электронный научно-технический журнал
ИНЖЕНЕРНЫЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51036. ISSN 2307-0595

Применение метода последовательного анализа при планировании эксперимента

 # 10, октябрь 2015

Тимофеев Г. А.[1], Барбашов Н. Н.[1,*], Лопатина А. С.[1]

УДК: 517.977.5

[1]Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
[*]www@shador.ru

Введение

Благодаря достижениям в развитии современного машиностроения и приборостроения, разработчики за последние десятилетия совершили большой шаг в создании новых механизмов и машин, современных станков и комплексов оборонной техники. Такие машины в большинстве случаев управляются современной микропроцессорной техникой, которая контролирует многие параметры в процессе всего жизненного цикла изделий. Без экспериментальных исследований теперь не создается ни одна машина (станок, автомобиль, комбайн, погрузчик).

Для уменьшения времени испытаний, материальных и финансовых ресурсов, широко используют ускоренные испытания, позволяющие существенно уменьшить время до доводки машины от экспериментального образца до серийного. Для этого в научных исследованиях дополнительно применяют современные математические методы и теорию планирования экспериментов, что позволяет существенно сократить и время, и деньги при создании новых и модернизации существующих машин.

Целью планирования эксперимента является определение числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи. С точки зрения статистического анализа наилучший результат может быть получен, если значения исследуемых величин будут оценены с максимальной достоверностью, что требует проведения многократных измерений. Но при реальных экспериментах исследователю нежелательно увеличивать число измерений, так как это повышает время работы и стоимость конечного продукта. Эта проблема особенно актуальна при проведении испытаний, связанных с разрушающими методами контроля.

При многократных измерениях за результат принимается среднее значение из n наблюдаемых. Принимая гипотезу, что одинаковые по величине, но разные по знаку случайные погрешности встречаются одинаково часто, после исключения грубых погрешностей можно вычислить среднее, в котором роль случайной составляющей измерения будет чрезвычайно мала.

Но, так как реальное число измерений ограничено, равные вероятности появления одинаковых по величине и разных по знаку погрешностей не означают, что они появятся в конкретном эксперименте. Отсюда вытекает главная задача планирования эксперимента с многократными наблюдениями: определить, сколько измерений необходимо провести, чтобы в их среднем значении осталась только допустимая часть диапазона рассеивания.

1. Обзор существующих методов планирования эксперимента.

Как правило, если при нескольких последовательных измерениях одной и той же величины разброс данных оказывается незначительным и не превышает заданной предельной погрешности измерения, то считается, что преобладают систематические погрешности метода, и при проведении эксперимента можно ограничиться однократным измерением данной величины. Точность такого однократного измерения оценивается по предельной погрешности [1].

Если при проведении измерений наблюдается значительный разброс результатов измерений, и он превышает заданную предельную погрешность, то в результатах преобладают случайные погрешности, и для получения необходимой точности измерения следует проводить многократно. В таком случае точность измерения оценивается средней квадратичной ошибкой результата [1].

Известны различные методы определения числа необходимых измерений.

Впервые тему о планировании эксперимента подняли в начале XX века, и первые задачи решались с помощью открытия Уолтера Шухарта в 1924 году, названному впоследствии контрольными картами Шухарта. Благодаря им был изменен подход к производству в целом, а именно, вместо отбраковки единиц продукции, не подходящей к установленным требованиям появилось понятие о предотвращении возможных дефектов так таковых. Это позволило предупреждать потери, и соответственно, привело к экономии на производстве.

Контрольные карты – это изображение, которое показывает график хода самого процесса измерения. Оно состоит из трех линий: верхней и нижней контрольных границ, и центральной линии [2]. Пример контрольной карты представлен на рисунке 1, где значения по оси X – номер подгруппы измерений, Y – возможные результаты эксперимента.

