

УДК 621.92

**Имитационная динамическая модель процесса
шлифования сложнопрофильных деталей.
Расчет сил шлифования и моделирование
динамики обработки**

Киселёв И. А.^{1,*}, Воронов С. А.¹,
Ширшов А. А.¹, Иванов И. И.¹

^{*}i.a.kiselev@yandex.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе изложена расчетно-экспериментальная методика определения коэффициентов модели сил резания при шлифовании с использованием алгоритма Нелдера-Мида. На примере линейной модели, в которой силы шлифования являются функцией толщины срезаемого слоя, определены коэффициенты модели сил резания, которые в свою очередь зависят от геометрических параметров абразивных зерен и определяются разработанной авторами методике с использованием алгоритма Нелдера-Мида. Для определения коэффициентов используются экспериментальные данные измерений сил резания при плоском шлифовании тестовой детали. Коэффициенты модели идентифицируются сравнением с расчетными данными при моделировании шлифования инструментом с равномерно распределенными абразивными зернами с треугольной формой режущей кромки. С использованием найденных коэффициентов проведено моделирование динамики шлифования на примере обработки консольной пластины поперечными проходами шлифовального круга на разном расстоянии от зоны закрепления заготовки. При некоторых выбранных технологических параметрах шлифования был отмечен автоколебательный процесс, сопровождающийся высоким уровнем вибраций. Показано, что интенсивность развивающегося при обработке автоколебательного процесса зависит от жесткости детали и задаваемых режимов обработки. Результаты моделирования могут быть использованы для проектирования технологических процессов обработки шлифованием сложных деталей.

Ключевые слова: шлифование, силы, вибрации, модель поверхности, алгоритм геометрического моделирования

Введение

Моделирование динамики процесса шлифования сложнопрофильных деталей требует применения специализированных имитационных моделей. Как было показано в предыдущих работах [1,2] имитационная модель может состоять из следующих взаимосвязанных блоков: геометрической модели инструмента, геометрической модели

обрабатываемой поверхности, алгоритма геометрического моделирования процесса шлифования, модели сил шлифования, а также моделей динамики инструмента и обрабатываемой детали. В работе [1] представлена структура имитационной модели шлифования в видении авторов. Работа [2] содержит описание алгоритма геометрического моделирования, моделей инструмента и обрабатываемой детали.

В настоящей работе представлено детальное описание модели сил шлифования, а также методики расчетно-экспериментального определения ее коэффициентов, представлены некоторые результаты экспериментальных исследований. В заключении приводится пример расчета динамики процесса обработки шлифованием на модельной задаче.

1. Модель сил шлифования

Предлагаемая авторами модель сил резания при шлифовании [2] предполагает что, результирующая сила резания определяется из рассмотрения взаимодействия каждого абразивного зерна, находящегося в контакте с обрабатываемой поверхностью. При этом необходимо анализировать его условия взаимодействия с учетом того, что в предыдущие моменты времени выбранная область поверхности была сформирована предшествующими абразивными зернами. Модель сил шлифования задает соответствие между силами резания, действующими на отдельное абразивное зерно и параметрами геометрии слоя материала, срезаемого зерном. В литературе применяются различные подходы к построению моделей сил резания [3-7]. В настоящей работе, без нарушения общности остального подхода к моделированию процесса обработки, используется наиболее простая линейная модель (1) сил резания [5], в которой усилие резания является функцией геометрических параметров зерна и пропорциональна площади срезаемого слоя. Модель (1) применяется для расчета сил резания при различных видах обработки резанием [5]. Радиальную F_{rj} и касательную F_{tj} составляющие силы резания, приходящуюся на каждое зерно j соответственно представим в виде:

$$F_{rj} = K_{re}dS_j + K_{rc}a_jh_j(t); \quad F_{tj} = K_{te}dS_j + K_{tc}a_jh_j(t), \quad (1)$$

где dS_j - длина линии контакта j -ого элементарного отрезка режущей кромки с обрабатываемой поверхностью,

a_j - характерная ширина зерна;

$h_j(t)$ - толщина срезаемого слоя для центральной точки зерна;

K_{te}, K_{re} - коэффициенты модели сил резания, характеризующие трение между зерном и обрабатываемой поверхностью.

K_{tc}, K_{rc} - коэффициенты модели сил резания в окружном и радиальном направлении соответственно, определяющие зависимость от толщины срезаемого слоя.

Как видно из приведенных зависимостей, на основе экспериментальных данных требуется определить 4 коэффициента. Эти коэффициенты будут отличаться для различных обрабатываемых материалов в зависимости от геометрии зерен инструмента. В литературе чаще используют эмпирические зависимости сил резания от режимов обработки, которые также требуют проведения трудоемких экспериментов.

Трудность при определении коэффициентов заключается в том, что в процессе шлифования резание осуществляется одновременно большим количеством случайным образом расположенных зерен и отсутствует возможность напрямую измерить компоненты силы резания, определяемые выражениями (1) в отличие, например, от точения, где резание осуществляется одной режущей кромкой, неподвижной относительно датчика силы. Для процесса шлифования возможен замер только усилий резания, приведенных к системе координат детали (эксперимент в данном случае представляет собой обработку детали простой формы, закрепленной на динамометре). Переход от усилий, определяемых выражениями (1), для отдельного зерна, к компонентам равнодействующей сил шлифования в зоне обработки состоит из операций поворота на различные углы для каждого зерна и последующего суммирования (выражение (4) в [2]). Кроме того, необходим учет податливости технологической системы и локальной податливости шлифовального круга для учета выхаживания, проявляющегося в том, что при шлифовании за один проход инструмента снимается не весь припуск на обработку из-за упругих отжатый системы. При последующих повторных проходах шлифовального круга постепенно снимается оставшаяся часть припуска, при этом силы шлифования убывают от прохода к проходу. Вследствие описанных выше особенностей аналитическое определение коэффициентов модели сил шлифования по результатам экспериментов в общем случае является затруднительным.

2. Определение коэффициентов модели сил шлифования по результатам экспериментов.

Для определения коэффициентов модели сил шлифования в настоящей работе использован широко известный в теории оптимизации алгоритм Нелдера-Мида [8], который позволяет определять локальный минимум функции нескольких переменных.

Для его использования при определении коэффициентов модели сил шлифования необходимо записать функцию ошибки $F_{err} = f(K_{rc}, K_{tc}, K_{re}, K_{te})$, которая определяется как отклонение расчетных значений усилий от соответствующих экспериментальных значений. Расчетные значения усилий определяются при заданном наборе коэффициентов сил резания с помощью численной модели, изложенной ранее [1,2]. В настоящей работе предлагается использовать следующую функцию ошибки:

$$F_{err} = \max_{i=1}^{N_{ep}} (\max_{j=x,y,z} ((F_{j-\text{exp},i}^{\text{ampl}} - F_{j-\text{calc},i}^{\text{ampl}})^2)) \quad (2)$$

где $F_{j-\text{exp},i}^{\text{ampl}}$ - амплитудное значение усилия резания по направлению оси j датчика силы, полученное в i -м эксперименте.

$F_{j-\text{calc},i}^{\text{ampl}}$ - амплитудное значение усилия резания по направлению оси j датчика силы, полученное в численном эксперименте для сочетания технологических параметров системы соответствующего i -му эксперименту и зависящее от текущих значений коэффициентов модели сил резания.

N_{ep} - количество экспериментов с различными уровнями подачи или радиальной глубины резания.

Метод Нелдера-Мида обеспечивает определение только локального минимума функции F_{err} . Для определения глобального минимума требуется многократно запускать алгоритм Нелдера-Мида с различными начальными приближениями к коэффициентам модели сил резания, генерируемыми случайным образом из наперед заданного диапазона. После достаточного количества запусков удастся достичь приемлемых минимальных значений F_{err} , соответствующих низкой погрешности определения коэффициентов модели сил резания. Последнее означает, что при найденных значениях коэффициентов модель аппроксимирует использованные для ее настройки экспериментальные значения сил шлифования со средне квадратичным отклонением не превышающим F_{err} .

