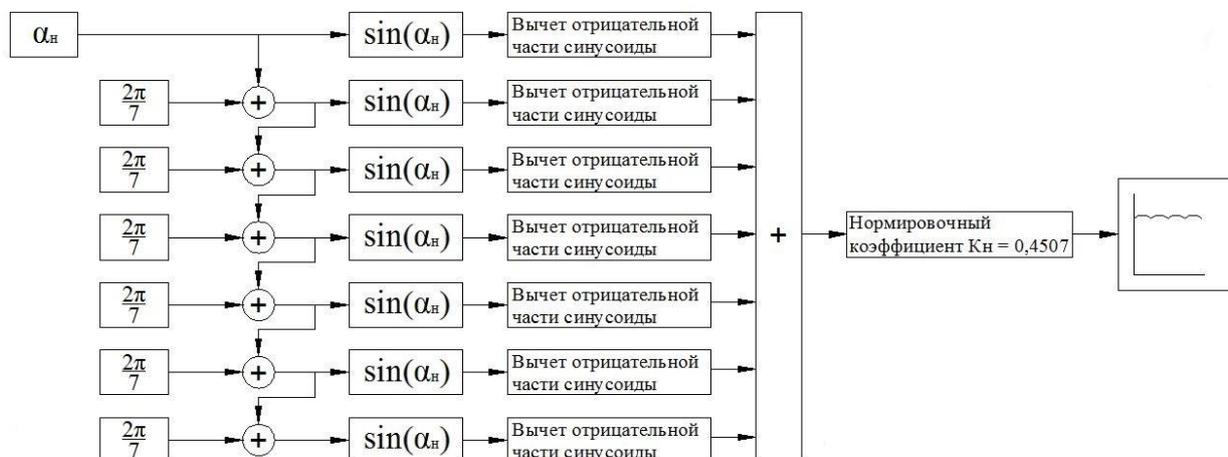


Рис. 4. Принципиальная схема блока неравномерности подачи насоса

Численное исследование проводилось в среде Matlab. Для построения модели привода в соответствии с принятыми выше математическими выражениями, кроме стандартных блоков, реализующих динамические процессы, был собран блок, с помощью которого в модель вводится неравномерность подачи насоса. Принципиальная схема этого блока показана на рисунке 4.

На основе экспериментальных данных была проведена верификация предложенной выше математической модели. Критерием сравнения была выбрана разница углов поворота ротора, полученных в ходе эксперимента и при численном моделировании. Варьируемые параметры – коэффициент усиления привода K_{yc} и коэффициент вязкого трения $K_{в.тр}$. Выбор параметров обусловлен следующим.

Коэффициент усиления реализован в системе управления электродвигателя. Сама система управления представляет собой достаточно сложный контур, включающий в себя множество обратных связей и формирователь ШИМ-сигнала. Так как данная система управления не представляет интереса в рамках данной статьи, а ее быстродействие существенно выше быстродействия остальной части системы, было решено представить её в виде коэффициента. Система управления электродвигателем данного привода показана в работе [4].

Расчёт коэффициента вязкого трения имеет примерный характер, так как в реальной системе действительное значение этого коэффициента рассчитать аналитически не представляется возможным, ввиду большого числа влияющих на его значение эффектов (например, действительные размеры зазоров и щелей и изменение вязкости масла при его нагреве). Поэтому, так как остальные параметры системы не несут такого вероятностного характера, верификация модели была проведена с вышеуказанными варьируемыми параметрами.

Математически метод сравнения, по которому проводится операция верификации можно описать следующим образом: при изменении варьируемых параметров в заданных интервалах считается сумма невязки (расхождение) переходного процесса реальной системы и верифицируемой.

$$\Delta_{сумм} = \sum_{i=0}^n \delta_i$$

На заданном поле возможных значений варьируемых параметров ведётся поиск точек, в которых критерий сравнения принимает экстремальные значения. В нашем случае – минимум:

$$\Delta_{сумм} = f(K_{yc}, K_{в.тр}) \rightarrow \min(\Delta_{сумм})$$

В результате, математическая модель ЭГП была верифицирована с удовлетворяющей точностью. Графики переходных процессов экспериментальной и верифицированной модели показаны на рисунке 5.

