

Определение закона распределения давления в рабочих камерах шестерённого насоса

09, сентябрь 2015

Борисов Б. П.¹, Гаврюшина О. С.^{1,*}

УДК: 62-987

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

*gavros7@rambler.ru

Введение

Шестерённые гидромашины с внешним зацеплением благодаря своей простоте и, как следствие, дешевизне получили широкое распространение в гидросистемах и гидроприводах различных машин: в авиации, сельском хозяйстве, нефтехимии, строительстве, в автомобильной промышленности и т.п. [1, 2, 3]. В связи с этим вопросы повышения надёжности, прочности и долговечности этого типа насосов приобретают первостепенное значение.

Одним из наиболее нагруженных конструктивных элементов шестерённых гидромашин является подшипниковый узел, поэтому определению сил, действующих на опоры шестерён, приходится уделять повышенное внимание [4]. Это становится особенно актуальным, если учитывать общую тенденцию к увеличению рабочего давления в шестерённых гидромашинах до 30-35 МПа. Основным фактором, который определяет величину нагрузки на опоры шестерни, является давление, действующее на периферийную поверхность шестерен. Поэтому на первый план выходит задача об определении закона распределения давления в рабочих камерах насоса.

На рис. 1 показана предлагаемая расчётная схема применительно к ведомой шестерне, вращающейся против часовой стрелки (как известно [5], более нагруженными являются именно опоры ведомой шестерни, хотя в данном случае это не является принципиальным). Воспользуемся полярной системой координат, где полюс O находится в центре расчётки корпуса, а полярная ось OX направлена по осевой линии. За начало отсчёта примем зуб, у которого в точке зацепления K линия контакта между двумя профилями взаимодействующих зубьев разделяет полости всасывания и нагнетания между собой – это 1-ый зуб. Его положение характеризуется полярным углом φ_1 , отсчитываемым от полярной оси до оси симметрии зуба (штрихпунктирные линии на рис. 1). Угловое положение любого i -го зуба определяется как

$$\varphi_i = \varphi_1 + i - 1 \cdot 2\pi/z, (i = 1, 2, \dots, z),$$

где z – число зубьев (рассматривается насос с одинаковыми шестернями).

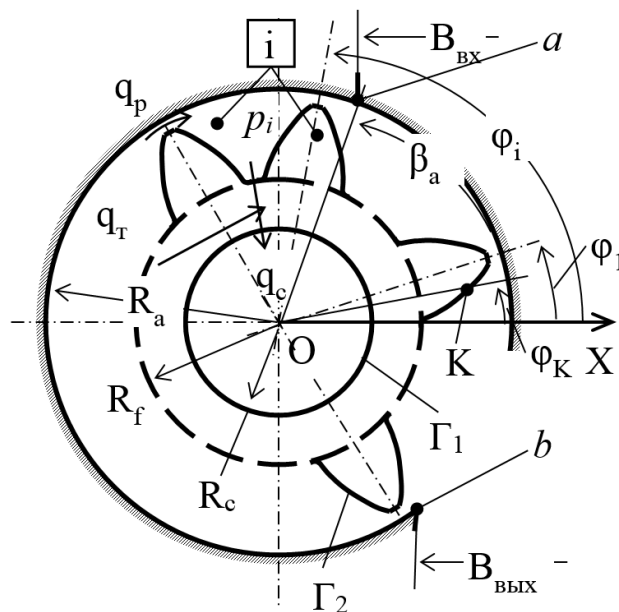


Рис.1. Расчётная схема

Связь между углом φ_1 и аргументом, углом поворота шестерни $\varphi \equiv \varphi_K$, определяется из следующих уравнений [2]:

$$\begin{aligned}
 u &= R_b \varphi \\
 r_K^2 &= R_w^2 + u^2 - 2uR_w \sin \alpha_w \\
 \alpha_K &= \cos^{-1}(R_b / r_K) \\
 \psi &= \pi - 2z + (2x \tan \alpha_0) / z, \\
 \psi_K &= \psi + \text{inv} \alpha_0 - \text{inv} \alpha_K \\
 \varphi_1 &= \varphi + \psi_K
 \end{aligned} \tag{1}$$