Кроме того, метод Нелдера-Мида является безусловным, т.е. не допускает ограничений на область допустимых значений параметров. Для того, чтобы при решении поставленной задачи коэффициенты сил резания не принимали отрицательные значения был применен искусственный прием: как только на некоторой итерации метода Нелдера-Мида хотя бы один из коэффициентов принимает отрицательное значение функции ошибки F_{err} присваивается некоторое весьма большое число (превышающее возможные реальные значения данной функции). Поскольку алгоритм направлен на минимизацию функции F_{err} , то при использовании указанного приема шаг метода в сторону отрицательных значений параметров будет воспринят как крайне неудачный. Таким образом, удастся избежать появления отрицательных коэффициентов сил резания на итерациях.

3. Постановка и результаты эксперимента по определению сил шлифования для настройки модели.

Схема эксперимента по определению коэффициентов модели сил шлифования при обработке плоской титановой пластинки шлифовальным кругом **ПП 210×32×76 25А 40П СТ1 5 К5** (диаметр круга 210 мм с объемным содержанием зерен 52%, средний размер которых 400мкм) приведена на рис.1.

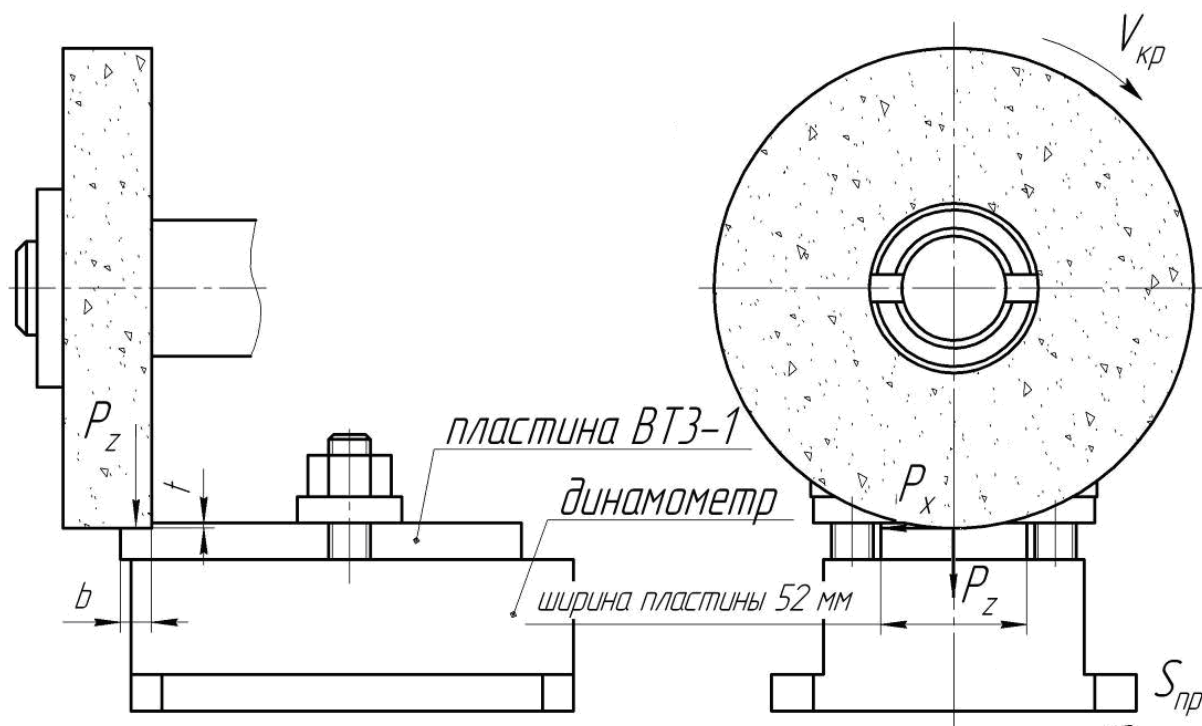


Рис.1 – Схема эксперимента по определению сил резания

В процессе эксперимента заготовка должна быть закреплена на датчике силы, как показано на рисунке 1. В настоящей работе применялся динамометр Kistler 9257B. Каждый эксперимент состоял не менее чем из 3-х двойных (прямое и возвратное движение стола) проходов. На рисунке 1 показаны компоненты силы шлифования, действующей на инструмент. Измерение сил шлифования осуществляется в системе координат динамометра, показанной на рисунке 1 буквами X,Z. В системе координат датчика здесь и далее в настоящей статье силы шлифования обозначены через F_x , F_z , и имеют отрицательные значения при выбранной постановке эксперимента. На рисунке 2 представлены результаты измерения сил шлифования при четырех прямых и трех возвратных движениях стола шлифовального станка. Приведенные графики иллюстрируют эффект выхаживания (постепенное снижение сил шлифования по мере снятия части припуска с каждым новым проходом – о чем было упомянуто выше). На рисунке 2, в отличие от остальных рисунков в данной работе, знак силы F_z изменен на положительный намеренно, в целях большей наглядности иллюстрации. Также рисунок 2 содержит графики средних значений компонент силы резания за каждый проход.

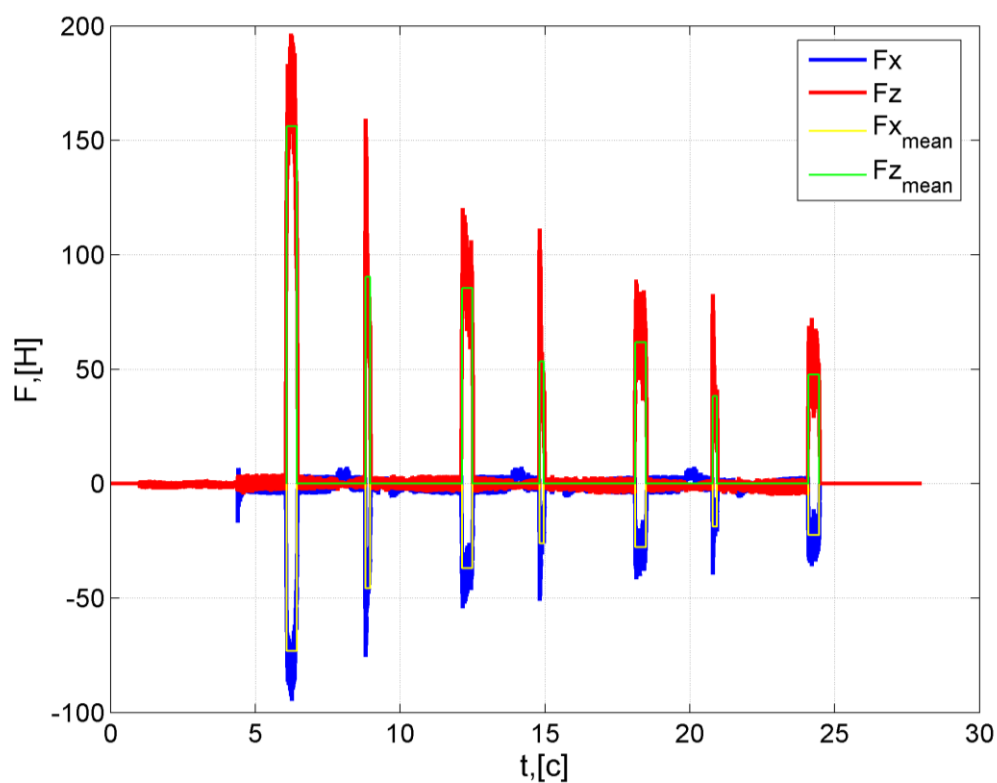


Рис.2 – Экспериментальная зависимость сил шлифования от времени при выхаживании

На рис.3 в увеличенном масштабе приведены результаты измерения сил за первый проход при глубине шлифования 10 мкм и подаче 7,8 м/мин. Показан принцип осреднения значения усилия за проход, кроме того можно видеть случайную составляющую сил шлифования.

