

УДК 681.523.4-525

## **Математическое моделирование рабочего процесса в гидроприводе на основе регулируемых аксиально-поршневых гидромашин**

**Николенко И. В.<sup>1</sup>, Рыжаков А. Н.<sup>1,\*</sup>**

[\\*ar1961253n@yandex.ru](mailto:ar1961253n@yandex.ru)

<sup>1</sup>Академия строительства и архитектуры «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского», Симферополь, Россия

---

Показана возможность уточнения математической модели рабочего процесса в гидроприводе на основе аксиально-поршневых гидромашин в плане учета волновых процессов, сопровождающих переходы гидроцилиндров качающего узла между зонами всасывания и нагнетания. Разработана двумерная турбулентная модель взаимодействия качающего узла аксиально-поршневой гидромашин с напорной линией гидропривода. Получено уравнение состояния для двухфазной рабочей жидкости в баротропном приближении. По результатам вычислительного эксперимента обоснована необходимость учета динамических процессов в качающем узле при моделировании переходных и температурных процессов в гидроприводе на основе регулируемых аксиально-поршневых гидромашин.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, гидропривод, регулируемые аксиально-поршневые гидромашин, переходной процесс, вычислительный эксперимент

---

### **Введение**

Технический уровень гидравлического привода (ГП) современной техники во многом определяется параметрами его силовых агрегатов. В гидравлических приводах, как авиационной и ракетной техники, так и сельскохозяйственных, строительно-дорожных, коммунальных, лесных и других мобильных машин в качестве силовых агрегатов широко применяются аксиально-поршневые гидравлические машины (АПГ), что обусловлено их малыми габаритами и массой на единицу производимой мощности, возможностью работы на высоких давлениях (до 60...70 МПа) и частотах вращения (5000 об/мин и выше), высоким КПД и сроком службы, а также возможностью регулирования величины рабочего объема для изменения режима работы – частоты вращения или момента на выходном валу привода.

Основные достоинства АПГ с регулируемым рабочим объемом, как гидромоторов (РГМ), так и гидронасосов (РГН) – высокие рабочие давления и частоты вращения, возможность регулирования рабочего объема, а недостаток – большие пульсации подачи,

и как следствие, большая нестабильность давления в гидросистеме. Такие пульсации особенно нежелательны в гидросистемах управления летательных аппаратов и топливных системах двигателей.

С негативным влиянием пульсаций давления приходится сталкиваться и при разработке ГП на основе АПГ с дискретным машинным регулированием (ДМР): ДРГМ, ДРГН – дискретно-регулируемых гидромоторов и гидронасосов соответственно. Возможность использования ДМР для обеспечения работы различных мобильных машин (ММ) обусловлена тем, что для реализации полного рабочего цикла во многих из них достаточно обеспечить работу в двух характерных режимах: холостой ход и рабочий режим. При этом отпадает необходимость в пропорциональном управлении ГП. Для реализации двух режимов работы ММ, исполнительное устройство – ДРГМ работает на двух фиксированных значениях рабочего объема, переключение между которыми обеспечивает гидравлический распределитель, работающий в релейном режиме. Такая система управления рабочим процессом [2] является дискретной. Диапазон регулирования рабочих параметров ГП может быть дополнительно расширен, если в качестве ДРГН использовать аналогичную ДРГМ гидравлическую машину. ДМР величины рабочего объема [1] позволяет существенно расширить диапазон регулирования, при незначительном повышении стоимости ГП, обеспечивает легкость в управлении, простоту в эксплуатации, обслуживании и ремонте. Установка АПГ с ДМР не требует внесения существенных конструктивных изменений в ГП, кроме использования дополнительного распределителя для обеспечения процесса изменения рабочего объема гидромашины.

Однако, переключение между фиксированными дискретными режимами работы ДРГМ и ДРГН приводит к развитию в ГП волновых переходных процессов. До настоящего времени, особенности динамических процессов в ГП с ДМР остаются малоисследованными, что не позволяет максимально эффективно использовать такие ГП на практике.

Эффективным методом изучения динамических переходных процессов в гидравлических системах является математическое моделирование. Проводя численные эксперименты в рамках разработанной математической модели можно получить научно обоснованные рекомендации по повышению производительности, надежности и энергоэффективности ГП на основе АПГ с возможностью регулирования величины рабочего объема. Математические модели можно классифицировать по степени приближения к реальности при описании гидравлических процессов в ГП. По отношению к необходимости учета волновых процессов в ГП можно выделить: 1) «инженерное» приближение - модели с сосредоточенными параметрами; 2) «физическое» приближение - модели с распределенными параметрами в различной степени детализации [3].

В рамках этих подходов рабочая жидкость (РЖ) может полагаться сжимаемой или несжимаемой (слабо сжимаемой), учитываться особенности потока РЖ – ламинарный (турбулентный). Среди моделей ГП с распределенными параметрами можно рассматривать как приближенные одномерные, так и двумерные осесимметричные

модели. При современном уровне развития вычислительной техники возможно построения трехмерных моделей отдельных узлов ГП.

В предлагаемой работе проведен анализ возможностей математического моделирования переходных процессов в регулируемых АПГ, на основе полученных авторами результатов, в рамках «инженерного» приближения. Цель работы – поиск путей совершенствования математической модели ГП в плане использования «физического» приближения для описания особенностей функционирования отдельных узлов АПГ и напорной линии гидропривода. В работе решалась задача математического моделирования системы с распределенными параметрами, состоящей из качающего узла, распределителя АПГ и напорной линии ГП, которые рассматривались как системы с распределенными параметрами.