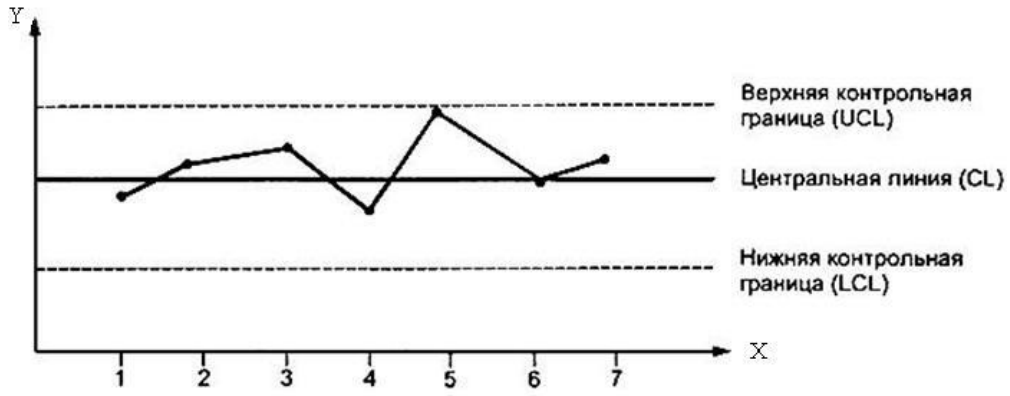

Рис. 1. Пример контрольной карты

Теория Шухарта рассматривает следующие виды изменчивости [2]:

1) изменчивость из-за случайных величин;

2) реальные перемены в процессе.

Цель контрольных карт – обнаружение изменчивости второго вида, а также возможность определения, находится ли процесс измерения в рамках статически управляемого состояния [3].

Шухарт предложил следующий метод чтения изображения. Процесс считается статически управляемым, если все его точки находятся между верхним и нижним пределами. Процесс считается статически неуправляемым, если хотя бы одна точка выйдет за контрольные пределы. Это означает непредсказуемость процесса со всеми вытекающими последствиями [4].

Данный метод определяет, достиг ли процесс устойчивого состояния на правильно выбранном уровне, а также способствует поддержанию однородности характеристик процесса [5]. Благодаря контрольным картам Шухарта можно поддерживать рассматриваемые процессы на стабильном уровне.

Во второй половине XX века требования к точности контроля деталей повысились, измерительные задачи усложнились, потребовались новые методы для выбора числа измерений. Исследователи пришли к заключению, что число наблюдений n определяется с помощью требуемой достоверности результата измерений [6, 7]. Исследования отношения погрешности оценки математического ожидания к среднему квадратическому отклонению σ / s и заданная доверительная вероятность P позволили использовать соотношение $t / \sqrt{n}$, из которого можно определить число наблюдений по таблице 1.

Таблица 1. Отношение погрешности оценки математического ожидания к среднему квадратическому отклонению при различной доверительной вероятности

n	σ / s при P, равном		
	0,90	0,95	0,99
5	0,899	1,15	1,80
6	0,793	1,00	1,51
7	0,715	0,890	1,32
8	0,657	0,816	1,19
9	0,611	0,754	1,08
10	0,574	0,706	1,00
11	0,541	0,633	0,936
12	0,515	0,630	0,881
13	0,419	0,598	0,833
14	0,471	0,572	0,794
15	0,453	0,550	0,762

Для определения доверительных границ погрешности оценки измеряемой величины доверительную вероятность P, принимают равной 0,99. В случаях, когда измерение не представляется возможным повторить, допускается указывать границу для доверительной

вероятности P равную 0,99. В особых случаях, например, когда измерения связаны с безопасностью людей и требуется обеспечить безотказность работы продукции, рекомендуется указывать более высокую доверительную вероятность.

Данный метод для определения количества измерений считается одним из классических, и именно его рекомендуют к использованию в большинстве методических указаний и должностных инструкциях.

2. Метод последовательного анализа при планировании эксперимента

С развитием техники и электроники осуществлять планирование эксперимента стало проще. Предыдущие методы усовершенствовались и дополнялись. В связи с автоматизацией измерительных процессов большую популярность приобрел метод последовательного анализа [8-11]. Его смысл состоит в учете уже сделанных наблюдений в ходе эксперимента, что позволяет сократить их общее число. Сбор предварительных данных, поиск оптимального плана проведения эксперимента, корректировка, связанная с получением новых данных - все это этапы последовательного планирования. Благодаря проведенным ранее экспериментам можно заметить, что применение последовательного анализа позволяет уменьшить число наблюдений в среднем в два раза по сравнению с обычными методами. После каждого проведённого наблюдения определяют, как именно поступить с рассматриваемой гипотезой: принять её, отклонить, или продолжать испытания [12].

