

УДК 621.92

Имитационная динамическая модель процесса шлифования сложнопрофильных деталей. Модель инструмента и обрабатываемой детали

Киселёв И. А.^{1,*}, Воронова И. С.¹,
Ширшов А. А.¹, Николаев С. М.¹

^{*}i.a.kiselev@yandex.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе представлена комплексная математическая модель динамики пространственного шлифования сложнопрофильных деталей, включающая модель динамики шлифовального круга, модель динамики обрабатываемой детали, а также численный алгоритм геометрического моделирования. Алгоритм геометрического моделирования основан на методе Z-буфера с авторскими модификациями и позволяет моделировать образование новой поверхности детали при удалении материала, а также определять толщину срезаемого слоя для каждого абразивного зерна шлифовального круга. Модель шлифовального круга представлена в виде совокупности микроразмерных режущих кромок (зерен), расположенных случайным образом на его внешней поверхности с учетом их размера, формы, а также характеристик структуры и зернистости круга. Моделирование динамики обрабатываемой детали выполнено на основе метода конечных элементов с использованием квадратичных тетраэдральных элементов. Рассматриваемая модель динамики пространственного шлифования позволяет оценить уровень вибраций, сил шлифования, а также отклонение формы и качество поверхности обработанной детали.

Ключевые слова: шлифование, динамика, геометрическое моделирование, силы шлифования, модель поверхности

Введение

В предыдущей работе авторов настоящей статьи [1] дан обзор работ по проблеме математического моделирования процесса шлифования, сформулировано решение проблемы в видении авторов, дано краткое описание и блок-схема имитационной математической модели процесса шлифования. Математическая модель состоит из трех основных блоков: а) блок определения взаимного положения модели шлифовального круга и модели обрабатываемой поверхности; б) блок формирования новой поверхности детали на основании данных о взаимном положении моделей инструмента и обрабатываемой поверхности; в) блок расчета усилия шлифования на основе феноменологических моделей. В настоящей работе изложена комплексная

математическая модель динамики пространственного шлифования, включающая модель шлифовального круга, численный алгоритм геометрического моделирования поверхности детали, учитывающий механизм запаздывания в системе. Модель позволяет оценить уровень вибраций, отклонение формы и качество поверхности, а также величины сил шлифования при различных сочетаниях параметров технологического процесса. Исходными данными для моделирования являются результаты работы CAD/CAM системы, в которой проводился первичный расчет маршрута обработки – твердотельная модель заготовки, траектория движения инструмента и его геометрические характеристики [2].

1. Модель шлифовального круга

Для описания модели шлифовального круга и ее положения относительно поверхности заготовки введем следующие системы координат и углы наклона [1, 3], как показано на рис.1, где:

xuz - система координат конечно-элементной модели заготовки;

$x''y''z''$ и $x'y'z'$ - соответственно вращающаяся и не вращающаяся система координат, связанная с инструментом, причем оси z' и z'' совпадают с осью фрезы;

η - угол между осью фрезы и осью z ;

ξ - угол между осью y и проекцией оси фрезы на плоскость xu ;

φ_i - угол поворота фрезы вокруг своей оси.

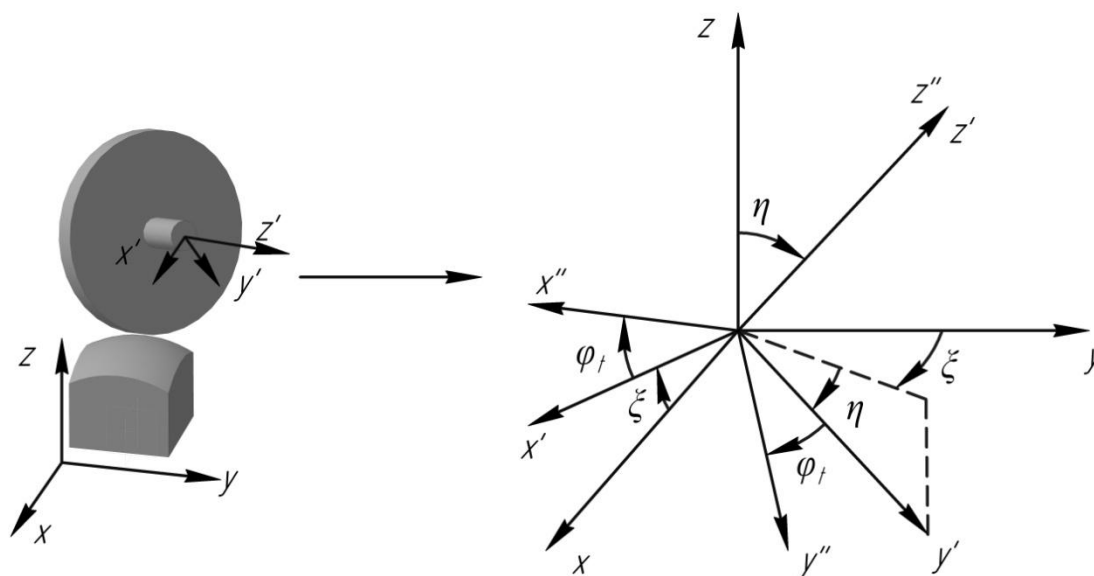


Рис.1 – Системы координат при моделировании обработки

С точки зрения геометрической модели шлифовальный круг представляет собой набор микроразмерных режущих кромок (зерен), расположенных на его внешней поверхности. На первом этапе создания модели генерируется регулярная сетка зерен с учетом их размера, формы, а также характеристик структуры и зернистости круга. Поскольку в действительности зерна распределены по поверхности случайным образом [4

-7], на полученную регулярную сетку зерен накладываются случайные смещения в радиальном, осевом и окружном направлении. Пределы случайных смещений должны соответствовать характеристикам структуры и зернистости круга.