### Основная часть

В рамках «инженерного» приближения авторами разработана математическая модель ГП механизма с вращательным движением выходного звена на основе регулируемых АПГ с учетом кинематических и физических особенностей конструкции, входящих в него технических устройств [4]. Принципиальная схема гидропривода приведена на рис. 1. Гидропривод содержит две аксиально-поршневых гидромашины РГН и РГМ с наклонным блоком цилиндров. Величина давления в напорной линии гидропривода контролируется переливным клапаном (ПК) прямого действия с нулевым перекрытием, в состав которого конструктивно входит дроссель (Д1). Если (рис. 1), изменение рабочего объема РГН и РГМ осуществляется посредством дифференциального подключения гидроцилиндров Г, расположенных в линии управления (штриховая линия на рис. 1), то реализуется принцип ДМР с двухуровневым регулированием рабочего объема. Подключение гидроцилиндров Г осуществляется гидравлическими распределителями Гр.

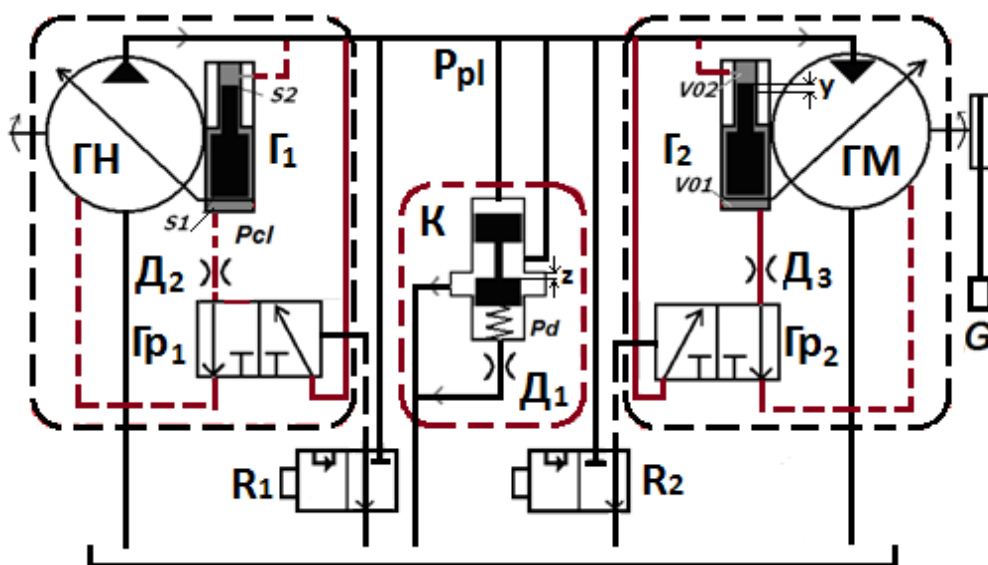


Рис. 1. Принципиальная схема гидропривода ММ на основе регулируемых аксиально-поршневых гидромашин.

При построении математической модели работы ГП использовались следующие предположения.

1. Отсутствие волновых процессов в трубопроводах, которыми пренебрегаем, предполагая малой длину напорного трубопровода и минимальные потери давления при прохождении РЖ.
2. Отсутствие волновых процессов, сопровождающих переход гидроцилиндров качающего узла между зонами всасывания и нагнетания;
3. Слабое влияние на динамику движения качающего узла силы трения в опорах поршней.

Предположения 1 и 2 фактически означают, что взаимосвязанные элементы – гидроцилиндр качающего узла, распределитель и напорная линия образуют систему с сосредоточенными параметрами.

Основу математической модели составляют алгебраические и обыкновенные нелинейные дифференциальные уравнения (1) – (6).

$$Q_{zh} - C_{pn} p_{pl} - \frac{V^{zh} + V^{\lambda}}{E_a(p_{pl}, m_0)} \frac{dp_{pl}}{dt} - Q_K - Q_{d1} - Q_p = Q_{zm} + C_{mn} p_{pl} + \frac{V^{zm}}{E_a(p_{pl}, m_0)} \frac{dp_{pl}}{dt} \quad (1)$$

$$W^{zm} p_{pl} \eta_m \eta_g - M_c - \beta \omega_{zm} = J \frac{d\omega_{zm}}{dt} \quad (2)$$

$$Q_{zh(zm)} = \sum_{i=1}^k Q_{izh(zm)} = \frac{\pi d_{zh(zm)}^2}{4} \sum_{i=1}^k \frac{dx_{izh(zm)}}{dt}; k = \frac{z \pm 1}{2} \quad (3)$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = (p_{pl} - p_d) S_K - (z + z_0) \cdot c - F_{gtr} - F_g \quad (4)$$

$$Q_K = \pi \mu_{d1} d_p \sin \frac{\theta}{2} \sqrt{\frac{2 p_{pl}}{\rho}} z; \quad S_K \frac{dz}{dt} = Q_{d1} + \frac{V_{d1}}{E_a} \frac{dp_d}{dt}; \quad Q_{d1} = \mu_{d1} S_{d1} \sqrt{\frac{2 p_d}{\rho}} \quad (5)$$

$$F_g = \rho Q_K^2 \left( \frac{1}{S_K} - \frac{\cos(\theta/2)}{S_p} \right); \quad S_p = \pi d_p \sin \frac{\theta}{2} \cdot z; \quad F_{gtr} = \frac{(p_{pl} - p_d)}{2} b \delta - \frac{\mu b (L + x)}{\delta} \cdot \frac{dz}{dt} \quad (6)$$

В уравнениях (1) – (6) обозначено:  $Q$  – подачи (расходы) РЖ, сопровождающие работу отдельных устройств ГП;  $V, W$  – рабочие и характерные объемы гидромашин и напорной линии;  $C$  – коэффициенты утечек гидромашин;  $p$  – давление в напорной или управляющей линиях ГП;  $E_a$  – модуль объемного сжатия РЖ;  $\beta$  – коэффициент жидкостного трения ГМ;  $J$  – суммарный момент инерции ГМ, приведенный к валу;  $\omega_{zm}$  – частота вращения ГМ;  $M_c$  – момент сопротивления на валу ГМ;  $\eta_{m,g}$  – механический и гидромеханический КПД. Подача ГН  $Q_{zh}$  и расход РЖ в ГМ  $Q_{zm}$  формировались (3) с учетом кинематических зависимостей, описанных в [5]. В (3):  $x_i$  – ход  $i$  поршня гидромашин;  $z$  – количество поршней блока цилиндров;  $d$  – диаметр поршня. В уравнениях (4) – (6):  $p_d$  – давление в демпфирующей полости переливного клапана К;  $z$  – смещение запорно-регулирующего элемента К;  $F_{gtr}$  и  $F_g$  – силы жидкостного трения и

гидродинамическая сила, действующие на запорно-регулирующий элемент;  $c$  – жесткость пружины К;  $\theta$  – угол конусности запорного элемента К.