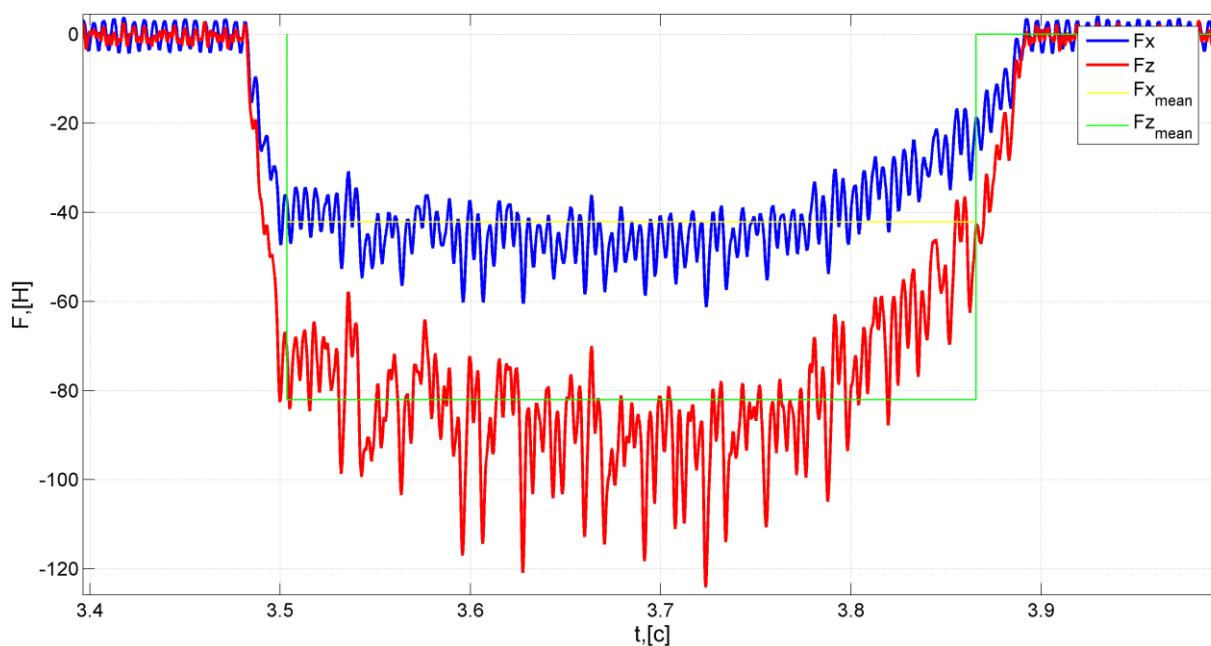


Рис.3 - Экспериментальная зависимость усилий шлифования за один проход

В табл.1 представлены результаты эксперимента, использовавшиеся при настройке численной модели, в виде зависимости среднего усилия за первый проход от технологических параметров – скорости подачи и радиальной глубины шлифования. Частота вращения шлифовального круга во всех экспериментах была одинакова и равна 1500 об/мин.

Таблица 1 – Зависимость от технологических параметров компонент среднего усилия шлифования за первый проход

№ режима	Скорость подачи s , м/мин	Глубина шлифования t , мкм	Окружная составляющая сил шлифования F_x , Н	Радиальная составляющая сил шлифования F_z , Н
1	7.8	10	-42	81
2	7.8	20	-47	99
3	7.8	30	-64	131
4	7.8	40	-73	156
5	15.6	10	-42	89
6	15.6	20	-51	92
7	15.6	30	-72	150
8	15.6	40	-95	220
9	31.2	10	-48	108
10	31.2	20	-72	123
11	31.2	30	-99	234
12	31.2	40	-110	255

4. Моделирование сил шлифования

В соответствие с методикой, описанной в предыдущих статьях [1,2], была разработана модель шлифовального круга и обрабатываемой поверхности для тестового примера, расчетная схема которого показана на рисунке 4.

В качестве тестового примера рассматривается обработка цилиндрическим шлифовальным кругом пластины с прямоугольным сечением. Модель шлифовального круга содержит в своем составе приблизительно 31000 зерен. В данном случае, в качестве примера, была выбрана форма зерна в виде треугольного острия (для более точного моделирования следует использовать модель зерен с огранкой и случайным распределением параметров, как описано выше в разделе, посвященном модели инструмента).