где u – расстояние от точки контакта до полюса зацепления, отсчитываемое вдоль линии зацепления, R_b и R_w – соответственно радиус основной и начальной окружности, α_K – угол профиля в точке на окружности радиуса r_K , $\alpha_w = \cos^{-1}(R_b / R_w)$ – угол зацепления (угол профиля в точке на окружности радиуса R_w), α_0 – угол профиля исходного контура, ψ и ψ_K – половинные углы толщины зуба соответственно по делительной окружности и окружности радиуса r_K , x – коэффициент смещения исходного контура.

При определении закона распределения давления по периферии шестерни можно выделить три характерные зоны. Назовём их условно зоной всасывания, зоной нагнетания и переходной зоной. Угловая протяжённость этих зон переменна и зависит от конкретного углового положения φ шестерни.

Так как силы, действующие на шестерни, в конечном счёте, зависят от величины перепада давления между полостями нагнетания и всасывания, то целесообразно за начало отсчёта принять давление в полости всасывания $p_e = 0$, которое практически можно считать постоянным. Границы зоны всасывания определяются положением точки контакта К (угол φ_K), и крайней точкой окружности выступа зуба, который первый зашёл за точку a (см. рис. 1), конструктивную границу окна всасывания, зависящую от размера $B_{вх}$. При

симметричном расположении окна угол $\beta_a = \cos^{-1} [R_w - B_{\text{вх}} / 2 - R_a]$. Если обозначить номер этого зуба n_a , ($\varphi_{n_a} > \beta_a$), то угловая протяжённость зоны всасывания равна

$$\varphi_K < \varphi < \varphi_{n_a} - \psi_a.$$

Давление в линии нагнетания p_n зависит от типа гидросистемы и вида нагрузки, в которой установлен насос. Поскольку заранее это предусмотреть достаточно сложно, условимся давление в линии нагнетания считать постоянным, $p_n \approx \text{const}$, а разницу давлений обозначим через $p_n - p_0 = p_0$. Принятое в [1] предположение, что давление пропорционально квадрату расхода, т.е. имеет место чисто гидравлическое сопротивление, представляется менее вероятным. Границы зоны нагнетания определяются положением точки контакта К (угол φ_K), и крайней точкой окружности выступа последнего зуба, который ещё не вышел за точку b (см. рис. 1), конструктивную границу окна нагнетания, зависящую от размера $B_{\text{вых}}$. При симметричном расположении окна угол $\beta_b = \cos^{-1} [R_w - B_{\text{вых}} / 2 - R_a]$. Если обозначить номер этого зуба n_b , ($\varphi_{n_b} < \beta_b$), то угловая протяжённость зоны нагнетания равна

$$2\pi + \varphi_K < \varphi < \varphi_{n_b} + \psi_a.$$

В переходной зоне $\varphi_{n_a} - \psi_a < \varphi < \varphi_{n_b} + \psi_a$, давление возрастает от 0 до p_0 и для того, чтобы определить закон этого возрастания, необходимо знать, как изменяется давление в рабочих камерах. При этом следует заметить, что при выделении указанных трёх зон и их границ предполагалось, что при кратковременном возникновении, так называемого, защемлённого объёма давление, которое может возникнуть в нём, невелико благодаря правильно выбранным разгрузочным канавкам.