Рассмотрим данный метод на конкретном примере. Применим его для анализа генерального среднего значения a наблюдений случайной величины. Итак, необходимо выбрать одну из двух гипотез $a \le a_1$ и $a \ge a_2$ (причем $a_1<a_2$). Обозначим значение α как вероятность принятия гипотезы $a \ge a_2$, когда на самом деле $a \le a_1$. Значение β покажет вероятность противоположной ошибки, т.е. принятие гипотезы $a \le a_1$, когда на самом деле $a \ge a_2$. Величины α и β задаются заранее и малы априори. Далее определяем отношение правдоподобия p_n'' / p'_n, т.е. при каждой группе наблюдений определяем вероятность p'_n, которая показывает, что наблюдения получились из группы с генеральным средним a_1. Также вычисляем вероятность p_n'', где наблюдения, получены из группы с генеральным средним a_2. Следовательно, при $p_n' > p_n''$ решаем, что значение $a = a_1$ и с ним гипотеза $a \le a_1$ более правдоподобны. Если же $p_n'' > p_n'$, то выбираем противоположную гипотезу $a \ge a_2$.

Величина p_n'' / p'_n получается больше или меньше единицы. Однако, если отношение отличается лишь немного от единицы, то предпочтение рассматриваемой гипотезы будет сомнительно, и необходимо продолжить наблюдения.

Гипотеза $a \le a_1$ принимается, когда $\frac{p_n''}{p'_n} \le \frac{\beta}{1-\alpha}$, а гипотеза $a \ge a_2$ принимается, когда $\frac{p_n''}{p_n'} \ge \frac{1-\beta}{\alpha}$. Если $\frac{\beta}{1-\alpha} < \frac{p_n''}{p_n'} < \frac{1-\beta}{\alpha}$, то испытания продолжаются.

При нормальном распределении исследуемой случайной величины с известной дисперсией σ^2 условие продолжения испытаний принимает вид $A_1+bn<\sum x_i<A_2+bn$, где

$$A_1=2{,}3\frac{\sigma^2}{a_2-a_1}\lg\frac{\beta}{1-\alpha},\ A_2=2{,}3\frac{\sigma^2}{a_2-a_1}\lg\frac{1-\beta}{\alpha},\ b=\frac{a_1+a_2}{2n}.$$

Исследуемая величина будет рассматриваться до тех пор, пока накопленная сумма не выйдет хотя бы за одну границу, указанную ниже (рисунок 2).

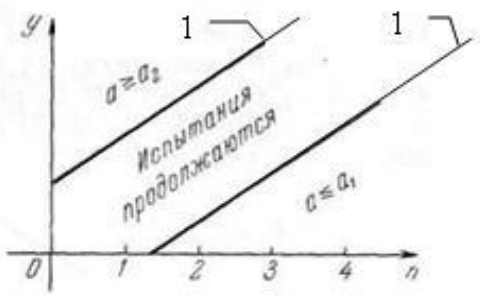

Рис. 2. Графическое изображение последовательного анализа:
1 – граничная область; ось *n* - число исследований; ось *y* - возможные результаты исследований.

3. Результаты применения метода последовательного анализа в реальном эксперименте

Рассмотрим пример использования метода последовательного анализа. Для выплавки стеклянных бутылок используют сырье засоренностью не свыше 6%. Сырье поступает партиями, из которых берутся пробы для анализа. Из-за неоднородности партий возникает средняя квадратичная ошибка результатов, известная по большому числу предыдущих анализов и равная $\sigma=0{,}25\%$. Для гарантированного получения качественных бутылок на выходе, требуется браковать сырье, засоренное больше, чем 6%, с вероятностью, не меньше 0,95. Также нежелательно браковать хорошее сырье, поэтому устанавливается дополнительное требование – сырье, засоренностью не больше, чем 5,8% принимать с вероятность 0,90.

Из условий $a_1=5{,}8$, $a_2=6{,}0$ и допускаются вероятности ошибок, равные $\alpha=1-0{,}90=0{,}10$ и $\beta=1-0{,}95=0{,}05$. Вычисляем значения величин:

$$A_1=2{,}3\frac{0{,}25^2}{0{,}20}\lg\frac{0{,}05}{0{,}90}=-9{,}02;\ A_2=2{,}3\frac{0{,}25^2}{0{,}20}\lg\frac{0{,}95}{0{,}10}=7{,}03;\ b=\frac{5{,}8+6{,}0}{2}=5{,}9.$$

Область продолжения анализа ограничена прямыми $y=-9{,}02+5{,}9n$, $y=7{,}03+5{,}9n$ (рисунок 3).