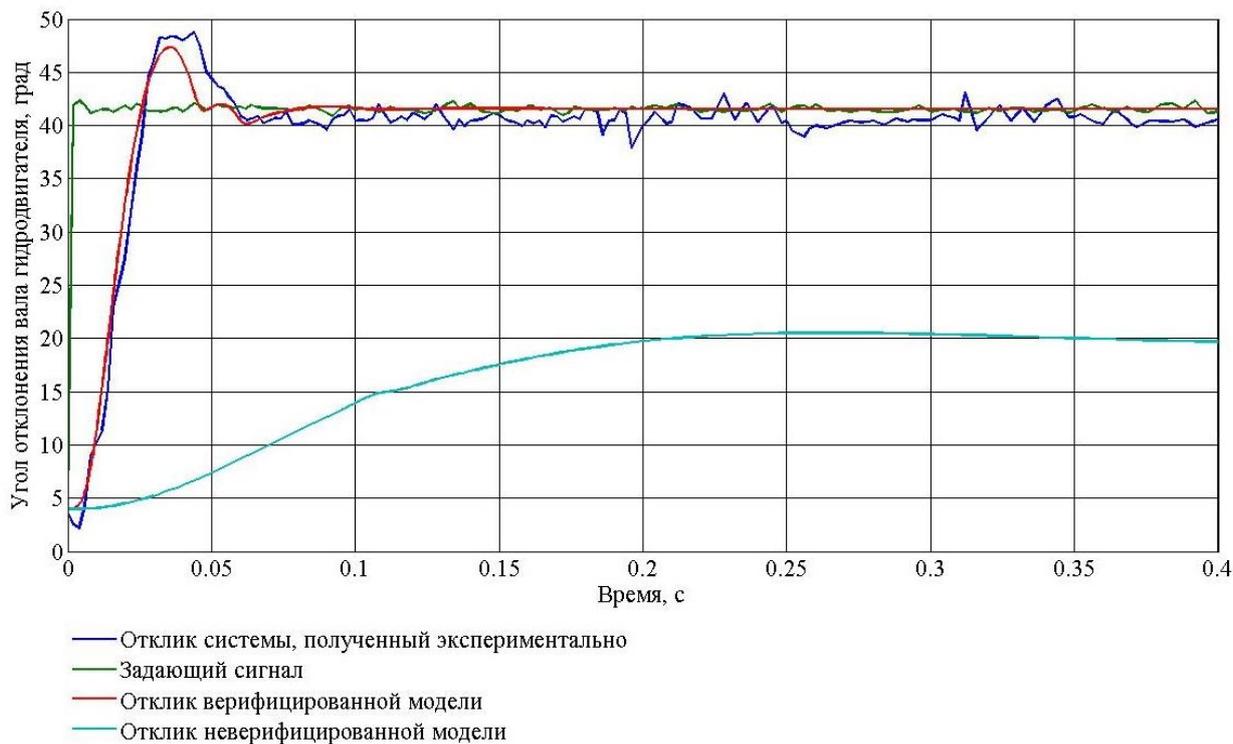


Рис. 5. Верификация математической модели ЭГП

Исследование влияния колебания подачи насоса на качество управления

Интересующий нас эффект был обнаружен на экспериментальной установке при подаче малых рассогласований на вал гидродвигателя (путём нагружения выходного вала малым моментом). Как видно на рисунке 6, на отфильтрованном сигнале с датчика угла видны отчетливые колебания вала с частотой около 27 Гц.