Процессы, которые происходят в рабочих камерах объёмных гидромашин при их переходе от одной полости машины к другой и математическое описание этих процессов, зависят от конструктивных особенностей самих гидромашин. В поршневых и пластинчатых гидромашинах процесс перехода осуществляется практически мгновенно, что сопровождается большой скоростью изменения давления dp/dt , и поэтому приходится учитывать сжимаемость жидкости. В шестерённых, а также в винтовых гидромашинах процесс перехода рабочей камеры от одной полости к другой происходит в течение некоторого интервала времени. Всё это время, замкнутый объём жидкости сохраняет постоянную величину. В этом случае скорость изменения давления гораздо меньше, чем в поршневых машинах, и обычно сжимаемостью жидкости можно пренебречь. Тогда процесс изменения давления в рабочих камерах описывается системой алгебраических уравнений, представляющих собой баланс расходов для каждой камеры.

Для i -ой рабочей камеры баланс расходов выглядит следующим образом:

$$(q_p)_{i+1} - q_{p_i} + q_{t_{i+1}} - q_{t_i} - q_{c_i} = 0, \quad (2)$$

где q_p – расход жидкости, перетекающий из одной камеры в другую через радиальный зазор между поверхностями расточки корпуса и вершин зубьев шестерни;

q_m – расход жидкости, перетекающий из одной камеры в другую через торцевые зазоры между поверхностями шестерни и корпусными деталями, которые прилегают к шестерни (следует помнить, что таких торцевых зазора два – с каждой стороны шестерни);

q_c – расход жидкости, вытекающий из рабочей камеры через торцевые зазоры (их также два) в полость слива с давлением равным 0 (положение этой полости определяется радиусом расточки канавки R_c).

Условимся номер рабочей камеры, которой в шестерённом насосе является пространство между зубьями, обозначать номером зуба, по отношению к которому она расположена впереди по направлению вращения. На рис. 1 указаны i -тый зуб и i -тая камера, давление в которой p_i . Давление p_i в рабочей камере предполагается одинаковым во всём её объёме. Это справедливо, если не учитывать центробежные силы инерции, которые действуют на жидкость и создают перепад давления в рабочей камере, равный

$$\Delta p = \rho \omega^2 (R_a^2 - R_f^2)/2,$$

где ρ – плотность рабочей жидкости, ω – угловая скорость вращения шестерни, R_a и R_f – соответственно радиус вершин зубьев и радиус впадин. Указанный перепад давления невелик по сравнению с давлением нагнетания, и им можно пренебречь в общем балансе сил, действующих на опоры шестерни. Но его следует учитывать при рассмотрении процесса всасывания, где он может повлиять на возникновение кавитации.

Количество уравнений, подобных (2), зависит от того сколько рабочих камер (зубьев) находится в переходной зоне. Количество камер равно $n = n_b - n_a$, (число зубьев на единицу больше).

При известной геометрии зазоров и вязкости жидкости расходы, которые входят в уравнения (2), зависят только от давлений в рабочих камерах p_i . Таким образом, получаем систему из n алгебраических уравнений с n неизвестными давлениями в рабочих камерах p_i ($i = n_a, n_a + 1, \dots, n_b - 1$). Решив эту систему, получим закон распределения давления в камерах.

Полагая, что при течении жидкости через радиальный зазор давление в пределах толщины зуба $s_a = 2R_a\psi_a$ по окружности вершин (где $\psi_a = \psi + inv\alpha_0 - inv\alpha_a$ – половинный угол толщины зуба по окружности радиуса R_a) изменяется по линейному закону, получаем окончательно зависимость распределения давления в функции от полярного угла $p(\varphi)$ в виде кусочно-линейной функции:

$$\begin{array}{ll} p = 0 & \varphi_K < \varphi < \varphi_{n_a} - \psi_a \\ p = p_{n_a} \frac{\varphi - \varphi_{n_a} - \psi_a}{2\psi_a} & \varphi_{n_a} - \psi_a < \varphi < \varphi_{n_a} + \psi_a \\ p = p_{n_a} & \varphi_{n_a} + \psi_a < \varphi < \varphi_{n_{a+1}} - \psi_a \\ \dots \dots & \dots \dots \\ p = p_{i-1} + \frac{p_i - p_{i-1}}{2\psi_a} (\varphi - \varphi_i - \psi_a) & \varphi_i - \psi_a < \varphi < \varphi_i + \psi_a \\ p = p_i & \varphi_i + \psi_a < \varphi < \varphi_{i+1} - \psi_a \\ \dots \dots & \dots \dots \\ p = p_0 & 2\pi + \varphi_K < \varphi < \varphi_{n_b} + \psi_a \end{array} \quad (3)$$

Всего кусочно-линейная функция $p(\varphi)$ имеет $(2n+3)$ участков.