Изменения давления  $p_{pl}$  в напорной линии ГП и частота вращения ГМ  $w_m$  находится при совместном решении уравнений неразрывности (1), моментов (2), кинематики гидромашин (3) и уравнений, моделирующих работу переливного клапана (4) – (6).

ДМР рабочего объема АПГ осуществляется при помощи системы управления, в состав которой входит гидроцилиндр Г, гидравлический распределитель Гр и внешний гидравлический распределитель R (рис. 1). При включении гидропривода давление напорной линии подается под основание поршня с меньшей площадью  $S_2$ , а под основание с большей площадью  $S_1$  подается давление дренажной линии гидромашин. Поршень Г занимает крайнее нижнее положение, которое соответствует максимальному углу наклона блока цилиндров к оси вала гидромашин (в данной работе принято  $\gamma_{\max} = 25^\circ$ ) и, следовательно, максимально возможному значению ее рабочего объема. Для уменьшения рабочего объема гидромашин достаточно переключить гидравлический распределитель Гр, который коммутирует напорную линию гидравлической системы с линией управления рабочим объемом гидромашин. В этом случае, максимальное смещение поршня гидроцилиндра системы управления можно предварительно регулировать в пределах изменения угла  $\gamma = 8^\circ \div 25^\circ$ . Для переключения гидравлического распределителя Гр может использоваться внешний по отношению к ДРГМ (ДРГН) распределитель R. Переключение может осуществляться вручную, либо автоматически при помощи электромагнита, по сигналу датчика давления или скорости перемещения рабочего органа.

Гидродинамические процессы движения РЖ в линии управления ГП между напорной линией и полостями Г описывается, при уменьшении рабочего объема, уравнением (7), при увеличении объема – уравнением (8).

$$Q_d = \mu_d \cdot S_d \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{pl} - p_{cl})} = S_{1\Gamma} \frac{dy}{dt} + \frac{V_{01\Gamma} + S_{1\Gamma} \cdot y}{E_a} \cdot \frac{dp_{cl}}{dt} \quad (7)$$

$$Q_d = \mu_d \cdot S_d \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{cl} - p_0)} + \frac{dp_{cl}}{dt} \cdot \frac{V_{01\Gamma} + S_{1\Gamma} \cdot y}{E_a} = -S_{1\Gamma} \frac{dy}{dt} \quad (8)$$

Связь математической модели регулятора объема (7), (8) с уравнением непрерывности исходной модели (1) осуществляется при помощи уравнений (9), (10) – для случаев уменьшения и увеличения рабочего объема соответственно.

$$Q_p = Q_d - S_{2\Gamma} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (9)$$

$$Q_p = \frac{V_{02\Gamma} + S_{2\Gamma} \cdot (y_{\max} - y)}{E_a} \cdot \frac{dp_{pl}}{dt} - S_{2\Gamma} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (10)$$

Динамика поршня Г и величина момента внешних сил  $M_c$ , действующих на ось ГМ, описываются [6, 7] уравнениями Ньютона, аналогично уравнению (4).

Для описания физико-механических свойств РЖ, с учетом возможного присутствия в ее объеме нерастворенного воздуха в объемном отношении  $m_0 = V_{z0}/V_{c0}$  ( $V_{z0}$  - объем нерастворенного воздуха,  $V_{c0}$  - объем газовой смеси), зависимость модуля объемного сжатия РЖ от давления  $E_a(p, m_0)$  может задаваться в соответствии с формулой Прокофьева [8].

$$E_a(p, m_0) = \frac{h(p+1)(Ap+B) \left[ (1-m_0) \sqrt[h]{\frac{Ap_0+B}{Ap+B}} + m_0 \sqrt[h]{\frac{p_0+1}{p+1}} \right]}{h(p+1)(1-m_0) \sqrt[h]{\frac{Ap_0+B}{Ap+B}} + m_0(Ap+B) \sqrt[h]{\frac{p_0+1}{p+1}}}, \quad (11)$$

где  $h = c_p/c_v$  - показатель адиабаты;  $V_p, V_{z0}$  - объемы газовой фазы при давлениях  $p$  и  $p_0$  соответственно;  $V_{c0} = V_{ж0} + V_{z0}$  - исходный объем газожидкостной смеси. Уравнение (11) получено в рамках равновесной термодинамики в предположении изэнтропийности процесса. В модели пренебрегается растворением воздуха в РЖ при увеличении давления и обратным процессом выделения воздуха при его уменьшении, что делает ее пригодной для процессов с малыми характерными временами.