Поскольку необходимо моделировать процесс пространственной обработки при общих условиях и учитывать различные формы [8] режущих кромок (зерен), предлагается рассматривать каждое зерно, как набор точек, соединенных прямыми отрезками. В этом случае силы, возникающие при обработке, можно рассчитывать как для зерна в целом, исходя из толщины срезаемого слоя для наиболее выступающей точки его режущей кромки, так и по отдельности для каждого отрезка режущей кромки на основе феноменологических моделей. При таком подходе отсутствуют ограничения по сложности геометрии зерен и ориентации инструмента в пространстве. Форма режущих кромок должна быть задана исходя из характеристик абразива, используемого при производстве шлифовального круга. Предлагаемая методика позволяет моделировать абразивные включения с различной формой огранки. На рисунке 2 ось «z» совпадает с осью шлифовального круга, ось «r» направлена вдоль его радиуса. В наиболее простом случае контуры зерна при его проецировании на плоскость «z-r» могут иметь форму симметричного или несимметричного треугольного острия (рис.2a), при этом модель содержит 3 точки на одно зерно. Для описания зерен с более сложной огранкой требуется применять модели, содержащие не менее 5 точек на зерно (рис.2b), а приближенное описание абразива со сферической формой возможно при использовании 10 и более точек дискретизации на одно зерно. В упрощенном случае все зерна модели могут иметь одинаковую форму и размеры (случайные составляющие учитываются только при определении положений зерен). В более сложном и физически обоснованном варианте возможен также учет случайного характера геометрических параметров отдельных зерен: углов при вершине, соотношений размеров граней и т.д. Модель может состоять из зерен с различной формой огранки, однако все дискретные модели зерен должны быть образованы одинаковым количеством точек для повышения вычислительной эффективности алгоритма. Данное ограничение обусловлено структурой хранения данных. Модель шлифовального круга в целом состоит из большого количества зерен (от 30 тыс. для кругов с размером абразива 400 мкм до 1-10 млн. при размере абразива 25 мкм), поэтому увеличение количества точек дискретизации отдельного зерна существенно увеличивает вычислительную сложность модели.

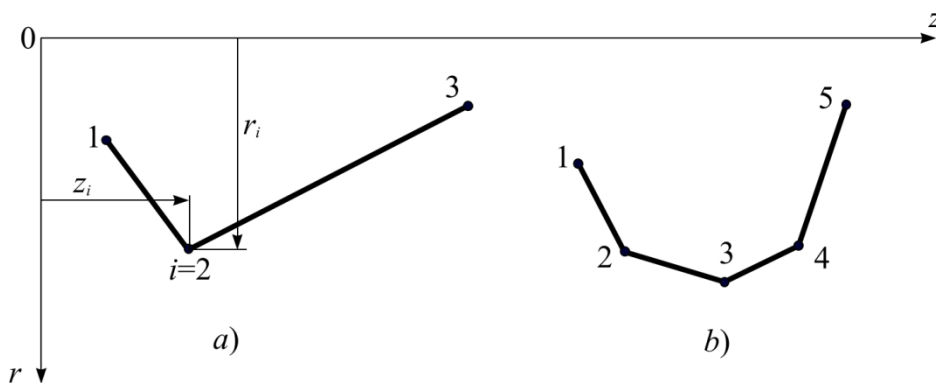


Рис.2 – Простейшие модели абразивных зерен и определяющие их параметры

Геометрию режущей кромки можно задать при помощи соотношений:

$$\begin{aligned} r &= f_g(z) \\ \varphi &= \varphi_g \end{aligned} \quad (1)$$

где r, z – координаты точек режущей кромки зерна (рисунок 2) в цилиндрической системе координат, связанной с осью шлифовального круга;

φ_g – постоянный угол, определяющий угловое положение зерна g в цилиндрической системе координат, связанной с осью шлифовального круга.

Пользуясь соотношениями (1) можно определить расположение всех точек, задающих кромки зерен инструмента в цилиндрической системе координат, ось z' которой совпадает с осью шлифовального круга. Для дальнейшей работы с моделью инструмента требуется преобразовать координаты каждой точки i на кромке зерна к системе координат $x''y''z''$. Координата z'' остается без изменений, а координаты x'' и y'' определяют по формулам:

$$\begin{aligned} x_i'' &= r_i \cdot \cos(\varphi_i) \\ y_i'' &= r_i \cdot \sin(\varphi_i) \end{aligned}$$

Параметры r_i, φ_i показаны на рис. 3а, на котором представлен участок кромки зерна в общем случае. Для рассматриваемого типа инструмента с учетом введенных выше допущений, угловое положение кромки φ_g одинаково для всех точек кромки выбранного зерна g : $\varphi_{i-1} = \varphi_i = \dots = \varphi_g$.