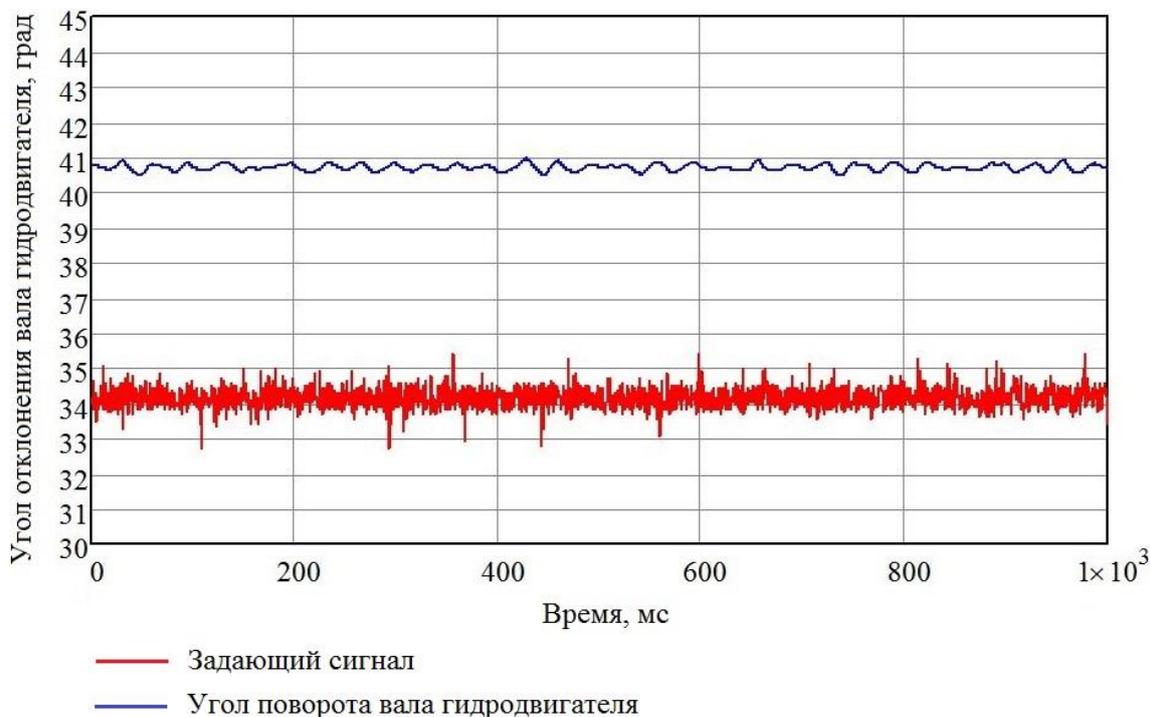


Рис. 6. Колебания вала двигателя, полученные в результате эксперимента

Укажем также на наличие статической ошибки, возникающей при прикладывании малого момента на выходной вал. В то же время, колебания той же частоты возникают и при численном эксперименте. Нагружающий момент прикладывается к выходному валу через 0.25 с после начала расчёта. Результаты расчёта показаны на рисунке 7.