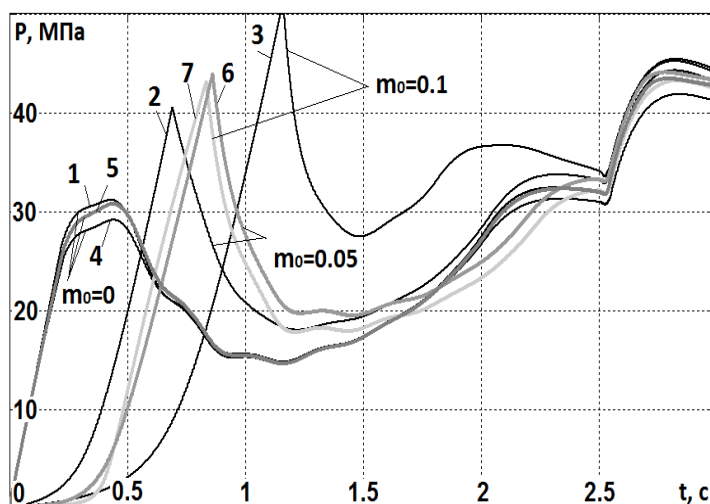
Совместное решение уравнений (1) – (10) позволяет изучать особенности переходных процессов в ГП возникающих при изменении режима работы ММ, с учетом допущений, сформулированных выше. Решение находилось численным методом, с использованием разработанной авторами программы на основе математической оболочки *Matlab* (приложение *Simulink*). Предусмотрена возможность оптимизации различных параметров в процессе численного решения. В качестве примера, на рис. 2 приведены результаты работы расчетной программы для ГП на основе регулируемых АПГ 403 с линзовым распределителем ( $V^{zh} = V^{zm} = 112 \text{ см}^3$ ; РЖ - ВМГЗ). Графики 1, 2, 3 построены с использованием формул Прокофьева (11); 4 – при условии постоянства плотности и вязкости РЖ; 5, 6, 7 – формулы [9] для модуля объемного сжатия.

Переходный процесс в напорной линии ГП возникает вследствие изменений в режиме его работы: включение ( $t = 0 \text{ с}$ ), уменьшение объема ДРГМ ( $t = 1 \text{ с}$ ), увеличение объема ДРГН ( $t = 2.5 \text{ с}$ ).

Из результатов вычислительного эксперимента следует, что использовании ДМР рабочего объема АПГ в напорной линии гидропривода, при изменении режима его работы, возникают существенные пульсации давления. Амплитудные значения пульсаций могут превышать характерные значения давления при стационарном течении процесса на 50%, что может существенно повлиять на стабильность и безопасность работы ГП.

Следует отметить, что математическая модель (1) – (10), при соответствующем изменении уравнений (7 – 10), может быть использована для исследования переходных

процессов в ГП, возникающих при изменении режима работы не только АПГ с ДМР, но и при использовании других методов регулирования.



**Рис. 2.** Изменение давления в напорной линии ГП в переходном процессе с использованием различных моделей РЖ в рамках «инженерного» подхода.

Основными недостатками «инженерного» приближения (1) – (10) при моделировании переходных процессов в ГП являются: невозможность учета как волновых процессов, сопровождающих переход цилиндров качающего узла из зоны всасывания в зону нагнетания и наоборот, так и волновых процессов, порождаемых в напорной линии ГП воздействием внешних устройств ММ, трудности в описании изменения температуры РЖ в процессе работы ГП. В то же время, возможности современной компьютерной техники позволяют формулировать и численно решать модели качающего узла АПГ и напорной линии с распределенными параметрами. Это могут быть как одномерные [10], при некоторых упрощающих предположениях, модели, так и двумерные (трехмерные) модели, сформулированные в предположении ламинарного или турбулентного течения РЖ.

Авторами, в рамках программы мультифизического моделирования *COMSOL Multiphysics*, разработана двумерная турбулентная ( $k-\varepsilon$  модель турбулентности) модель взаимодействия качающего узла АПГ с напорной линией ГП. Выбор турбулентной модели объясняется величиной числа Рейнольдса  $Re = \frac{\rho UL}{\mu} = 7083$  при характерных

значениях параметров – скорости  $U = 3 \frac{м}{с}$  и длины  $L = 0.025 м$ , описывающих движение

РЖ  $\left( \rho = 850 \frac{кг}{м^3}; \mu = 0.009 Па \cdot с \right)$  в гидроцилиндрах качающего узла и напорном трубопроводе.

Исходя из соображений о малом времени формирования и распространения в гидравлической системе импульса разгрузки, в математической двумерной модели вместо



вращательного движения качающего узла рассматривается линейное поступательное движение распределителя.

Математическая модель (12) – (16) описывает турбулентное движение вязкой сжимаемой теплопроводной жидкости в системе взаимосвязанных гидравлических элементов (гидроцилиндры качающего узла, торцевой распределитель АПГ и напорная линия) и включает уравнения движения (12), неразрывности (13), турбулентной кинетической энергии  $k$  (14), скорости диссипации турбулентной энергии  $\varepsilon$  (15) и уравнение теплопроводности (16).

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = \rho \vec{P} - \nabla p + \frac{1}{3} (\mu + \mu_T) \nabla (\text{div} \vec{V}) + (\mu + \mu_T) \Delta \vec{V} - \frac{2}{3} \rho \cdot k; \quad \mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (13)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) k = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \cdot \varepsilon \quad (14)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho (\vec{V} \cdot \nabla) \varepsilon = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (15)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q + Q_{vh} + W_p \quad (16)$$

В уравнениях (12) – (16) обозначено:  $\vec{V}$  - локальная осредненная скорость потока жидкости;  $\rho$  - плотность;  $\mu, \mu_T$  - динамическая и динамическая турбулентная вязкости жидкости соответственно;  $\vec{P}$  - вектор объемных сил;  $P_k = \mu_T \cdot S^2$  - производство турбулентной кинетической энергии,  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$  - модуль средней скорости изменения тензора деформации;  $C_p$  - теплоемкость жидкости при постоянном давлении;  $T$  - температура;  $Q$  - внутренние источники (стоки) тепла;  $Q_{vh}$  и  $W_p$  - работа вязких сил и давления соответственно;  $\sigma_k = 1, \sigma_\varepsilon = 1.3, C_\mu = 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.92$  - коэффициенты модели.

Модель взаимодействия качающего узла АПГ с напорной линией ГП содержит пять подобластей (рис. 3): 1,2 и 3 подобласти моделируют соответствующие цилиндры качающего узла; подобласть 4 – распределитель АПГ; 5 – напорную линию.