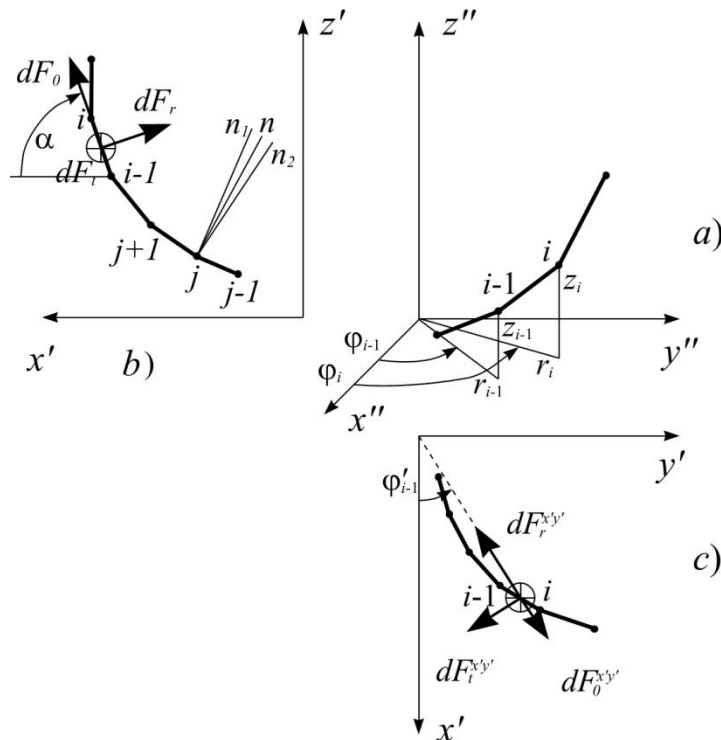


Рис.3 - Описание геометрии участка кромки зерна, а также приведение сил резания.

Для описания взаимодействия фрезы и детали необходимо привести координаты точек фрезы к системе координат, в которой описана поверхность детали при помощи соотношений:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \begin{Bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} x_d^{gw} \\ y_d^{gw} \\ z_d^{gw} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} x_d^{wp} \\ y_d^{wp} \\ z_d^{wp} \end{Bmatrix}$$

где $\{x_f \ y_f \ z_f\}^T$ - вектор перемещений шлифовального круга относительно обрабатываемой поверхности за счет движения подачи;

$\{x_d^{gw} \ y_d^{gw} \ z_d^{gw}\}^T$ - вектор перемещений шлифовального круга, вызванных вибрациями;

$\{x_d^{wp} \ y_d^{wp} \ z_d^{wp}\}^T$ - вектор перемещений детали, вызванных вибрациями;

$\mathbf{T}$ - матрица поворота, которая для введенных на рис. 1 систем координат и углов определяется соотношением:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} C_\xi C_\varphi - S_\xi C_\eta S_\varphi & S_\xi C_\varphi + C_\xi C_\eta S_\varphi & S_\eta S_\varphi \\ -C_\xi S_\varphi - S_\xi C_\eta C_\varphi & -S_\xi S_\varphi + C_\xi C_\eta C_\varphi & S_\eta C_\varphi \\ S_\xi S_\eta & -C_\xi S_\eta & C_\eta \end{bmatrix}$$

где $C_\xi = \cos(\xi)$, $S_\xi = \sin(\xi)$.

2. Модель динамики системы «инструмент - деталь»

Динамику шлифовального круга и обрабатываемой детали в общем виде описывает система неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка [9]:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{gw} \ddot{\mathbf{V}}(t) + \mathbf{C}_{gw} \dot{\mathbf{V}}(t) + \mathbf{K}_{gw} \mathbf{V}(t) = \\ \quad = \mathbf{F}[P_m, H, G, \mathbf{V}(t), \mathbf{W}(t), \mathbf{V}(t-T), \mathbf{W}(t-T)] \\ \mathbf{M}_{wp} \ddot{\mathbf{W}}(t) + \mathbf{C}_{wp} \dot{\mathbf{W}}(t) + \mathbf{K}_{wp} \mathbf{W}(t) = \\ \quad = -\mathbf{F}[P_m, H, G, \mathbf{V}(t), \mathbf{W}(t), \mathbf{V}(t-T), \mathbf{W}(t-T)] \end{cases} \quad (2)$$

где $\mathbf{V}(t)$, $\mathbf{W}(t)$ - векторы перемещений, вызванных вибрациями шлифовального круга и детали соответственно;

$\mathbf{M}_{gw}$, $\mathbf{C}_{gw}$, $\mathbf{K}_{gw}$ - матрицы масс, демпфирования и жесткости, описывающие модель инструмента;

$\mathbf{M}_{wp}$, $\mathbf{C}_{wp}$, $\mathbf{K}_{wp}$ - матрицы масс, демпфирования и жесткости, описывающие модель детали;

$F[P_m, H, G, V(t), W(t), V(t-T), W(t-T)]$ - вектор сил шлифования, действующий на шлифовальный круг и обрабатываемую деталь и зависящий от параметров обрабатываемого материала (P_m), маршрута, режима обработки и движения подачи (H), геометрии инструмента и поверхности (G), а также перемещений инструмента и детали, вызванных их вибрациями, в текущий момент времени ($V(t), W(t)$) и с не известным заранее отставанием по времени ($V(t-T), W(t-T)$)

Расчетная схема динамической модели предполагает движение инструмента по двум степеням свободы в плоскости, перпендикулярной его оси. Для достижения более высокой точности моделирования необходимо учитывать в динамической модели не только перемещения, но и повороты шлифовального круга, т.е. учитывать изгиб вала, на котором закреплен шлифовальный круг. Динамическая модель инструмента может быть построена на основе аналитических методов, либо при помощи метода конечных элементов. Также, при моделировании высокоскоростной обработки в модель может быть введен учет гироскопических сил. Движение инструмента описывается первым дифференциальным уравнением системы (2), при этом силы шлифования в правой части дифференциального уравнения должны быть записаны в системе координат $x'y'z'$. Размерность системы зависит от числа учитываемых собственных частот колебаний шлифовального круга. В результате интегрирования уравнений движения системы в каждый момент времени будет получен вектор перемещений инструмента по степеням свободы $V = \{x_{gw}', y_{gw}'\}^T$. Для учета перемещений шлифовального круга, вызванных его вибрациями, в алгоритме геометрического моделирования необходимо привести полученные динамические перемещения к системе координат xuz , воспользовавшись преобразованием:

$$\begin{Bmatrix} x_d^{gw} \\ y_d^{gw} \\ z_d^{gw} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -S_\eta \\ -S_\xi & C_\eta C_\xi \\ C_\xi & C_\eta S_\xi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{gw}' \\ y_{gw}' \end{Bmatrix}$$