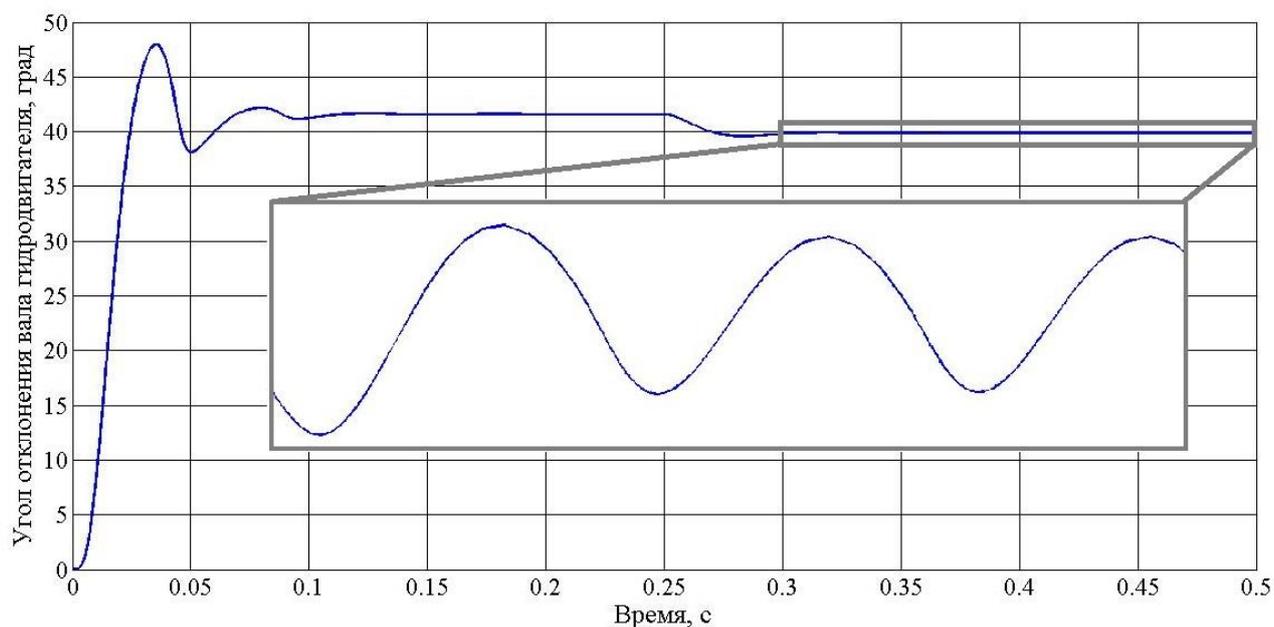


Рис. 7. Результаты численного эксперимента

Для наглядности покажем колебания вала, полученные в результате численного и физического эксперимента на одном графике (см. рисунок 8).

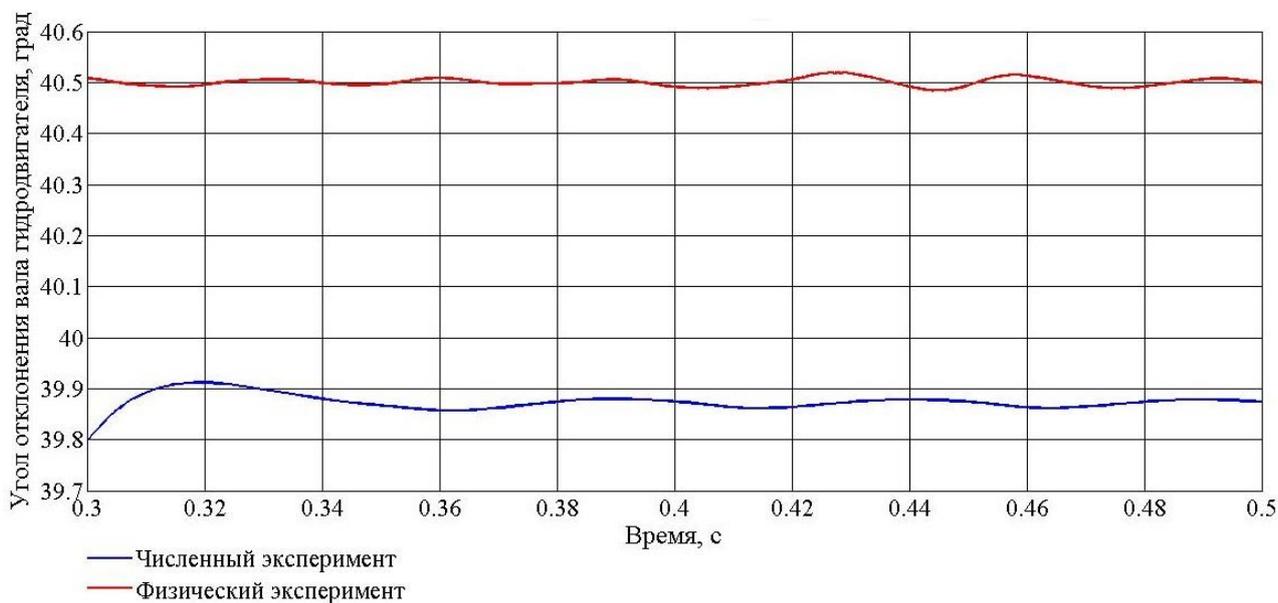


Рис. 8. Колебания вала гидродвигателя, полученные численным и физическим экспериментом

Следует отметить, что при отсутствии в модели блока неравномерности подачи в переходном процессе при малых рассогласованиях колебания тех же частот исчезают (см. рисунок 9).