Область локализации РЖ выделена на рис. 3 более светлым оттенком, П1, П2 и П3 – поршни соответствующих цилиндров. На рис. 3 схематически показаны начальные и граничные условия в различных подобластях модели. Значение начального давления  $p_n$ , в различных вычислительных экспериментах варьировалось в пределах:  $p_n = 5 - 30 \text{ МПа}$ . В



связи с тем, что модель содержит движущиеся элементы (поршни цилиндров П1 – П3 и распределитель АПГ 4), формулировались два типа граничных условий – для подвижных и неподвижных границ (подвижные границы показаны на рис. 3 стрелкой).

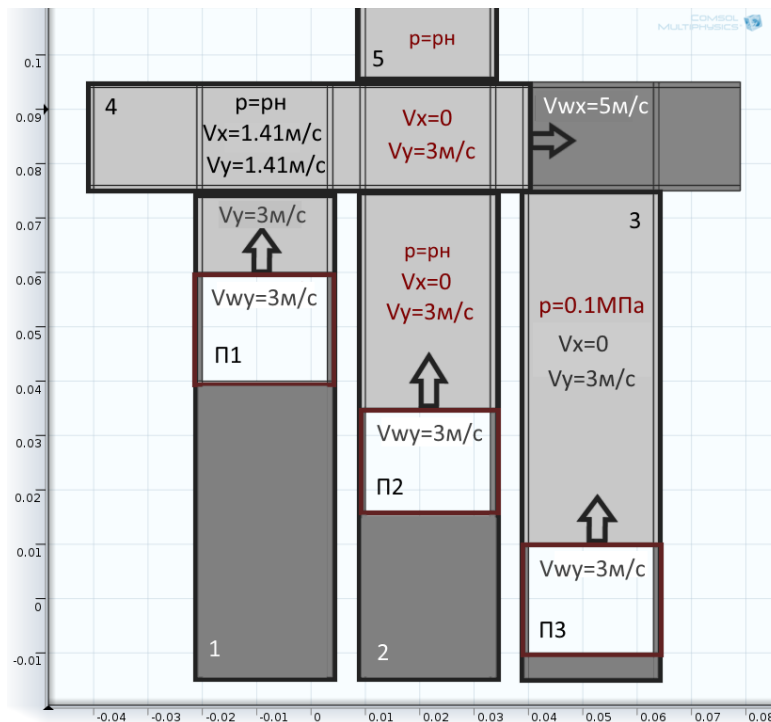


Рис. 3. Начальные и граничные условия модели взаимодействия качающего узла АПГ с напорной линией

Для неподвижных границ:

$$\begin{aligned} \vec{V} \cdot \vec{n} &= 0; \quad \nabla k \cdot \vec{n} = 0; \quad \varepsilon = \rho \frac{C_\mu k^2}{K_V \delta_w^+ \mu}; \\ \left( \frac{1}{3} (\mu + \mu_T) \nabla (\text{div} \vec{V}) + (\mu + \mu_T) \Delta \vec{V} - \frac{2}{3} \rho \cdot k \right) \vec{n} &= -\rho \frac{u_\tau}{\delta_w^+} \vec{V}_\tau \end{aligned} \quad (17)$$

В (17) обозначено:  $K_V = 0.41$  – постоянная Кармана;  $\delta_w^+$  – толщина вязкого подслоя;  $u_\tau$  – скорость трения.

Для подвижных границ, кроме условий (17), заданы скорости движения границ  $\vec{u}_w$ . Условие непроникновения сформулировано в виде  $(\vec{V} - \vec{u}_w) \cdot \vec{n} = 0$ ; в условиях для сдвиговых напряжений  $\vec{V}_\tau = (\vec{V} - \vec{u}_w)_\tau$ .

На выходе напорной линии ( $y = H$ ) заданы условия стационарного плоскопараллельного течения:  $V_x(x, H, t) = 1 \text{ м/с}$ ;  $V_y(x, H, t) = 0$

В подобластях, содержащих подвижные границы, происходит деформирование исходной сетки, состоящей из прямоугольных элементов. Изменение  $Y$  координат узлов прямоугольной сетки подобласти с одной подвижной границей описывается уравнением:

$$\Delta y = v_{cp} t \frac{|l| \pm Y}{L}, \quad (18)$$

где  $v_{cp}$  – скорость смещения подвижной границы;  $t$  – время;  $L$  – исходный размер подобласти с подвижной границей по оси ОУ;  $l$  – координата неподвижной границы подобласти по оси ОУ. Знак плюс соответствует случаю растяжения подобласти, а минус – сжатию.

Уравнение состояния однофазной РЖ давалось в баротропном приближении зависимостью:

$$\rho(p) = \frac{\rho_0}{1 - \beta \cdot (p - p_A)}, \quad (19)$$

где  $\rho_0$  – плотность РЖ при атмосферном давлении  $p_A$ ;  $\beta$  – изотермическая сжимаемость.

В модели предусмотрена возможность изучать переходные процессы с учетом влияния на физико-механические свойства двухфазной РЖ давления, температуры и нерастворенной газовой фазы. Использовать для этого непосредственно формулу Прокофьева (11) не представляется возможным, поскольку в формулировку  $k$ – $\varepsilon$  модели турбулентности модуль объемного сжатия РЖ не входит. В рамках допущений, принятых при выводе формулы (11), исходя из факта постоянства массы сжимаемого объема газовой смеси, авторы получили выражение, описывающее зависимость ее плотности от давления  $p$  и объемной доли нерастворенного в РЖ воздуха  $m_0$ . Запишем условие постоянства массы сжимаемого объема двухфазной РЖ.

$$\rho_c = \rho_{0c} \frac{V_{ж0} + V_{г0}}{V_{жc} + V_{гc}} \Rightarrow \rho_c = \rho_{0c} \frac{V_{ж0}}{V_{жc}} \cdot \frac{1 + V_{г0}/V_{ж0}}{1 + V_{гc}/V_{жc}}, \quad (20)$$