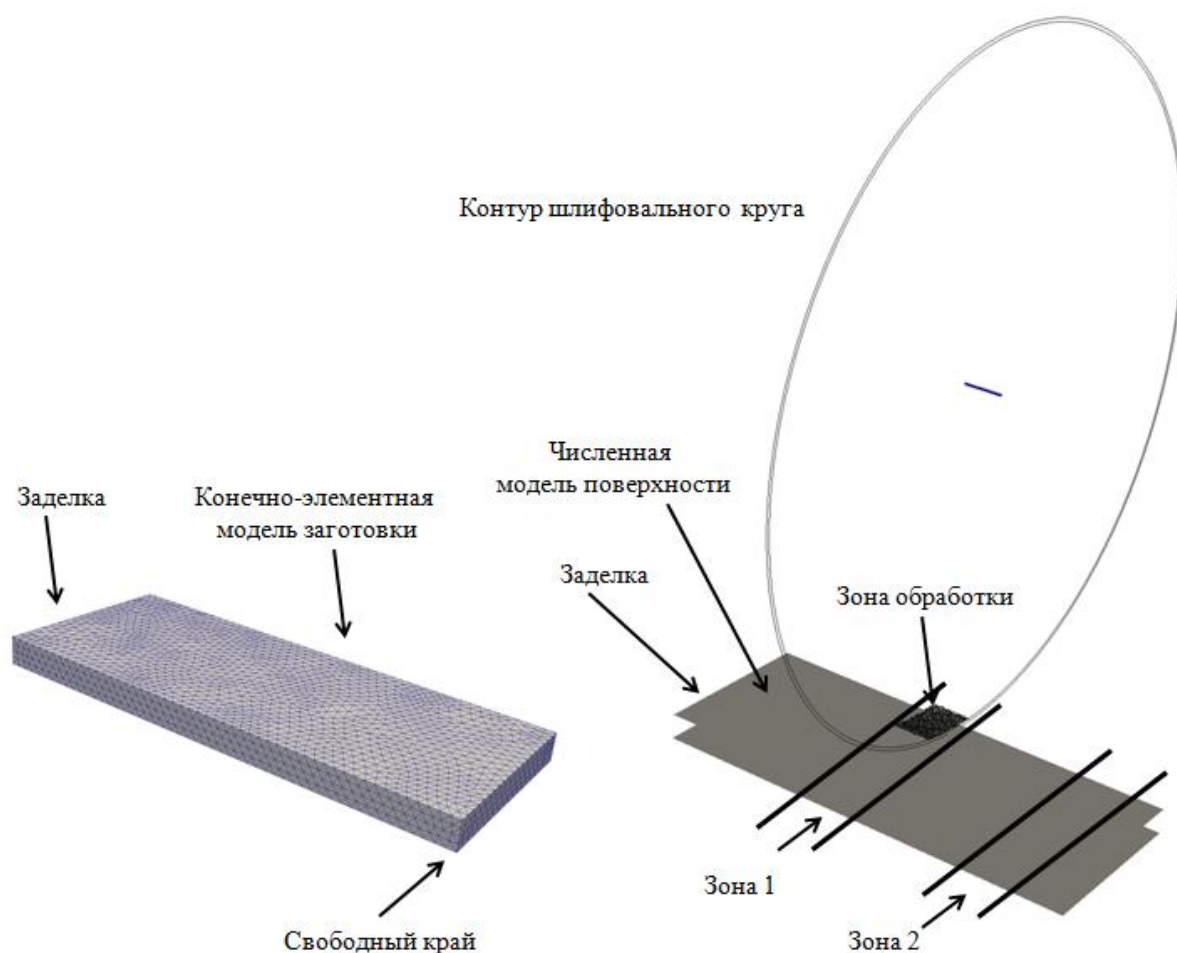


Рис. 4 – Схема тестовой обработки пластины

На первом этапе моделирования требуется определить коэффициенты модели сил шлифования по методике, описанной выше. В экспериментах по определению сил шлифования тестовая пластина была жестко закреплена на датчике силы. Поэтому при определении коэффициентов модели сил шлифования в качестве жесткости крепления пластины в расчете используется паспортное значение жесткости динамометра. Характерные результаты моделирования обработки, полученные при одном из сочетаний технологических параметров, представлены на рис. 5 и 6. На рис. 5 с сильным увеличением показан фрагмент зоны обработки поверхности со случайным расположением зерен, режущие кромки которых выделены черным цветом. Обработанная поверхность показана более светлой по сравнению с необработанной. Для некоторых зерен, расположенных на переднем плане, красным цветом показана глубина внедрения, соответствующая толщине срезаемого слоя зерна. Каждому зерну соответствует своя толщина срезаемого слоя, при этом некоторые зерна не участвуют в процессе резания из-за своего расположения на поверхности круга и из-за того, что ранее данный участок поверхности обрабатывался другими зернами, и часть материала поверхности уже

удалена. Некоторые из таких зерен помечены на рис.5 точкой, расположенной на верхней поверхности зерна.

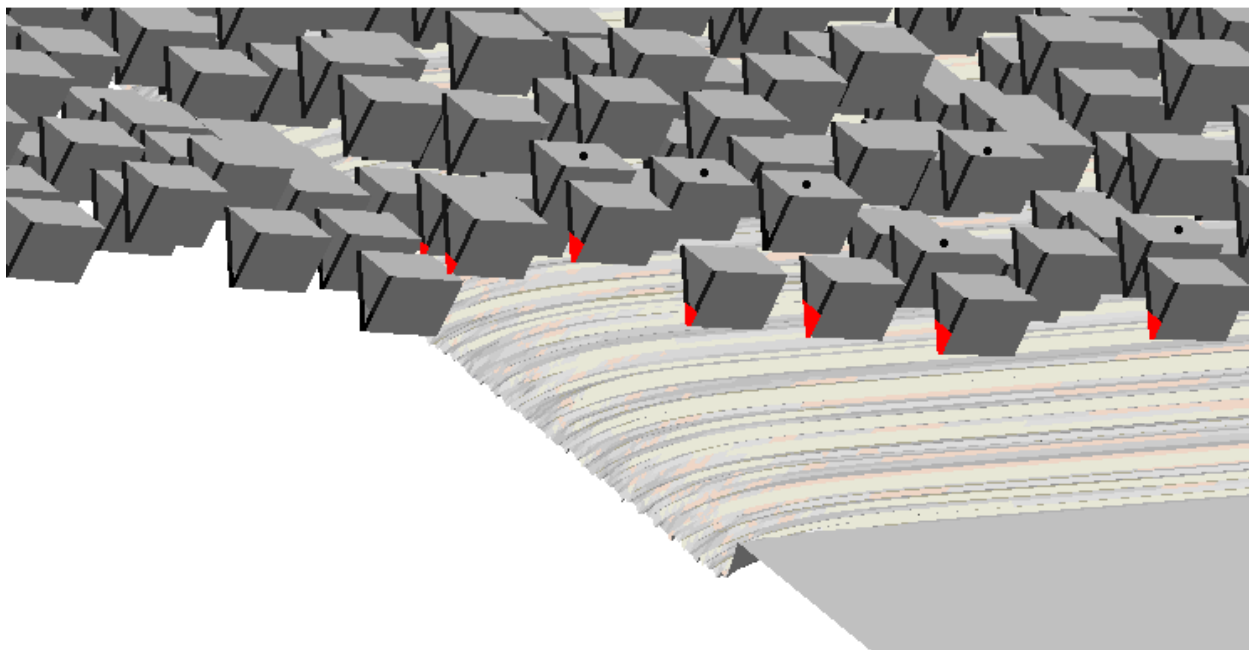


Рис. 5 – Фрагмент зоны шлифования в увеличенном масштабе

На рис. 6 показан остаточный микрорельеф поверхности детали после 3-х проходов инструмента. Видно, что на выходной кромке из-за уменьшения радиального усилия и, как следствие, уменьшения отжима инструмента толщина срезаемого слоя несколько увеличивается.

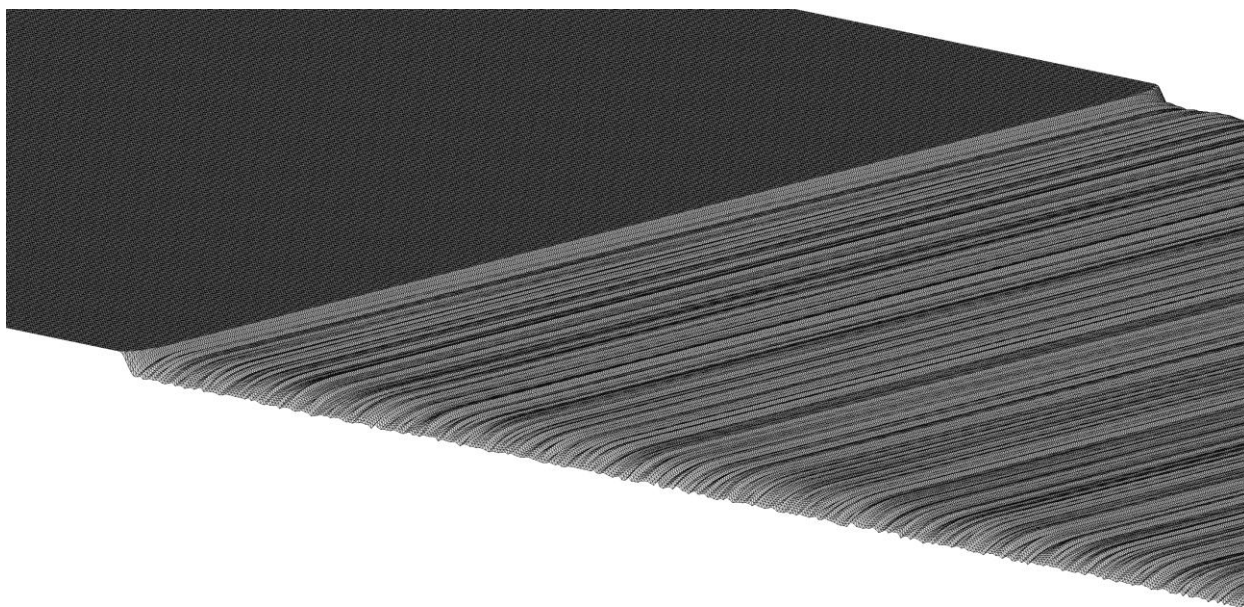


Рис. 6 – Вид поверхности детали после 3х проходов инструмента

Характерный вид зависимости сил шлифования от времени, получаемый при описанном выше моделировании представлен на рисунке 7. Слева показано постепенное снижение сил шлифования от прохода к проходу, что качественно соответствует результатам эксперимента, а справа – изменение сил в пределах первого прохода иллюстрирующее случайную составляющую сил шлифования.