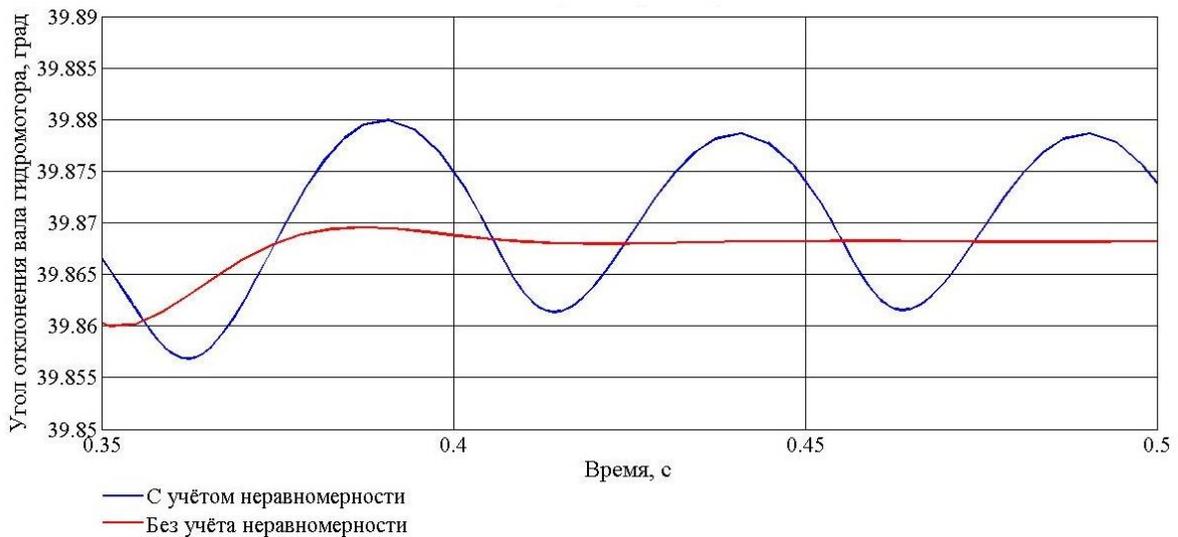


Рис. 9. Колебания вала гидродвигателя

Так как при малых рассогласованиях вал насоса выходит на режим постоянной скорости вращения, можно оценить теоретическую частоту колебаний подачи:

$$f_q = \frac{Z * W_H}{\pi} \cong 23,17 \text{ Гц}$$

Как можно заметить, при учёте неравномерности подачи насоса теоретические предположения и численный эксперимент согласуются с реальным поведением привода - под действием малого момента появляется статическая ошибка и колебания, связанные с неравномерностью подачи насоса. При этом указанные колебания не являются единственными шумами в системе, так как колебания малых частот проявляются вне зависимости от наличия блока учёта неравномерности подачи.

Таким образом, было показано, что при некоторых условиях на работу следящего привода начинает оказывать влияние неравномерность подачи насоса. Для устранения влияния этого эффекта предлагается использовать чувствительный ПИД-регулятор, реагирующий на наличие внешнего момента нагрузки на валу гидродвигателя. На рисунке 10 показаны графики переходных процессов привода с регулятором и без.