где  $\rho_{0c}, \rho_c$  – начальная и текущая плотность двухфазной РЖ;  $V_{ж0}, V_{жc}$  и  $V_{г0}, V_{гc}$  – начальные и текущие объемы РЖ и нерастворенной газовой фазы соответственно. Запишем также, уравнение адиабатического сжатия идеального газа и уравнение состояния для изэнтропийного процесса сжатия однофазной РЖ.

$$(p+1)V_{гc}^k = (p_0+1)V_{г0}^k \quad (21)$$

$$\left(p_0 + \frac{B}{A}\right)V_0^A = \left(p + \frac{B}{A}\right)V^A, \quad (22)$$

где  $A$  и  $B$  – зависящие от типа РЖ параметры. Из уравнений (21), (22) следует:

$$\frac{V_{г0}}{V_{ж0}} = \frac{m_0}{1-m_0}; \frac{V_{гc}}{V_{жc}} = \frac{m_0}{1-m_0} \cdot \frac{\sqrt[k]{\frac{p_0+1}{p+1}}}{\sqrt[A]{\frac{p_0+B/A}{p+B/A}}} \Rightarrow \rho_c = \rho_{0c} \left[ (1-m_0) \left( \sqrt[A]{\frac{Ap_0+B}{Ap+B}} + \frac{m_0}{1-m_0} \sqrt[k]{\frac{p_0+1}{p+1}} \right) \right]^{-1} \quad (23)$$

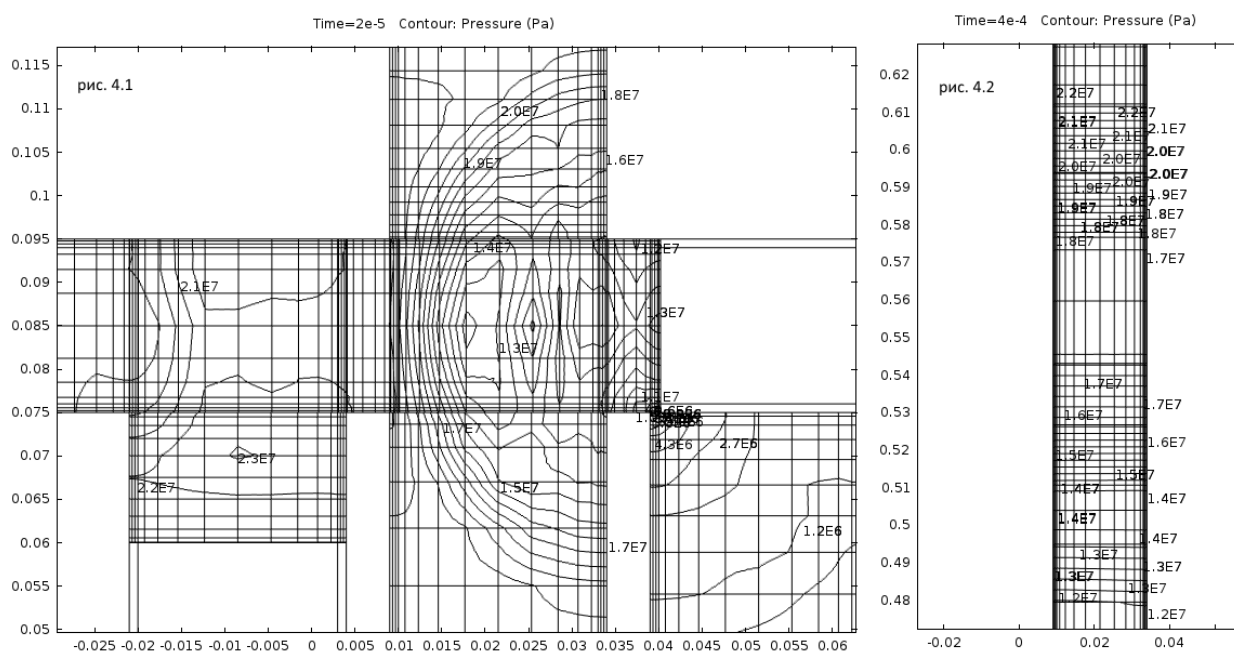
Выражение (23) можно понимать, как уравнение состояния для двухфазной РЖ в баротропном приближении.

При необходимости учета температурных эффектов, влияющих на процесс деформирования РЖ, для определения ее плотности можно использовать методику, предложенную авторами в работе [11].

$$\rho_c = \rho_{c0} \left[ (1-m_0) \frac{F(p_0, T_0)}{F(p, T)} + m_0 \cdot \frac{p_0}{p} \cdot \frac{T}{T_0} \right]^{-1}; \quad F(p, T) = \frac{a_1 \cdot p - a_2 \cdot T + a_0}{(a_5 - a_4 \cdot p)^2} \quad (13)$$

Коэффициенты  $a_i$  определяют, интерполируя экспериментальные данные по зависимости от давления и температуры изотермической  $\beta_T(p, T)$  и адиабатической  $\beta_p(p, T)$  сжимаемости.

Модель дает возможность изучать амплитудные и временные характеристики волновых процессов в напорной линии ГП и цилиндрах качающего узла, вызванные их переходом из зоны всасывания торцевого распределителя в зону нагнетания. На рис. 4 показана начальная стадия процесса перехода третьего цилиндра (рис. 3) качающего узла в область напорного окна распределителя. В этот момент РЖ в распределителе и напорной линии находится под давлением  $p_n = 20 \text{ МПа}$ , а давление РЖ в третьем цилиндре  $p = 0.1 \text{ МПа}$ . Перепад давлений вызвал распространение импульса повышенного давления внутрь цилиндра и волны разгрузки, проходящей через распределитель, по направлению к напорной линии. Расчет проводился для случаев как однофазной, так и двухфазной РЖ и дал качественно похожие результаты.