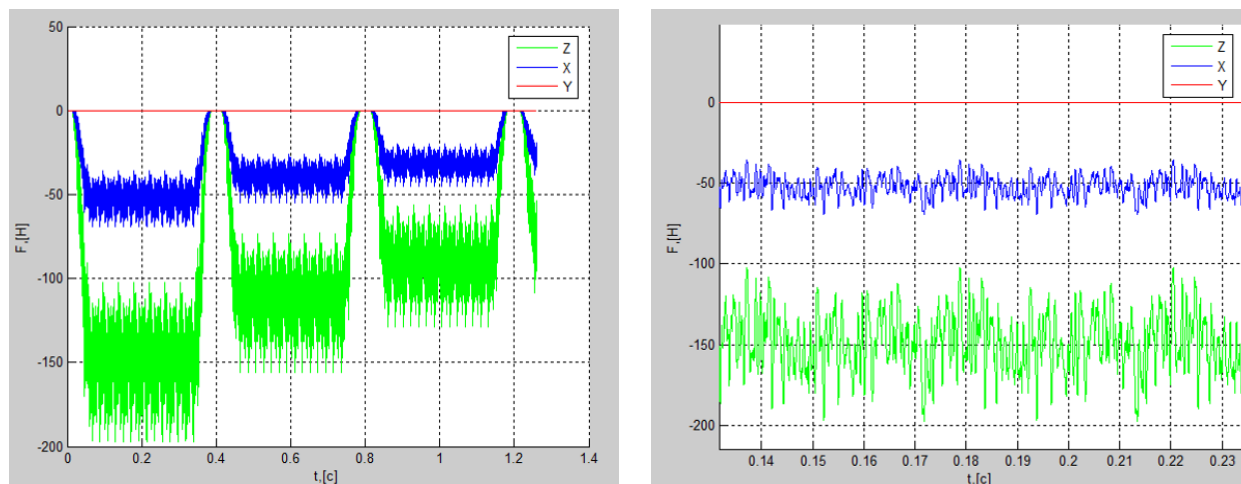


Рис. 7 – Расчетные силы шлифования при параметрах режима обработки № 7

Для определения коэффициентов модели сил резания (1) экспериментальные значения усилий шлифования, приведенные в таблице 2, были использованы для составления функции ошибки (2) в алгоритме автоматического подбора коэффициентов. В результате 25 запусков алгоритма с различными начальными приближениями для коэффициентов модели сил шлифования были получены искомые значения коэффициентов, удовлетворительно аппроксимирующие экспериментальные данные. В табл. 2 для сравнения представлены запуски алгоритма с тремя минимальными и тремя максимальными значениями функции ошибки, и соответствующие ему значения коэффициентов модели сил резания.

Таблица 2 – Некоторые результаты работы расчетно-экспериментальной методики определения коэффициентов модели сил резания

№ запуска	K_{rc}	K_{tc}	K_{re}	K_{te}	$Ferr$	Качество
1	4793	1027	296	17	221	хор.
2	3636	5124	279	0,2	106018	неуд.
13	4748	1102	296	16	171	хор.
15	4922	1351	293	11	159	ОТЛ
19	1	6096	310	0	99661	неуд.
20	6588	5729	200	1	176431	неуд.

Как видно из таблицы 3, в большинстве случаев алгоритму не удается минимизировать функцию ошибки в достаточной степени, и только при некоторых сочетаниях параметров модели сил резания удается добиться погрешности определения усилий около 5-10%. Для проведения динамических расчетов следует выбирать сочетание

коэффициентов модели сил резания, обеспечивающее минимальное значение F_{err} (вариант № 15).

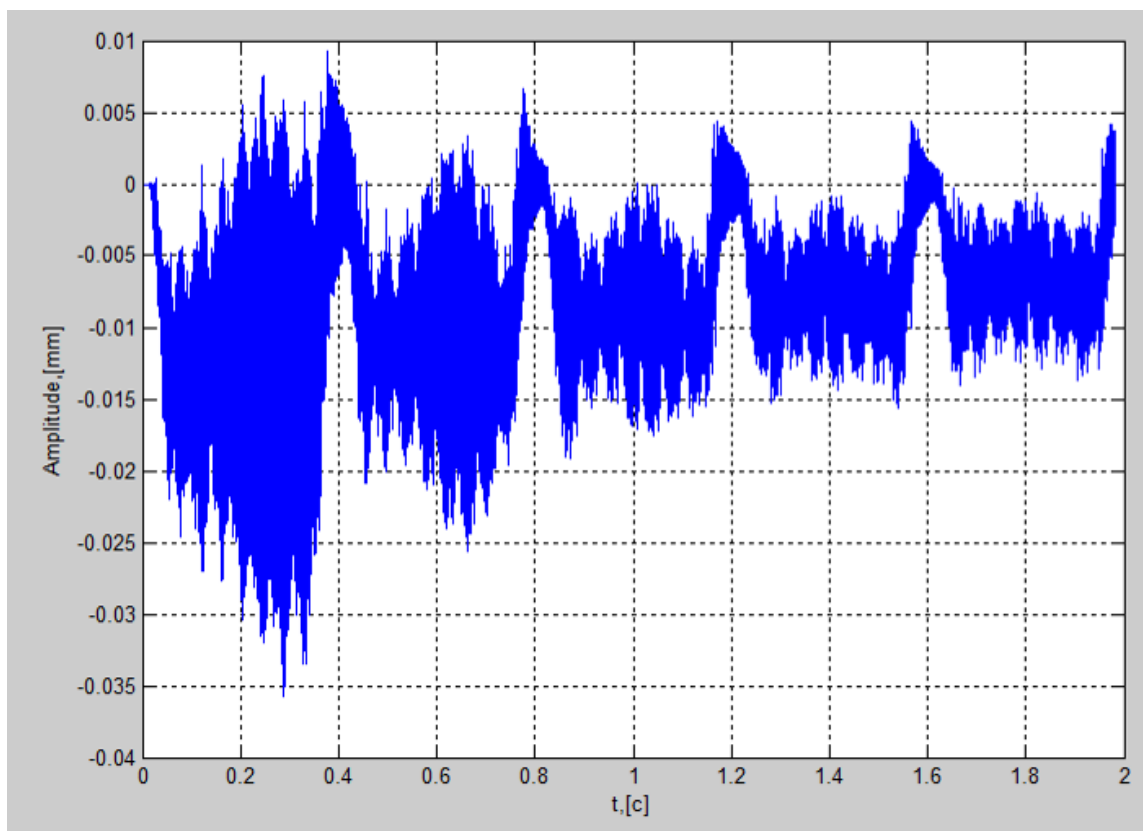
Моделирование динамики шлифования

Моделирование динамики шлифования осуществлялось на примере шлифования консольной пластины поперечными строчками на разном расстоянии от заделки. Для моделирования движения детали была построена ее динамическая конечно-элементная модель (рис. 4) и определены собственные частоты и формы колебаний в соответствии с методикой, приведенной в нашей работе [2].