Вид графика изменения давления в переходной зоне, представляющей собой схематичную развёртку указанного участка, показан на рис. 2. Изображено два возможных ва-

рианта графиков – сплошной и пунктирной линиями. Объяснение по этому поводу будет дано ниже.

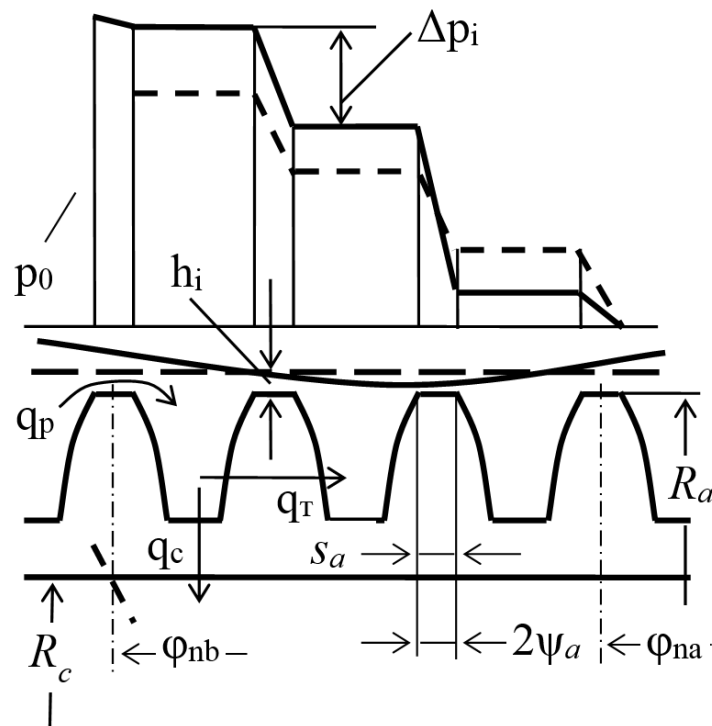


Рис.2. Графики изменения давления в переходной зоне

Иногда в зоне взаимодействия зубьев с расточкой корпуса с целью некоторого уменьшения нагрузки на опоры шестерён выполняют разгрузочные карманы, которые при определённых положениях шестерён могут соединить между собой несколько рабочих камер. Принципиально это не меняет подход к решению рассматриваемой задачи. Необходимо лишь объединённые камеры рассматривать как одну рабочую камеру.

Окончательный вид уравнения (2) будет зависеть от того, какая связь существует между входящими в него расходами и давлением.

С этой целью для решения задачи о движении жидкости в тонких щелях воспользуемся полученным при определенных допущениях, известным в теории гидродинамической смазки уравнением Рейнольдса [7]. Основным является допущение о пренебрежении массовыми силами по сравнению с силами вязкого трения, что приводит к задаче об установившемся ламинарном движении жидкости. Правомочность сделанных допущений подтверждается тем, что выполненные при указанных допущениях расчёты подшипников скольжения хорошо согласуются с результатами эксперимента.

Течение жидкости через радиальный зазор можно рассматривать, как течение в плоской щели с параллельными стенками, скорость, одной из которых равна окружной скорости вершин зубьев. (Обычно влиянием окружной скорости на величину утечек пренебрегают [5].) В этом случае

$$q_p = \frac{Bh^3\Delta p}{12\mu s_a} - \frac{1}{2}R_a\omega Bh, \quad (4)$$

где h – величина зазора между расточкой корпуса и окружность выступов зубьев, Δp – перепад давления между рабочими камерами, μ – динамическая вязкость жидкости,

S_a – толщина зуба по окружности выступов.