**Рис. 4.** Переходный процесс перераспределения давления при переходе гидроцилиндра качающего узла АПГ с зону нагнетания (4.1) и импульс разгрузки в напорной линии (4.2). Расчет для однофазной РЖ.

Вычислительный эксперимент показывает, что на начальной стадии перехода гидроцилиндра в зону нагнетания происходит существенное (до 35%) уменьшение давления в распределителе и увеличение давления в верхней части гидроцилиндра в 60 и

более раз. На представленных рисунках видно, что импульс разгрузки из распределителя попадает в напорную линию и начинает распространяться к исполняющим устройствам ГП, что может нарушить стабильность их работы.

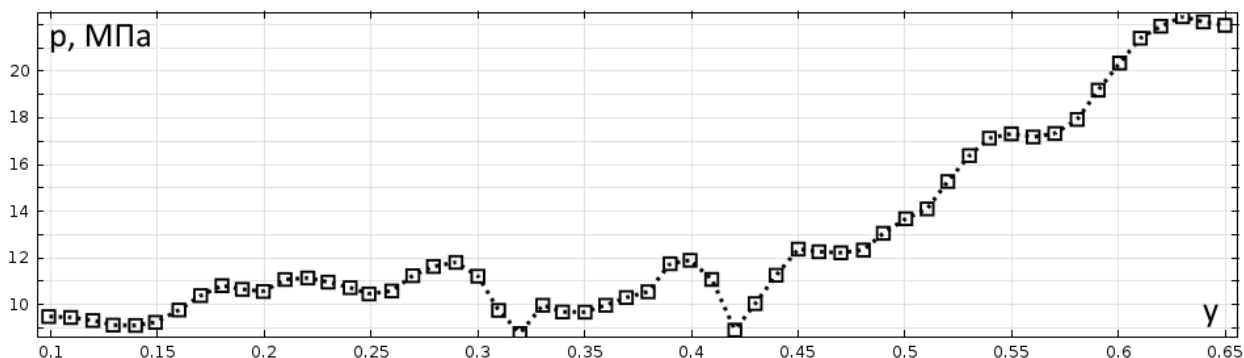


Рис. 5. Распределение давления в импульсе разгрузки вдоль оси напорной трубы,  $t = 4 \cdot 10^{-4}$  с.

Перепад давления в напорном трубопроводе при распространении импульса разгрузки (~50% по рис. 5) сравним по амплитуде с пульсациями давления, которые проявляются при изменении режима работы ГП. Процессы, порождающие пульсации давления такого уровня необходимо учитывать при моделировании переходных процессов в ГП.

Однако, моделирование всего ГП как системы с сосредоточенными параметрами требует решения сложных систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных в 2-х или даже 3-х мерных областях. Это приведет к чрезмерному усложнению модели и увеличению времени счета.

Одним из возможных путей, является комбинированный подход, когда как система с распределенными параметрами рассматривается не весь ГП, а отдельные его элементы. Если модель ГП с сосредоточенными параметрами создана в приложении *Simulink* программы *Matlab*, то, при необходимости уточнения модели, существует возможность, составлять математические модели отдельных устройств с распределенными параметрами в программе *COMSOL Multiphysics* и конвертировать их в коды М-языка. На базе полученных программ можно создать блоки приложения *Simulink* и использовать их в рамках базовой программы с сосредоточенными параметрами.

## Заключение

Выполнена оценка возможности применения дискретного машинного регулирования параметров силовых агрегатов для повышения технической эффективности гидравлических приводов различных мобильных машин.

Описаны подходы к созданию математических моделей гидравлических машин с дискретным машинным регулированием параметров, а также приведены результаты расчета переходных процессов в рамках «инженерного» приближения для гидропривода на основе регулируемых АПГ 403.

Разработана двумерная турбулентная модель взаимодействия качающего узла АПГ с напорной линией ГП. Показана необходимость учета этого взаимодействия при моделировании переходных процессов.

Используя технические возможности преобразования программных реализаций пакета *COMSOL Multiphysics* в объекты *Simulink* целесообразно объединить оба подхода в одной программной реализации.

### Список литературы

1. Рыжаков А.Н., Николенко И.В. Переходные процессы в гидроприводе с дискретным машинным регулированием // MOTROL: Polish Academy of sciences. 2009. Vol. 11b. P. 52-65.
  2. Федорец В.А., Педченко М.Н., Пичко А.Ф., Пересадько Ю.В., Лысенко В.С. Гидроприводы и гидропневмоавтоматика станков. Киев: Вища школа, 1987. 375 с.
  3. Орлов Ю.М. Авиационные объемные гидромашины с золотниковым распределением. Пермь: Пермский. гос. тех. ун-т, 1993. 252 с.
  4. Nikolenko I., Ryzhakov A. Modelling of operational cycle of hydraulic drive of lifting mechanism based on axial piston hydraulic machines with discrete control // MOTROL: Polish Academy of sciences. 2013. Vol. 13b. P. 113-117.
  5. Прокофьев В.Н., Синев А.В. Кинематические связи в бескарданных аксиально-поршневых гидропередачах // Вестник машиностроения. 1964. № 11. С. 14-18.
  6. Николенко И.В., Рыжаков А.Н. Динамика регулятора аксиально-поршневой гидромашины с дискретным регулированием // Наукові праці Донецького НТУ. Серія: Гірничо-електромеханічна. 2012. № 23 (196). С. 192-203.
  7. Николенко И.В., Рыжаков А.Н. Влияние динамических нагрузок в грузонесущих элементах на характер протекания переходного процесса в гидравлическом приводе механизма подъема // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. 2010. № 76. С. 21-26.
  8. Прокофьев В.Н., Данилов Ю.А., Кондаков Л.А., Луганский А.С., Целин Ю.А. Аксиально-поршневой регулируемый гидропривод. М.: Машиностроение, 1969. 496 с.
  9. Немировский И.А., Снисарь Н.Г. Расчет гидроприводов технологических машин. Киев: Техника, 1992. 181 с.
  10. Попов Д.Н. Нестационарные гидромеханические процессы. М.: Машиностроение, 1982. 240 с.
- Лурье З.Я., Николенко В.И., Рыжаков А.Н. Уравнение состояния и физико-механические характеристики рабочей жидкости при моделировании переходных процессов в гидроприводе // Промислова гідравліка і пневматика. 2013. № 3 (41). С. 49-58.