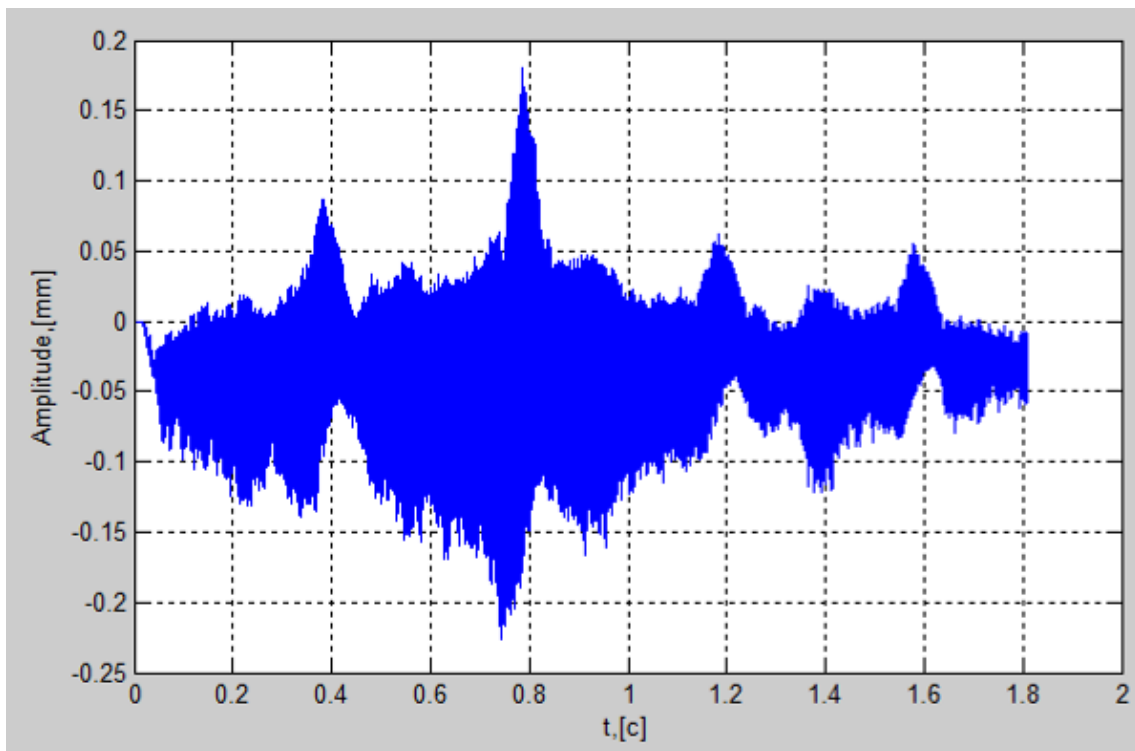
Была использована линейная модель сил резания с коэффициентами, определенными, как было описано выше, согласно запуску № 15 (см. табл.3) алгоритма определения коэффициентов (табл. 3).

Моделирование шлифования с учетом влияния динамики обрабатываемой детали на формирование усилий резания проводилось в двух зонах – в середине (зона 1) и на свободном конце (зона 2) поверхности пластины (рис. 4). При обработке в зоне 1 жесткость детали выше, чем при обработке в зоне 2, что должно приводить к меньшему уровню и иному характеру вибраций заготовки. Результаты численного моделирования динамики обрабатываемой детали представлены на рис. 8 – 13.

На рис.8а и 8б представлены динамические перемещения обрабатываемой детали в зонах 1 и 2 соответственно. Для сравнения на рис.9 показаны вынужденные колебания детали в зоне1 без учета динамики шлифования.



а)



b)

Рис. 8 – Динамические перемещения обрабатываемой детали: а) – зона 1, б) – зона 2

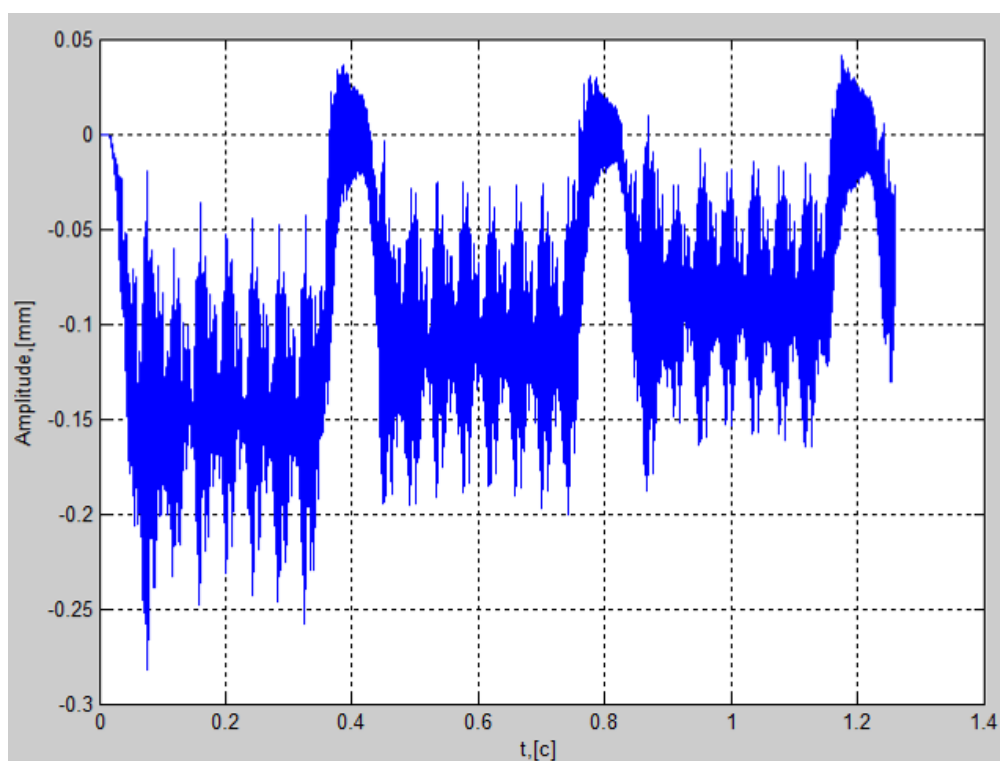


Рис. 9 – Вынужденные колебания пластины без учета влияния динамических смещений на усилия резания

На рис.10 показано изменение усилия резания при моделировании динамики шлифования в зоне 1 за 5 первых проходов, а на рис.11 в увеличенном масштабе времени показано изменение усилия резания в пределах первого прохода.

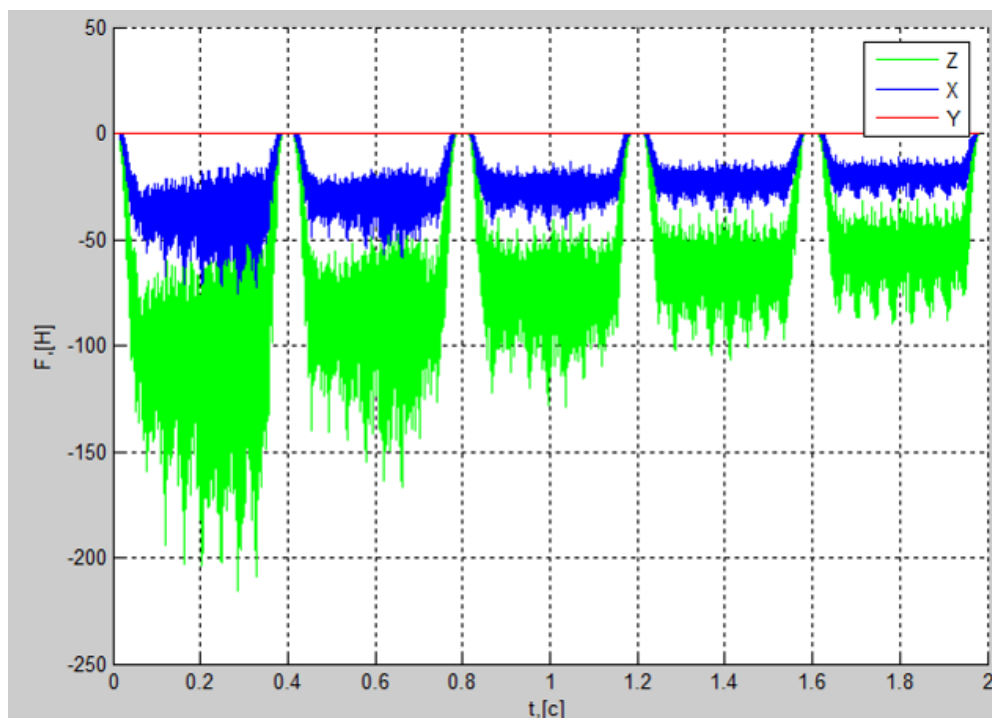


Рис.10 - Изменение усилия резания в зоне 1 за 5 первых проходов (с учетом динамики детали)