3. Определение сил шлифования

Для того чтобы проинтегрировать уравнения движения (2) необходимо вычислить силы, действующие на зерна шлифовального круга в процессе обработки. При этом необходимо иметь значения толщины срезаемого слоя, определенные для каждой точки на режущей кромке при помощи алгоритма геометрического моделирования. Толщина срезаемого слоя для каждой точки модели режущей кромки фрезы определяется в направлении средней линии n между направлениями нормали n_1 и n_2 к двум отрезкам режущей кромки, примыкающим к выбранной точке дискретизации (рис.3б). Элементарные усилия косоугольного резания, действующие на каждый отрезок кромки зерна, могут быть определены по площади [10, 11] или [12-14] толщине срезаемого слоя

при помощи различных феноменологических методик, при этом в рамках предлагаемого алгоритма моделирования могут использоваться как линейные, так и нелинейные соотношения. Усилия, действующие на элементы режущей кромки (показаны на рис.3b и 3c) необходимо преобразовать к общей системе координат шлифовального круга $x'y'z'$, используя преобразование (3) (индекс участка кромки $i-1, i$ опущен для краткости):

$$\begin{Bmatrix} dF_{x'} \\ dF_{y'} \\ dF_{z'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_\varphi S_{\alpha_1} & S_\varphi & C_\varphi C_{\alpha_1} \\ -S_\varphi S_{\alpha_1} & -C_\varphi & -S_\varphi C_{\alpha_1} \\ C_{\alpha_1} & 0 & S_{\alpha_1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dF_r \\ dF_t \\ dF_a \end{Bmatrix} \quad (3)$$

где $\varphi = \varphi_g$ - текущий угол положения отрезка режущей кромки зерна (введено обозначение $C_\varphi = \cos(\varphi)$) с учетом вращения и геометрии режущей кромки;

α_1 - угол наклона участка контура зерна в проекции на плоскость $x'z'$, показан на рисунке 3b.

Для определения полных сил, возникающих в зоне шлифования, требуется произвести суммирование по всем отрезкам контуров (рисунок 2) зерен и по всем зернам, находящимся в зоне резания:

$$\begin{Bmatrix} F_{x'} \\ F_{y'} \\ F_{z'} \end{Bmatrix} = \sum_{g=0}^{N_g} \sum_{i=1}^{N_p} \begin{Bmatrix} dF_{x'} \\ dF_{y'} \\ dF_{z'} \end{Bmatrix}_{i-1,i}^g, \quad (4)$$

где N_g - количество зерен на поверхности шлифовального круга;

N_p - количество точек разбиения для каждого зерна.

Первые две компоненты вектора сил, определенного соотношением (4) используются при интегрировании дифференциальных уравнений движения инструмента. Для интегрирования уравнений движения детали требуется определить силы, действующие со стороны шлифовального круга на деталь в системе координат поверхности хуз по формуле:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_\xi & C_\eta S_\xi & S_\eta S_\xi \\ -S_\xi & C_\eta C_\xi & S_\eta C_\xi \\ 0 & -S_\eta & C_\eta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x'} \\ F_{y'} \\ F_{z'} \end{Bmatrix}.$$

4. Алгоритм геометрического моделирования

Алгоритм геометрического моделирования поверхности должен решать две основные задачи описания взаимодействия режущей кромки и обрабатываемой поверхности. Первая задача заключается в описании изменения обрабатываемой поверхности при прохождении режущей кромки фрезы. Вторая задача состоит в определении толщины срезаемого слоя вдоль режущих кромок фрезы.

Наиболее распространенными численными методами для геометрического моделирования пространственной 4-х и 5-координатной обработки являются алгоритм конструктивной твердотельной геометрии (CSG) [15, 16] и алгоритм буфера глубины (метод Z-буфера) [17, 18]. В обоих методах изменение поверхности при срезании материала производится на основе определения срезаемого объема. Толщина срезаемого слоя определяется при помощи пересечения срезаемого объема с лучами-направлениями толщины срезаемого слоя, определяемыми геометрией режущей кромки.

В настоящей работе использован алгоритм геометрического моделирования, основанный на технологии Z-буфера и содержащий ряд оригинальных модификаций [9, 19, 20]. В рамках традиционного метода Z-буфера выбирается плоскость проецирования с регулярной сеткой точек на ней, из каждой точки в направлении перпендикулярном плоскости проецирования проводится луч, и определяются все его точки пересечения с поверхностью детали. Таким образом, Z-буфер представляет собой аппроксимацию толщины детали, построенную на регулярной сетке. Достоинством метода, является независимость отдельных лучей проецирования и возможность осуществлять быструю безитерационную навигацию по модели поверхности за счет постоянного шага сетки. Недостатком является нулевой порядок аппроксимации поверхности детали (поверхность детали приобретает «ступенчатый» вид, такой же недостаток присущ и методу октавного дерева) и плохое качество аппроксимации поверхности в тех местах, где касательная плоскость к ней составляет малый (до 10-20 градусов) угол с направлением проецирования.