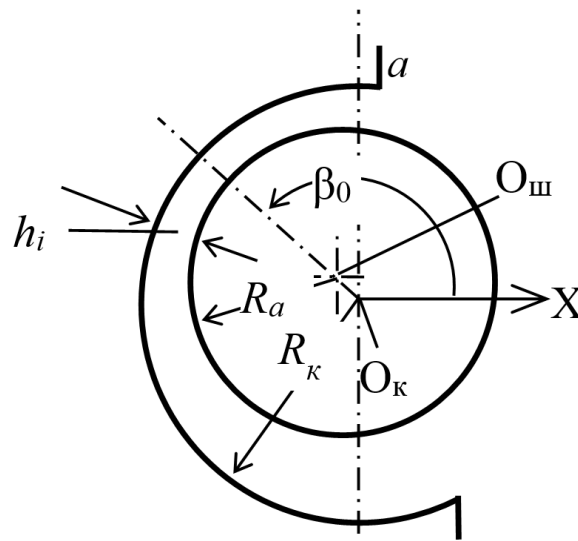


Рис.3. Определение величины зазора h между расточкой корпуса и окружностью выступов зубьев шестерни

Величина зазора h (рис. 3) зависит от допусков и вида посадки сопрягаемых деталей (расточка корпуса и наружный диаметр шестерни), а также от смещения центра ведомой шестерни $O_{ш}$ (радиус шестерни R_a) относительно центра расточки корпуса O_k (радиус расточки R_k). Зная эксцентриситет $e = O_k O_{ш}$ и его направление, которое задаётся от оси OX полярным углом β_0 , радиальный зазор между i -тым зубом и корпусом можно определить по следующей формуле

$$h_i = h_0 - e \cos \varphi_i - \beta_0, \quad (5)$$

где $h_0 = R_k - R_a$ – радиальный зазор при концентричном расположении шестерни.

В первую очередь смещение центра шестерни зависит от размеров (в том числе и точности изготовления) и типа подшипников (качения или скольжения), которые применены в конструкции насоса. Ответ на этот вопрос представляет собой самостоятельную задачу, которая требует рассмотрения условий работы подшипников.

Определение расходов q_m и q_c , строго говоря, приводит к задаче о течении жидкости в зазоре между торцевыми поверхностями шестерни и примыкающей к ней корпусной детали. При параллельно расположенных указанных поверхностях и постоянной вязкости жидкости эта задача сводится к уравнению Лапласа, которое в цилиндрической системе координат имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (6)$$

Двухсвязная область решения указанного уравнения имеет следующие границы (рис. 1) и граничные условия.

Γ_1 – назовём её внутренней границей, является окружность радиуса канавки, соединённой с полостью всасывания. Её уравнение $r = R_c$ и граничное условие $p_{\Gamma_1} = 0$.

Γ_2 – назовём её внешней границей, имеет сложный профиль, состоящий из z расположенных с периодом $2\pi/z$ одинаковых участков. Один из них, например, i -тый участок, содержит, в свою очередь, две линии. Одна из них представляет дугу окружности вершин зубьев

$$r = R_a, \quad \varphi_i - \psi_a < \varphi < \varphi_i + \psi_a, \quad (7)$$

а вторая кривую γ_i , имеющую уравнение

$$f(r, \varphi) = 0 \quad R_f < r < R_a; \quad \varphi_i + \psi_a < \varphi < \varphi_{i+1} - \psi_a, \quad (8)$$

которое представляет собой контур рабочей камеры, определяемый геометрией зубьев [6].