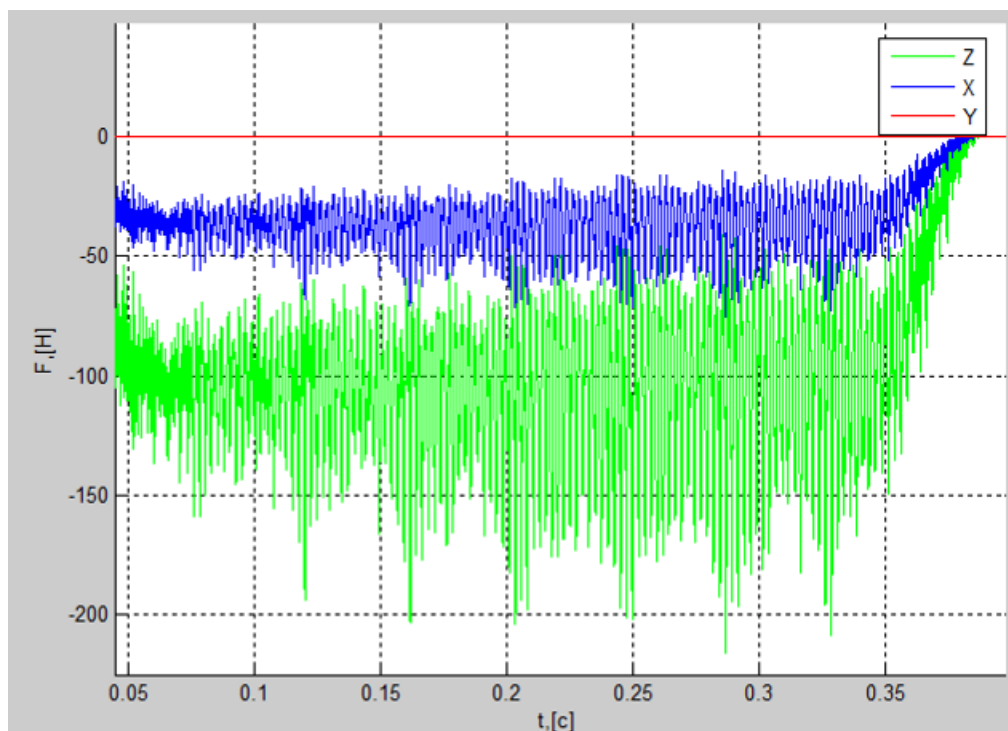


Рис.11 - Изменение усилия резания в зоне 1 в первом проходе (с учетом динамики детали)

Приведенные результаты показывают возникновение автоколебательного режима, характер усилий резания и динамических перемещений изменяется. В спектре усилий шлифования появляются частотные компоненты, связанные с колебаниями детали.

Результаты моделирования динамики шлифования в зоне 2 приведены на рис. 12 и 13.

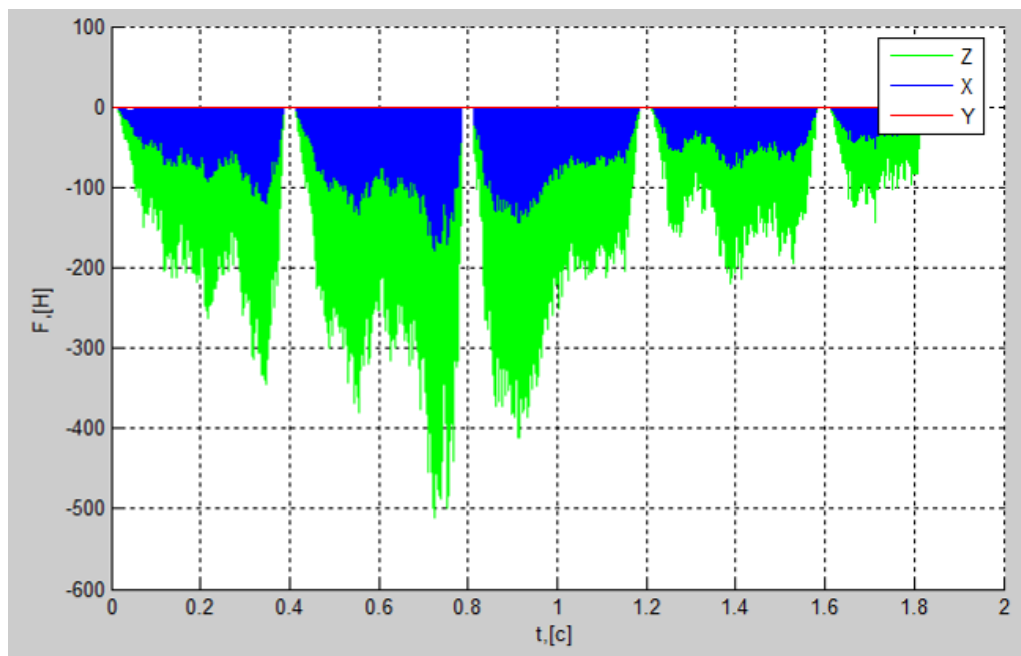


Рис.12 - Изменение усилия резания в зоне 2 за 5 первых проходов (с учетом динамики детали)

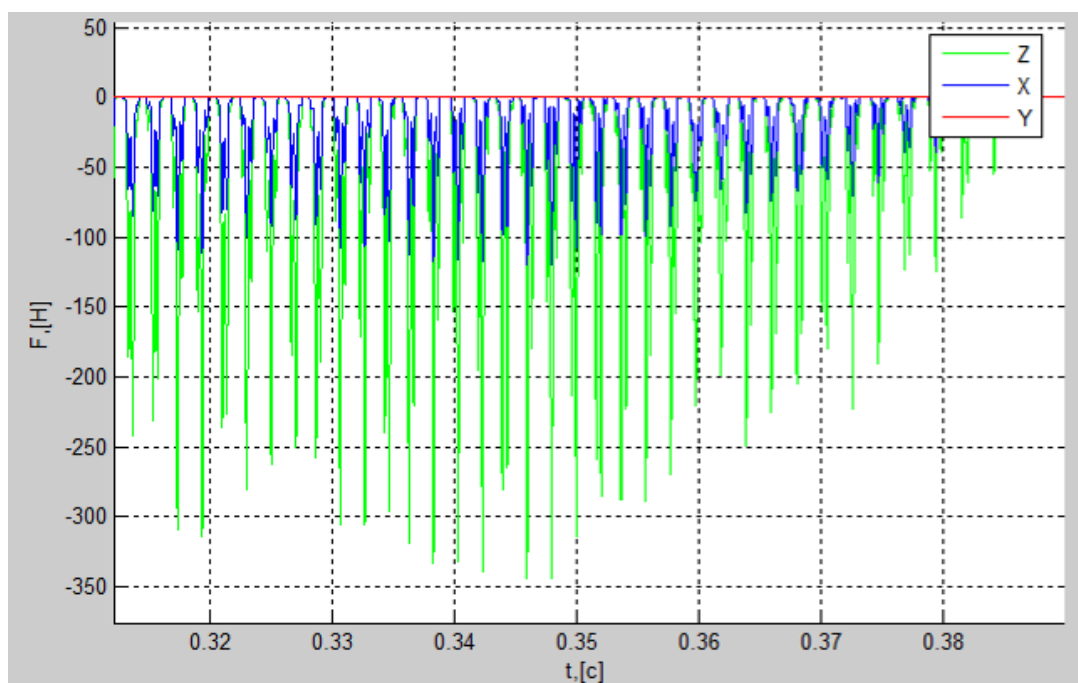


Рис.13 - Изменение усилия резания в зоне 1 в первом проходе (с учетом динамики детали)

Как видно из графика усилий резания в увеличенном масштабе, наблюдается развитой автоколебательный процесс, сопровождающийся прерывистым резанием. Амплитуда усилий резания существенно увеличивается (по сравнению с зоной 1 почти в два раза) и может принимать опасные для шлифовального круга значения. Это может привести к дефектам поверхности обрабатываемой детали вследствие появления прижогов.