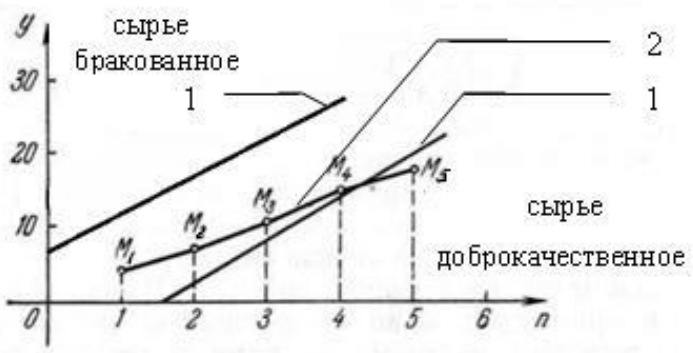

Рис. 3. Пример метода последовательного анализа:
1 – граничная область, 2 – линия хода анализа, n - число проб, y - результат анализа проб в процентах.

Анализ первой пробы из партии сырья дал результат 4,4%. Ему соответствует точка M_1 с абсциссой n=1 и ординатой y=4,4. Указанная точка находится в полосе продолжения испытаний, поэтому берем вторую пробу. Ее анализ показал результат 3,8%, что соответствует точке M_2 с абсциссой n=2 и ординатой y=4,4+3,8=8,2. Испытания продолжаются. Третий анализ дал значение 3,5%, ему соответствует точка M_3 с абсциссой n=3 и ординатой y=8,2+3,5=11,7. Четвертому анализу со значением 3,9% соответствует точка M_4 (n=4, y=15,6, y=15,6). Пятая точка M_5 с результатом 4,5% получает координаты n=5, y=15,6+4,5=20,1, и выходит за пределы полосы продолжения испытаний. Партия сырья считается доброкачественной.

Заключение

Применение современных математических методов и вычислительной техники позволяет решать задачи планирования эксперимента с помощью метода последовательного анализа. Это позволяет значительно сократить объем измерений без снижения требований по точности либо повысить точность измерений, а значит, и сократить затраты на измерительный процесс без ухудшения качества продукции.

Данный метод легко реализуется с помощью математических пакетов и стандартного программного обеспечения, что позволяет внедрять его в производство, например, в координатно-измерительные машины.

Список литературы

[1]. ГОСТ Р 8736-2011. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения. Введ. 2011-12-13 пр. № 1045 ст. Фед. агенст. по тех. регулированию и метрологии М.: Стандартинформ. 2013. 19 с.

[2]. ГОСТ Р 50779.42-99. Статистические методы. Контрольные карты Шухарта. Введ. 1999-04-15 Постановлением Госстандарта России № 127. М.: Госстандарт России. 1999. 36 с.

[3]. Адлер Ю.П., Максимова О.В., Шпер В.Л. Контрольные карты Шухарта в России и за рубежом. Ч. 1-2 // Стандарты и качество. М.: РИА «Стандарты и качество». 2011. № 7, 8.

[4]. Максимова О.В., Шпер В.Л. О расширении области применения контрольных карт Шухарта // Вестник МЭИ. М.: НИУ МЭИ. 2011. № 5. С. 122-127.

[5]. Митрохин И.П., Орлов А.И. Обнаружение разладки с помощью контрольных карт. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. М.: Тест-ЗЛ. 2007. Т. 73. № 5. С. 74-78.

[6]. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М.: Наука. 1968. 288 с.

[7]. Шачнев Ю.А. Оптимальное позиционное управление точностью процесса обработки // Труды МВТУ №369 «Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения» / под ред. д.т.н., проф. А.Д. Никифорова. М.: Типография МВТУ. 1981. С. 98-115.

[8]. Сидняев Н.И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных: учеб. пособие для магистров. М.: Юрайт. 2012. 399 с.

[9]. Сидняев Н.И., Вилисова Н.Т. Введение в теорию планирования эксперимента: учеб. пособие для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. 463 с.

[10]. Ефимов В.В., Барт Т.В. Статистические методы в управлении качеством продукции: учеб. пособие. М.: КНОРУС. 2006. 172 с.

[11]. Кузнецов Л.А. Контроль и оценка многомерного качества. // Методы менеджмента качества. М.: РИА «Стандарты и качество». 2008. № 10. С. 40-45.

[12]. Клячкин В.Н. Статистические методы в управлении качеством: компьютерные технологии. Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика. 2007; ИНФРА-М. 2009. 304 с.