Для устранения первого недостатка в работе [9, 19] предложен алгоритм построения ячеек поверхности с билинейной аппроксимацией, на основе точек пересечения лучей проецирования с поверхностью детали. Второй недостаток устранен за счет одновременного использования трех взаимно перпендикулярных направлений проецирования. При этом в рамках каждого направления проецирования производится построение только тех ячеек поверхности, угол наклона которых к направлению проецирования не превышает некоторого заранее определенного значения. Таким образом, каждое направление проецирования дает аппроксимацию части полной поверхности детали, при этом ячейки аппроксимации имеют оптимальный наклон к направлению проецирования, что повышает точность модели. Допустимый угол наклона ячеек задавали, исходя из того, что участки поверхности, полученные при различных направлениях проецирования должны перекрываться и в сумме описывать полную поверхность детали. Описанные выше усовершенствования позволяют снизить требования к величине шага сетки Z-буфера и существенно повысить качество определения толщины срезаемого слоя для зерен шлифовального круга.

Рассмотрим работу алгоритма на примере обработки плоской поверхности с использованием одного направления проецирования. При моделировании образования поверхности за счет удаления материала каждый отрезок режущей кромки зерна обрабатывается независимо. Рассмотрим два последовательных положения отрезка

режущей кромки $(i, j) - (i', j')$, полученных в результате интегрирования уравнений движения системы и соответствующих моментам времени $t, t + dt$ (Рис.4а).

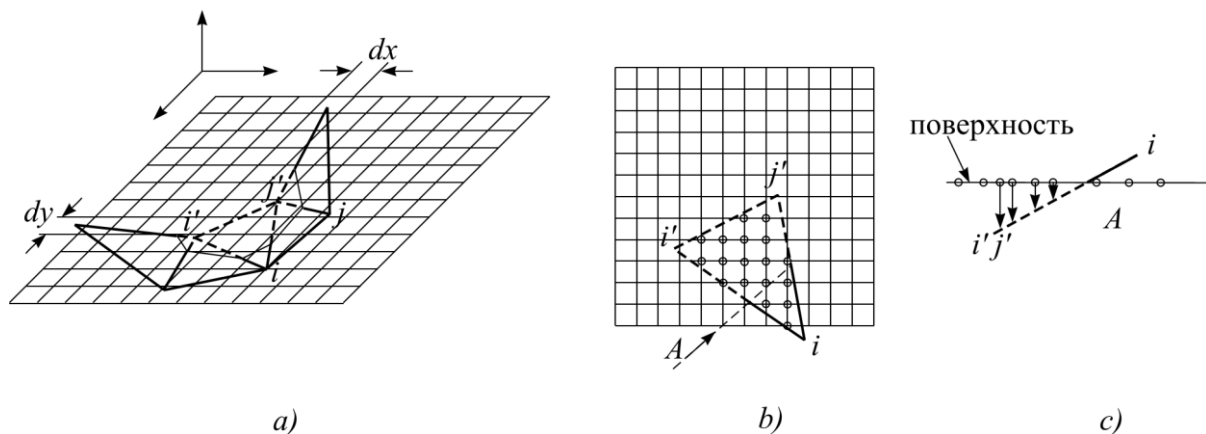


Рис.4 - Модель формирования поверхности при срезании материала

Необходимо определить, какие из точек, описывающих обрабатываемую поверхность, попали в зону резания отрезка режущей кромки, и какие из этих точек требуется переместить в новое положение, моделируя срезание материала. Для эффективного и быстродействующего решения данной задачи принимаем следующие ограничения на описание поверхности. Во-первых, сетка на плоскости проецирования xu должна носить регулярный характер с некоторым наперед заданным шагом расположения точек по осям системы координат. Во-вторых, в случае изменения положения некоторой точки поверхности, можно изменять только координату z ее расположения, а координаты x, y должны оставаться неизменными (основной принцип алгоритма Z-буфера). В этом случае осуществляем быструю, без итераций, индексацию в массиве точек поверхности, поскольку для определения соответствующих индексов достаточно разделить координаты точки дискретизации режущей кромки на шаг сетки в направлении выбранной оси.

На рис.4 показан пример преобразования поверхности. Отрезки режущих кромок изображены сплошными жирными линиями, если лежат над обрабатываемой поверхностью и жирными штриховыми линиями в противном случае. При движении отрезок режущей кромки может выходить из своей плоскости, поэтому для выполнения преобразований нужно разбить фигуру $ijj'i'$ на два треугольника ijj' и $j'i'i'$. Рассмотрим вид сверху (рис.4b) на треугольник $j'i'i'$. На первом этапе работы алгоритма определяем, какие точки поверхности попадают внутрь проекции треугольника $j'i'i'$ на плоскость xu . На рис.4b они отмечены кружками. На втором этапе определяем, какие из выбранных точек поверхности лежат выше плоскости треугольника $j'i'i'$ и перемещаем их в эту плоскость, изменяя координату z . Если выделенные точки поверхности лежат ниже плоскости треугольника $j'i'i'$, то их положение остается неизменным. Аналогичную процедуру следует повторить для треугольника ijj' , а затем и для всех остальных элементов режущих кромок. Данный алгоритм следует запускать на каждом шаге

интегрирования уравнений движения системы для учета изменения профиля обрабатываемой поверхности. Отметим, что такой алгоритм не накладывает ограничений на количество одновременно режущих кромок и их геометрию.

При определении толщины срезаемого слоя рассматривается каждая точка дискретизации на режущей кромке фрезы и луч, определяющий направление отсчета толщины срезаемого слоя. На рис.3b показано определение приближенного направления, по которому должна вычисляться толщина срезаемого слоя для точки j режущей кромки. Здесь $(jn_1) \perp (j-1, j)$, $(jn_2) \perp (j, j+1)$, а искомое направление jn является биссектрисой угла n_2jn_1 . Кроме того, при определении jn учитывается угловое положение точки j режущей кромки $\varphi'_j = \omega t + \varphi_j$.