Граничные условия на границе Γ_2 также имеют сложный вид. На участках, где рабочие камеры находятся либо в полости всасывания, либо нагнетания, давление соответственно будет либо равно 0, либо p_0 (напомним, что давление в полости всасывания принято за ноль отсчёта):

$$\begin{aligned} p_{\Gamma_2} &= 0 & \varphi_K < \varphi < \varphi_{n_a} - \psi_a \\ p_{\Gamma_2} &= p_0 & 2\pi + \varphi_K < \varphi < \varphi_{n_b} + \psi_a \end{aligned}$$

Если же рабочая камера находится в переходной зоне, то граничные условия, например, для i -ой камеры выглядят следующим образом.

На первом участке, который представляет собой дугу окружности вершин зубьев (уравнение 7),

$$p = p_{i-1} + \frac{p_i - p_{i-1}}{2\psi_a} (\varphi - \varphi_i - \psi_a); \quad \varphi_i - \psi_a < \varphi < \varphi_i + \psi_a.$$

На втором участке, который представляет собой контур рабочей камеры γ_i , давление равно p_i - $p_{\gamma_i} = p_i$, но сама величина давления неизвестна. Для его определения следует воспользоваться уравнением баланса расходов (2), из которого можно найти сумму расходов, протекающих через торцевой зазор:

$$(q_{\Sigma T})_i = q_{T\ i+1} - q_{T\ i} - q_{c\ i} = q_{p\ i} - (q_p)_{i+1}.$$

С другой стороны, этот суммарный расход представляет собой расход, который протекает через контур γ_i и равен

$$(q_{\Sigma T})_i = -2 \frac{h_T^3}{12\mu} \gamma_i \frac{\partial p_{r,\varphi}}{\partial n} ds,$$

где двойка появляется в связи с тем, что жидкость протекает через два, предполагаемых одинаковыми, торцевых зазора величиной h_m , а n – нормаль к кривой γ_i направленная внутрь рабочей камеры. И окончательно граничное условие с учётом (4) имеет на контуре γ_i следующий вид:

$$\frac{h_T^3}{6\mu} \gamma_i \frac{\partial p_{r,\varphi}}{\partial n} ds = \frac{B}{12\mu s_a} h_{i+1}^3 p_{i+1} - p_i - h_i^3 p_i - p_{i-1} + \frac{BR_a\omega}{2} (h_i - h_{i-1}) \quad (9)$$

Решение рассматриваемой задачи о течении жидкости в торцевом зазоре представляет интерес не только в плане определения сил, действующих на опоры шестерён, но, возможно даже в большей степени, для определения сил, действующих в осевом направлении. Это необходимо при расчёте устройства, которое применяется в конструкции шестерённых насосов, работающих при повышенных давлениях, и которое служит для компенсации торцевого зазора, как раз с целью уменьшения торцевых утечек [5].

Однако решение рассматриваемой задачи в предлагаемой выше постановке представляет определённые трудности.

Задача существенно упрощается, если пренебречь утечками по торцевым зазорам, что обычно и принимается в литературе. Возможность такого допущения можно объяснить следующими причинами. Во-первых, толщина торцевых зазоров в современных шестерённых гидромашинах, работающих при высоких давлениях, меньше толщины радиальных зазоров. (Напомним, что при ламинарном режиме движения жидкости величина утечек пропорциональна толщине зазора в третьей степени. В [5] ошибочно указана квадратичная зависимость). Это достигается за счёт применения различных технических решений, которые автоматически обеспечивают компенсацию торцевого зазора [8]. Во-вторых, протяженность путей утечек через торцевые зазоры гораздо больше, чем через радиальные. Для радиальных утечек эта протяженность равна толщине зуба по окружности выступов s_a , которая ограничена условиями изготовления шестерён (при числе зубьев от 8 до 14 $s_a \approx (0,2...0,4m)$ [5]).