Заключение

1. Разработанная методика расчетно-экспериментального определения коэффициентов модели сил шлифования позволяет с удовлетворительной точностью аппроксимировать экспериментальные данные по измерению сил шлифования для их дальнейшего использования при моделировании динамики обработки;

2. Анализ динамических режимов обработки податливых деталей позволяет выявить нежелательные сочетания технологических параметров, приводящие к развитию автоколебательного процесса. Возбуждение автоколебаний при обработке приводит к ухудшению качества поверхности, увеличению сил шлифования и возможности формирования прижогов. Для выявления областей параметров техпроцесса, соответствующих устойчивым и неустойчивым динамическим режимам требуется проводить многовариантный расчет в различных зонах поверхности обрабатываемой детали при изменении параметров обработки.

Список литературы

1. Воронов С.А., Киселев И.А., Ма Вэйдун, Ширшов А.А. Имитационная динамическая модель процесса шлифования сложнопрофильных деталей. Развитие методов моделирования // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 5. С. 40-57. DOI: [10.7463/0515.0766577](https://doi.org/10.7463/0515.0766577) .
2. Киселёв И.А., Воронова И.С., Ширшов А.А., Николаев С.М. Имитационная динамическая модель процесса шлифования сложнопрофильных деталей. Модель инструмента и обрабатываемой детали // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 9. С. 1-16. DOI: [10.7463/0915.0814388](https://doi.org/10.7463/0915.0814388)
3. Aurich J.C., Biermann D., Blum H., Brecher C., Carstensen C., Denkena B., Klocke F., Kroeger M., Steinmann P., Weinert K. Modelling and simulation of process: machine interaction in grinding // Production Engineering. Research and Development. 2009. Vol. 3, iss. 1. P. 111-120. DOI: [10.1007/s11740-008-0137-x](https://doi.org/10.1007/s11740-008-0137-x)
4. Warnecke G., Zitt U. Kinematic Simulation for Analyzing and Predicting High-Performance Grinding Processes // CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1998. Vol. 47, no. 1. P. 265-270. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)62831-5](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62831-5)
5. Altintas Y. Manufacturing automation: Metal cutting mechanics, Machine tool vibrations and CNC Design. Cambridge University Press, 2000. 286 p.

6. Budak E., Altintas Y., Armarego E.J.A. Prediction of Milling Force Coefficients from Orthogonal Cutting Data // ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. 1996. Vol. 118, no. 2. P. 216-224. DOI: [10.1115/1.2831014](https://doi.org/10.1115/1.2831014)
7. Lamikiz A., Lopez de Lacalle L.N., Sanchez J.A., Bravo U. Calculation of the specific cutting coefficients and geometrical aspects in sculptured surface machining // Machining Science and Technology. 2005. Vol. 9, no. 3. P. 411-436. DOI: [10.1080/15321790500226614](https://doi.org/10.1080/15321790500226614)
8. Voronov S., Kiselev I., Yakovlev M. Identification of the Cutting Forces Coefficients via Milling Process Simulation // Proceedings of ASME International Design Engineering Technical Conference & Computer and Information in Engineering Conference (IDETC/CIE) (Washington, DC, USA, August 28-31, 2011). ASME Publ., 2011. Paper no. DETC2011-48216. P. 127-133. DOI: [10.1115/DETC2011-48216](https://doi.org/10.1115/DETC2011-48216)

Numerical Simulation of a Grinding Process for the Spatial Work-pieces: Modeling of Grinding Forces and System Dynamics

I.A. Kiselev^{1,*}, S.A. Voronov¹,
A.A. Shirshov¹, I.I. Ivanov¹

^{*}i.a.kiselev@yandex.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: grinding, forces, vibrations, surface model, geometry simulation algorithm

The paper describes a computation-experimental technique to determine model coefficients of grinding forces using a Nelder-Mead algorithm. As an error function, the paper offers a deviation measure of calculating and experimental grinding forces averaged for a single-pass of the grinding wheel. As an example of cutting forces model coefficients calculation for linear model, in which the grinding forces depend on uncut chip thickness is analyzed. The coefficients vary on abrasive grain geometric parameters and are determined applying the authors-developed method based on Nelder-Mead technique. The measured forces while plane grinding of test work-piece are used to determine the coefficients. Model coefficients are identified if compare the measured data with the results of modeling for grinding by tool with the uniformly distributed abrasive grains with the triangular shape of cutting edge.

Grinding dynamics simulation applying the determined coefficients was carried out for the processing of cantilever plane work-piece as a test example. The work-piece was processed by grinding wheel transverse passages made at different distances from the fixation. A self-oscillating process accompanied by vibration of high level was observed for some selected technological parameters of grinding. The simulation has shown qualitative and quantitative compliance with the experiment. It was shown that the intensity of the self-oscillating process arising during the processing depends on the work-piece rigidity and cutting conditions. The results of modeling can be applied in practice in developing the technology process of grinding the spatial work-pieces.

References

1. Voronov S.A., Kiselev I.A., Ma Veidun, Shirshov A.A. Numerical Simulation of a Grinding Process Model for the Spatial Work-pieces: Development of Modeling Techniques. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 5, pp. 40-58. DOI: [10.7463/0515.0766577](https://doi.org/10.7463/0515.0766577) (in Russian).

2. Kiselev I.A., Voronova I.S., Shirshov A.A., Nikolaev S.M. Numerical Simulation of a Grinding Process for the Spatial Work-pieces: a Model of the Work-piece and Grinding Wheel. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman* = *Science and Education of the Bauman MSTU*, 2015, no. 9, pp. 1-16. DOI: [10.7463/0915.0814388](https://doi.org/10.7463/0915.0814388) (in Russian).
3. Aurich J.C., Biermann D., Blum H., Brecher C., Carstensen C., Denkena B., Klocke F., Kroeger M., Steinmann P., Weinert K. Modelling and simulation of process: machine interaction in grinding. *Production Engineering. Research and Development*, 2009, vol. 3, iss. 1, pp. 111-120. DOI: [10.1007/s11740-008-0137-x](https://doi.org/10.1007/s11740-008-0137-x)
4. Warnecke G., Zitt U. Kinematic Simulation for Analyzing and Predicting High-Performance Grinding Processes. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 1998, vol. 47, no. 1, pp. 265-270. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)62831-5](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62831-5)
5. Altintas Y. *Manufacturing automation: Metal cutting mechanics, Machine tool vibrations and CNC Design*. Cambridge University Press, 2000. 286 p.
6. Budak E., Altintas Y., Armarego E.J.A. Prediction of Milling Force Coefficients from Orthogonal Cutting Data. *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1996, vol. 118, no. 2, pp. 216-224. DOI: [10.1115/1.2831014](https://doi.org/10.1115/1.2831014)
7. Lamikiz A., Lopez de Lacalle L.N., Sanchez J.A., Bravo U. Calculation of the specific cutting coefficients and geometrical aspects in sculptured surface machining. *Machining Science and Technology*, 2005, vol. 9, no. 3, pp. 411-436. DOI: [10.1080/15321790500226614](https://doi.org/10.1080/15321790500226614)
8. Voronov S., Kiselev I., Yakovlev M. Identification of the Cutting Forces Coefficients via Milling Process Simulation. *Proceedings of ASME International Design Engineering Technical Conference & Computer and Information in Engineering Conference (IDETC/CIE)*, Washington, DC, USA, August 28-31, 2011. ASME Publ., 2011, paper no. DETC2011-48216, pp. 127-133. DOI: [10.1115/DETC2011-48216](https://doi.org/10.1115/DETC2011-48216)