Таким образом, задача сведена к определению точки пересечения p луча jn с обрабатываемой поверхностью (рис.5a). На рис.5b изображен вид сверху на отрезок jn и обрабатываемую поверхность. Определение положения точки p проводят в два этапа. На первом этапе определяют все треугольные элементы поверхности, которые перекрываются с проекцией отрезка jn на плоскость $xу$ (выделены полужирными линиями). Далее устанавливают, с каким из выделенных элементов происходит пересечение отрезка jn и вычисляют координаты точки пересечения p . Длина отрезка jp равна толщине срезаемого слоя в точке j режущей кромки. По данному алгоритму определяют толщину срезаемого слоя во всех точках всех режущих кромок фрезы на каждом шаге интегрирования перед применением алгоритма вычисления усилий резания. Заметим, что такой алгоритм не накладывает ограничений на количество одновременно режущих кромок и их геометрию.

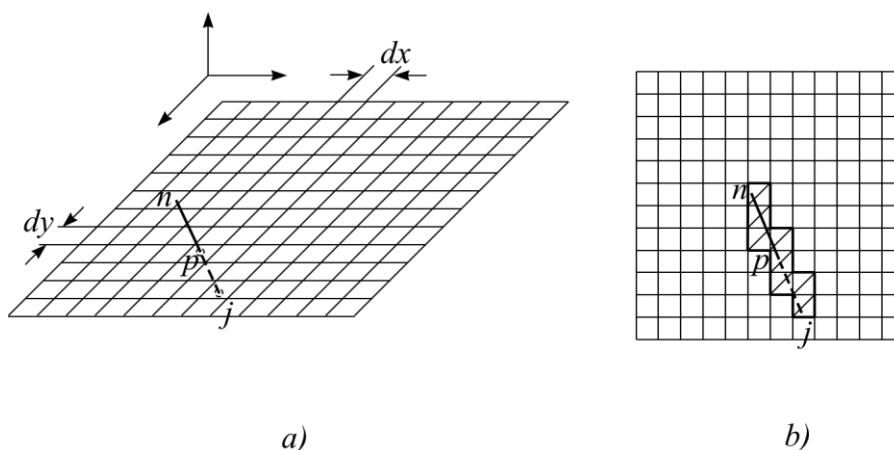


Рис.5 - Определение толщины срезаемого слоя

5. Моделирование динамики обрабатываемой детали.

Для моделирования динамики обрабатываемой детали использован метод конечных элементов. В соответствии с принципами метода [21] обрабатываемая деталь разбивается на отдельные элементы, в совокупности составляющие конечно-элементную (КЭ) модель.

Для построения адекватной модели поведения тонкостенных конструкций использованы 10-ти узловые тетраэдральные элементы второго порядка. При вычислении матрицы масс существенные вычислительные преимущества при построении алгоритма расчета собственных частот и форм колебаний дает матрица сосредоточенных масс (МСМ), которая хорошо описывает поведение исследуемой системы при достаточно мелком разбиении модели на конечные элементы. МСМ всего ансамбля получают простым суммированием вкладов соответствующих диагональных коэффициентов МСМ отдельных конечных элементов. Коэффициенты демпфирования для конструкции задаются в модальном пространстве и требуют экспериментального определения.

Для определения собственных частот и форм колебаний детали в настоящей работе применяется метод итераций подпространства [21]. В соответствии с данным методом в рамках единого итерационного процесса удастся определить сразу несколько наименьших собственных частот и соответствующих форм колебаний, причем на каждой итерации параллельно решается набор систем линейных уравнений с одной и той же матрицей коэффициентов. Более того, в отличие от ряда других методов, матрицы жесткости и масс участвуют в итерационном процессе без внесения в них дополнительных предварительных преобразований.

Конечно-элементная модель может быть построена не только для обрабатываемой детали, но и для шлифовального круга в сборе с валом и опорами, что позволит более точно учитывать динамику станка в процессе моделирования обработки шлифованием. В случае моделирования высокоскоростного шлифования в модель дополнительно необходимо вводить учет гироскопических сил.

Точность динамических моделей снижается в случае, если в них присутствуют места крепления или стыковки отдельных частей. Для уточнения численных динамических моделей может применяться метод экспериментального модального анализа [22].

Заключение

В настоящей работе представлен подход к моделированию динамики обработки шлифованием сложнопрофильных деталей. Разработанная модель инструмента может быть применена для шлифовальных кругов различных типов, имеющих различные характеристики абразивных зерен. Геометрическая модель инструмента учитывает случайный характер формы и расположения зерен на поверхности круга. Алгоритм геометрического моделирования обработки основывается на методе буфера глубины (Z-буфер) и позволяет осуществлять моделирование обработки сложных поверхностей за счет ряда модификаций, связанных с использованием билинейной аппроксимации ячеек поверхности и одновременного использования нескольких направлений проецирования. Применение метода конечных элементов для моделирования динамики обрабатываемой детали позволяет осуществлять расчет пространственного движения заготовок сложной формы в процессе обработки под действием сил шлифования. Вибрации заготовки и шлифовального круга учитываются в геометрическом алгоритме при определении

параметров срезаемого слоя и сил резания, что оказывает дополнительное влияние на динамику системы. Описанный подход дает возможность моделировать режимы обработки, сопровождающиеся автоколебаниями при резании. Представленная методика моделирования в целом является универсальной и может быть применена для широкого круга процессов обработки шлифованием деталей различных типов.