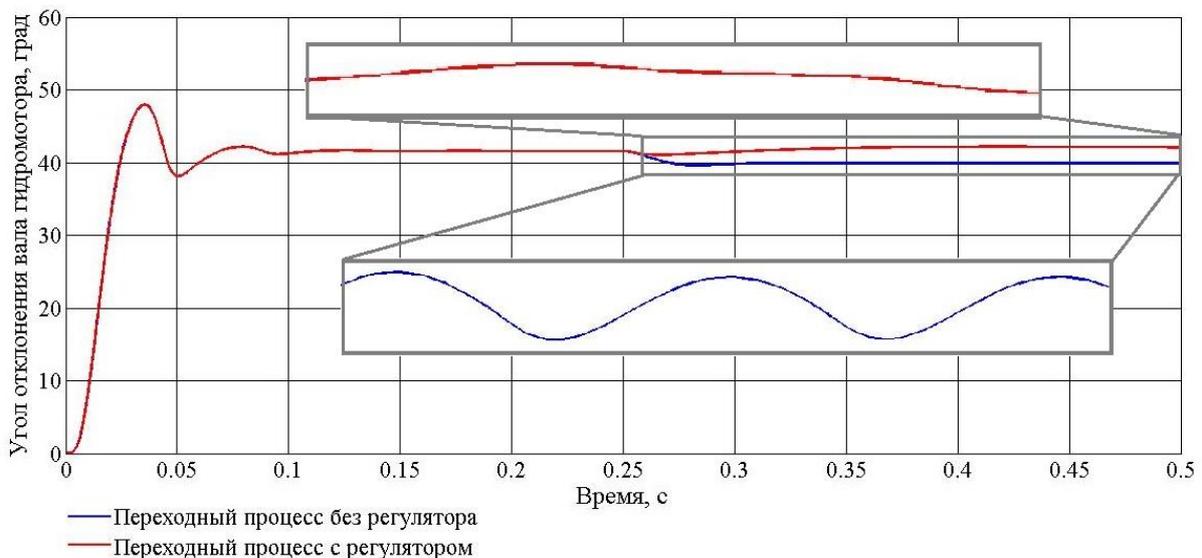


Рис. 10. Переходные процессы

Заключение

Анализируя полученные результаты, можно заключить, что в отдельных случаях при моделировании работы электрогидростатического привода недостаточно описывать насос пропорциональным звеном. Учет неравномерности подачи насоса оказывает значительное влияние на получаемые результаты моделирования. Это особенно важно при исследовании работы привода на малых рассогласованиях. Полученный эффект заметен как при численном моделировании, так и при работе реального устройства. Для уменьшения влияния неравномерности подачи насоса на качество характеристик привода можно использовать ПИД-регулятор. Правильно настроенный на математической модели регулятор позволяет не только минимизировать статическую ошибку по положению выходного звена привода, но существенно снизить его колебания, вызванные работой насоса на малой частоте вращения.

Список литературы

- [1]. Селиванов А.М. Автономный электрогидравлический рулевой привод с комбинированным регулированием скорости выходного звена // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17. № 3. С. 37 – 41
- [2]. Семёнов С.Е., Щербачёв П.В., Тарасов О.И. Энергоэффективность электрогидравлического привода в динамическом режиме // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 6. Режим доступа: <http://www.science-education.ru/120-16374> (дата обращения: 26.10.2015)
- [3]. Щербачёв П.В., Тарасов О.И. Сравнительная характеристика малогабаритных гидравлической и механической передач // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 6. Режим доступа: <http://www.science-education.ru/120-16352> (дата обращения: 26.10.2015)
- [4]. Тарасов О.И., Щербачёв П.В. Разработка системы управления индукторным электродвигателем в следящем приводе на основе регулируемой гидрообъемной передачи // Наука и образование. Электрон. журн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. № 12. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/744130.html> (дата обращения: 26.10.2015). DOI: [10.7463/1214.0744130](https://doi.org/10.7463/1214.0744130)
- [5]. Башта Т.М., Руднев С.С., Некрасов Б.Б., Байбаков О.В., Кирилловский Ю.Л. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник для машиностроительных вузов. 4-е изд., стер., перепеч. со второго издания 1982 г. М.: Издательский дом Альянс. 2010. 423 с.
- [6]. Прокофьев В.Н., Данилов Ю.А., Кондаков Л.А. и др. Аксиально-поршневой регулируемый гидропривод / Под ред. д.т.н., проф. Прокофьева В.Н. М.: Машиностроение. 1969. 496 с.

[7]. Motor data and operating ranges of maxon DC motors. // Сайт Maxon motor. 2010.
Maxon motor ag. Sachseln. Switzerland. Режим доступа:
http://www.maxonmotor.com/medias/sys_master/root/8798985682974/maxonMotorData-Handouts.pdf (дата обращения: 15.10.2015)