При отсутствии утечек по торцам шестерён баланс расходов (2) выглядит совсем просто - утечки через все радиальные зазоры между окружностью выступов зубьев и корпусом должны быть одинаковыми и в соответствии с (4) равны

$$q_p = q_{pi} = \frac{Bh_i^3 \Delta p_i}{12\mu s_a} - \frac{1}{2} R_a \omega B h_i \quad (9)$$

В этом случае для определения давления в n рабочих камерах, которые расположены в переходной зоне, имеем следующую линейную систему из $n+2$ уравнений

$$\begin{array}{ccc} \dots & & \\ (n+1) \frac{Bh_i^3}{12\mu s_a} \Delta p_i = q_p + \frac{1}{2} R_a \omega B h_i & & \\ \dots & & (n+2) \\ n_b & & \\ \Delta p_i = p_0 & & \\ n_a & & \end{array}$$

где $(i = n_a, n_a + 1, \dots n_b)$.

Решая полученную систему уравнений, получаем

$$\Delta p_i = \frac{p_0 - \frac{n_b}{n_a} \frac{6\mu\omega R_a s_a}{h_i^2}}{\frac{n_b}{n_a} \frac{12\mu s_a}{Bh_i^3}} \frac{12\mu s_a}{Bh_i^3} + \frac{6\mu\omega R_a s_a}{h_i^2}$$

Перепады давления на каждом зубе в переходной зоне, как следует из приведенного решения, естественно зависят от величины зазора – чем больше зазор, тем меньше перепад. Такой вариант изменения давления в переходной зоне показан на рис. 2 сплошной линией. При одинаковых зазорах (идеализированный случай) получаем и одинаковые перепады на каждом из зубьев $\Delta p_i = p_0 / (n + 1)$. Для этого случая изменение давления в переходной области показано пунктирной линией.

Для получения более точного закона распределения давления в рабочих камерах необходимо получить решение уравнения (6).

Заключение

Предложенные зависимости могут быть использованы при практических расчётах для определения нагрузки на опоры гидромашины от сил давления жидкости.

Список литературы

- [1]. Аистов И.П., Свищёв А.В. Шестеренные насосы для гидрофицированных машин и нефтехимических производств // Системы. Методы. Технологии. 2014. №3 (23). С.149-152.
- [2]. Георгиевский М.Г., Батышев К.А., Смолькин А.А., Безпалько В.И., Свириденко Д.С. Шестеренные насосы нового поколения и литьё с кристаллизацией под давлением. // В сборнике: Наука и образование - ведущие факторы Стратегии «Казахстан - 2050» (Сагиновские чтения № 5). Труды Международной научно-практической конференции в 5-ти частях. (20-21 июня 2013 г., КГТУ.) Караганда: КГТУ. 2013. С. 150-152.
- [3]. Тимофеев Б.П., Дайнеко В.Ю. Шестеренные насосы масляных систем АТС // Автомобильная промышленность. 2010. № 6. С.15-17.
- [4]. Поскрёбышев В.А., Тарновский А.И., Аршинов С.С., Соколов А.П. Повышение работоспособности подшипников опор шестеренных насосов. // Труды Братского государственного университета. В 2 т. Т.2. (Серия: Естественные и инженерные науки - развитию регионов Сибири). Братск: БрГУ. 2010. С. 148-151.
- [5]. Юдин Е.М. Шестерённые насосы. Основные параметры и их расчет. 2-е изд. М.: Машиностроение. 1964. 236 с.
- [6]. Болотовский И.А., Гурьев Б.И., Смирнов В.Э., Шендерей Б.И. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления. М.: Машиностроение. 1974. 160 с.
- [7]. Камерон А. Теория смазки в инженерном деле. М.: Машгиз. 1962. 296 с.
- [8]. Поскрёбышев В.А., Исько А.Б., Аршинов С.С., Тарновский А.И. Техническое решение по снижению торцевых утечек и потерь на трение в шестеренных насосах. // Системы. Методы. Технологии. 2010. № 6. С.122-124.