Список литературы

1. Воронов С.А., Киселев И.А., Ма Вэйдун, Ширшов А.А. Имитационная динамическая модель процесса шлифования сложнопрофильных деталей. Развитие методов моделирования // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2015. № 5. С. 40-58. DOI: [10.7463/0515.0766577](https://doi.org/10.7463/0515.0766577)
2. Xuekun Li. Modeling and simulation of grinding process based on a virtual wheel model and microscopic interaction analysis. PhD thesis. Worcester Polytechnic Institute, 2010. 145 p.
3. Voronov S., Kiselev I. Dynamics of flexible detail milling // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics. 2011. Vol. 225, no. 3. P. 299-309. DOI: [10.1177/1464419311418735](https://doi.org/10.1177/1464419311418735)
4. Chen X., Rowe W.B. Analysis and simulation of the grinding process. Part II: Mechanics of grinding // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 1996. Vol. 36, no. 8. P. 883-896. DOI: [10.1016/0890-6955\(96\)00117-4](https://doi.org/10.1016/0890-6955(96)00117-4)
5. Li Kun, Liao Warren. Modelling of ceramic grinding processes Part I. Number of cutting points and grinding forces per grit // Journal of Materials Processing Technology. 1997. Vol. 65, is. 1-3. P. 1-10. DOI: [10.1016/0924-0136\(95\)02232-5](https://doi.org/10.1016/0924-0136(95)02232-5)
6. Hou Z.B., Komanduri R. On the mechanics of the grinding process - Part I. Stochastic nature of the grinding process // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2003. Vol. 43, no. 15. P. 1579-1593. DOI: [10.1016/S0890-6955\(03\)00186-X](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(03)00186-X)
7. Weinert K., Blum H., Jansen T., Rademacher A. Simulation based optimization of the NC-shape grinding process with toroid grinding wheels // Production Engineering. 2007. Vol. 1, no. 3. P. 245-252 . DOI: [10.1007/s11740-007-0042-8](https://doi.org/10.1007/s11740-007-0042-8)
8. Werner K., Klocke F., Brinksmeier E. Modelling and simulation of grinding processes // Proc. of the 1st European Conf. on Grinding, Aachen, 6-7 November 2003. P. 8-1–8-27.
9. Kiselev I., Voronov S. Methodic of Rational Cutting Conditions Determination for 3-D Shaped Detail Milling Based on the Process Numerical Simulation // ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. American Society of Mechanical Engineers, 2014. P. V006T10A075. DOI: [10.1115/DETC2014-34894](https://doi.org/10.1115/DETC2014-34894)
10. Aurich J.C., Biermann D., Blum H., Brecher C., Carstensen C., Denkena B., Klocke F., Kroeger M., Steinmann P., Weinert K. Modelling and simulation of process: machine inter-

- action in grinding // Production Engineering. Research and Development. 2009. Vol. 3, is. 1. P. 111-120. DOI: [10.1007/s11740-008-0137-x](https://doi.org/10.1007/s11740-008-0137-x)
11. Warnecke G., Zitt U. Kinematic Simulation for Analyzing and Predicting High-Performance Grinding Processes // CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1998. Vol. 47, no. 1. P. 265-270. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)62831-5](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62831-5)
 12. Altintas Y. Manufacturing automation: Metal cutting mechanics, Machine tool vibrations and CNC Design. Cambridge University Press, 2000. 286 p.
 13. Budak E., Altintas Y., Armarego E.J.A. Prediction of Milling Force Coefficients from Orthogonal Cutting Data // ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering. 1996. Vol. 118, no. 2. P. 216-224. DOI: [10.1115/1.2831014](https://doi.org/10.1115/1.2831014)
 14. Lamikiz A., Lopez de Lacalle L.N., Sanchez J.A., Bravo U. Calculation of the specific cutting coefficients and geometrical aspects in sculptured surface machining // Machining Science and Technology. 2005. Vol. 9, no. 3. P. 411-436. DOI: [10.1080/15321790500226614](https://doi.org/10.1080/15321790500226614)
 15. Voelcker H.B., Hunt W.A. The role of solid modeling in machining process modeling and NC verification. SAE Technical Paper no. 810195. Warrendale, PA, USA, 1981. DOI: [10.4271/810195](https://doi.org/10.4271/810195)
 16. El-Mounayri H., Elbestawi M.A., Spence A.D., Bedi S. General geometric modeling approach for machining process simulation // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 1997. Vol. 13, is. 4. P. 237-247. DOI: [10.1007/BF01179605](https://doi.org/10.1007/BF01179605)
 17. Takata S., Tsai M.D., Inui M., Sata T. A cutting simulation system for machinability evaluation using a workpiece model // CIRP Annals - Manufacturing Technology. 1989. Vol. 38, no. 1. P. 417-420. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)62736-X](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62736-X)
 18. Kim G.M., Cho P.J., Chu C.N. Cutting force prediction of sculptured surface ball-end milling using Z-map // International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2000. Vol. 40, no. 2. P. 277-291. DOI: [10.1016/S0890-6955\(99\)00040-1](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(99)00040-1)
 19. Киселев И.А. Геометрический алгоритм 3МЗБЛ для моделирования процессов обработки резанием. Методика описания поверхности заготовки // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 6. DOI: [10.18698/2308-6033-2012-6-269](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-269)
 20. Воронов С.А., Киселев И.А. Геометрический алгоритм 3mzbl для моделирования процессов обработки резанием. Алгоритм изменения поверхности и определения толщины срезаемого слоя // Инженерный журнал: наука и инновации. 2012. № 6. DOI: [10.18698/2308-6033-2012-6-261](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-261)
 21. Bathe K.-J. Finite element procedures. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 1037 p.
 22. Nikolaev S.M., Kiselev I.A., Voronov S.A. Mechanical system finite element model refinement using experimental modal analysis // Proceedings of the 5-th International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC'13) (Guimaraes, Portugal, 13-15 May 2013). Vol. 5. 2013. P. 167-170. DOI: [10.13140/2.1.4739.3920](https://doi.org/10.13140/2.1.4739.3920)