## **Modelling of Operational Cycle in a Hydraulic Drive Based on Adjustable Axial Piston Hydraulic Machines**

I.V. Nikolenko<sup>1</sup>, A.N. Ryzhakov<sup>1,\*</sup>

\*[ar1961253n@yandex.ru](mailto:ar1961253n@yandex.ru)

<sup>1</sup>Academy of Construction and Architecture «V.I.Vernadsky Crimean Federal University» Simferopol, Russia

---

**Keywords:** mathematical modeling, hydraulic drive, adjustable axial piston hydraulic machines, transients, computational experiment

---

The state-of-art technical devices - from the aircraft and missile equipment to mobile machines in sphere of construction and agriculture - widely use hydraulic drives based on adjustable axial-piston hydraulic machines. During operation of such hydraulic drives, pressure fluctuations and power fluid flow rate occur, and it results in vibrations of hydraulic machine housing and its components and acoustic radiation of units. Such processes arise from the wave transients that may appear when a mode of operation is changed, or are available when the hydraulic machine separate units are in operation. Origination specificities of these processes and their development are not well studied. So implementation of such hydraulic machines in hydraulic drives of equipment with a wide variety of dynamic loads requires additional experimental and theoretical investigations.

The objectives of this paper is to develop a hydraulic drive model based on adjustable axial-piston hydraulic machines and to investigate transients that are available in the operational cycle of a hydraulic drive.

To study transients a method of mathematical modeling was used. For hydraulic drive mechanism with rotational displacement, a model with lumped parameters was developed. The model takes into consideration the kinematic and physical features of hydraulic drive components structure, peripheral devices and physical and mechanical properties of power fluid, thereby partially solving the task of investigating transients.

There is no possibility to describe all aspects of transients within the framework of a mathematical model with lumped parameters. Difficulties spring up when modeling the wave processes that occur at transient of pumping unit hydraulic cylinders between the suction and discharge zones.

For modeling the power fluid transient from pumping unit into discharge line, was developed a two-dimensional turbulent model with distributed parameters. An equation of state for two-phase power fluid in barotropic approximation was obtained.

Based on the computational experiment results, it is found that unloading pressure fluctuations, which occur at transients in a pumping unit, considerably change the power fluid pressure distribution along a discharge line, and must be taken into consideration when modeling the dynamic processes in hydraulic drives based on adjustable axial-piston hydraulic machines.

## References

1. Ryzhakov A.N., Nikolenko I.V. Transients in a hydraulic drive with discrete machine regulating. *MOTROL: Polish Academy of sciences*, 2009, vol. 11b, pp. 52-65. (in Russian).
2. Fedorets V.A., Pedchenko M.N., Pichko A.F., Peresad'ko Yu.V., Lysenko V.S. *Gidroprivody i gidropneumoavtomatika stankov* [Hydraulic drives, hydraulic and pneumatic control systems of machine tools]. Kiev, Vishcha shkola Publ., 1987. 375 p. (in Russian).
3. Orlov Yu.M. *Aviatsionnye ob'emnye gidromashiny s zolotnikovym raspredeleniem* [Aircraft positive-displacement hydraulic machines with slide-valve distribution]. Perm, PSTU Publ., 1993. 252 p. (in Russian).
4. Nikolenko I., Ryzhakov A. Modelling of operational cycle of hydraulic drive of lifting mechanism based on axial piston hydraulic machines with discrete control. *MOTROL: Polish Academy of sciences*, 2013, vol. 13b, pp. 113-117.
5. Prokof'ev V.N., Sinev A.V. Kinematic relations in gimballess axial-piston hydraulic drives. *Vestnik mashinostroeniya*, 1964, no. 11, pp. 14-18. (in Russian).
6. Nikolenko I.V., Ryzhakov A.N. Dynamics of discrete controlled axial-piston hydraulic machine regulator. *Naukovi pratsi Donets'kogo NTU. Seriya: Girnicho-elektromekhanichna = Proceedings of Donetsk NTU. Series: Mining and Electromechanical*, 2012, no. 23 (196), pp. 192-203. (in Russian).
7. Nikolenko I.V., Ryzhakov A.N. Dynamic load effect on transient of lifting mechanism hydraulic drive in load-bearing element. *Girnichy, budivel'ni, dorozhni ta meliorativni mashini*, 2010, no. 76, pp. 21-26. (in Russian).
8. Prokof'ev V.N., Danilov Yu.A., Kondakov L.A., Luganskii A.S., Tselin Yu.A. *Aksial'no-porshnevoi reguliruemiy gidroprivod* [Adjustable axial-piston hydraulic drive]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1969. 496 p. (in Russian).
9. Nemirovskii I.A., Snisar' N.G. *Raschet gidroprivodov tekhnologicheskikh mashin* [Production machines hydraulic drives calculation]. Kiev, Tekhnika Publ., 1992. 181 p. (in Russian).
10. Popov D.N. *Nestatsionarnye gidromekhanicheskie protsessy* [Transient hydromechanical processes]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 240 p. (in Russian).
11. Lur'e Z.Ya., Nikolenko V.I., Ryzhakov A.N. State equation and power fluid physical and mechanical properties at transients simulation in a hydraulic drive. *Promislova gidravlika i pnevmatika = Industrial Hydraulics and Pneumatics*, 2013, no. 3 (41), pp. 49-58. (in Russian).