Numerical Simulation of a Grinding Process for the Spatial Work-pieces: a Model of the Work-piece and Grinding Wheel

I.A. Kiselev^{1,*}, I.S. Voronova¹, A.A. Shirshov¹,
S.M. Nikolaev¹

i.a.kiselev@yandex.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: grinding, dynamics, geometry simulation algorithm, grinding forces, surface model

The paper describes a spatial grinding dynamics mathematical model. This model includes a grinding wheel dynamics model, a work-piece dynamics model, and a numerical algorithm of geometric modeling as well. The geometric modeling algorithm is based on the Z-buffer method with author's modifications. This algorithm allows us to simulate the formation of a new work-piece surface when removing material and as well as to determine the cutting layer thickness for each abrasive grain of the grinding wheel. The use of the surface cell bilinear approximation and the simultaneous use of multiple projection directions are the special features of the algorithm. These features improve modeling quality of machined surface. The grinding wheel model is represented as cutting micro-edges (grains) set. Abrasive grains are randomly distributed on the wheel outer surface. Grains size, shape, wheel structure and graininess are taken into account. To determine the uncut chip thickness, which is cut off by each grain of the grinding wheel is used the algorithm, which finds intersection point of uncut work-piece surface with radial ray passing through the grain cutting edge. Grinding forces for each grain are defined based on the cutting layer thickness value using the phenomenological models described in the literature. Using transformations described in the article, grinding forces determined for each grain are reduced to the total grinding force, which acts on the tool and machined work-piece in the appropriate coordinate systems. Work-piece dynamics is modeled with the help of the finite element method using quadratic tetrahedral elements. The described model of spatial grinding dynamics makes it possible to evaluate the level of vibration and grinding forces, as well as the shape errors and surface quality of machined work-piece.

References

1. Voronov S.A., Kiselev I.A., Ma Veidun, Shirshov A.A. Numerical Simulation of a Grinding Process Model for the Spatial Work-pieces: Development of Modeling Techniques. *Nauka i*

- obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana = Science and Education of the Bauman MSTU, 2015, no. 5, pp. 40-58. DOI: [10.7463/0515.0766577](https://doi.org/10.7463/0515.0766577)
2. Xuekun Li. *Modeling and simulation of grinding process based on a virtual wheel model and microscopic interaction analysis. PhD thesis.* Worcester Polytechnic Institute, 2010. 145 p.
 3. Voronov S., Kiselev I. Dynamics of flexible detail milling. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, 2011, vol. 225, no. 3, pp. 299-309. DOI: [10.1177/1464419311418735](https://doi.org/10.1177/1464419311418735)
 4. Chen X., Rowe W.B. Analysis and simulation of the grinding process. Part II: Mechanics of grinding. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1996, vol. 36, no. 8, pp. 883-896. DOI: [10.1016/0890-6955\(96\)00117-4](https://doi.org/10.1016/0890-6955(96)00117-4)
 5. Li Kun, Liao Warren. Modelling of ceramic grinding processes Part I. Number of cutting points and grinding forces per grit. *Journal of Materials Processing Technology*, 1997, vol. 65, is. 1-3, pp. 1-10. DOI: [10.1016/0924-0136\(95\)02232-5](https://doi.org/10.1016/0924-0136(95)02232-5)
 6. Hou Z.B., Komanduri R. On the mechanics of the grinding process - Part I. Stochastic nature of the grinding process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2003, vol. 43, no. 15, pp. 1579-1593. DOI: [10.1016/S0890-6955\(03\)00186-X](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(03)00186-X)
 7. Weinert K., Blum H., Jansen T., Rademacher A. Simulation based optimization of the NC-shape grinding process with toroid grinding wheels. *Production Engineering*, 2007, vol. 1, no. 3, pp. 245-252. DOI: [10.1007/s11740-007-0042-8](https://doi.org/10.1007/s11740-007-0042-8)
 8. Werner K., Klocke F., Brinksmeier E. Modelling and simulation of grinding processes. *Proc. of the 1st European Conf. on Grinding*, Aachen, 6-7 November 2003, pp. 8-1-8-27.
 9. Kiselev I., Voronov S. Methodic of Rational Cutting Conditions Determination for 3-D Shaped Detail Milling Based on the Process Numerical Simulation. *ASME 2014 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers, 2014, p. V006T10A075. DOI: [10.1115/DETC2014-34894](https://doi.org/10.1115/DETC2014-34894)
 10. Aurich J.C., Biermann D., Blum H., Brecher C., Carstensen C., Denkena B., Klocke F., Kroeger M., Steinmann P., Weinert K. Modelling and simulation of process: machine interaction in grinding. *Production Engineering. Research and Development*, 2009, vol. 3, is. 1, pp. 111-120. DOI: [10.1007/s11740-008-0137-x](https://doi.org/10.1007/s11740-008-0137-x)
 11. Warnecke G., Zitt U. Kinematic Simulation for Analyzing and Predicting High-Performance Grinding Processes. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 1998, vol. 47, no. 1, pp. 265-270. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)62831-5](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62831-5)
 12. Altintas Y. *Manufacturing automation: Metal cutting mechanics, Machine tool vibrations and CNC Design*. Cambridge University Press, 2000. 286 p.
 13. Budak E., Altintas Y., Armarego E.J.A. Prediction of Milling Force Coefficients from Orthogonal Cutting Data. *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1996, vol. 118, no. 2, pp. 216-224. DOI: [10.1115/1.2831014](https://doi.org/10.1115/1.2831014)

14. Lamikiz A., Lopez de Lacalle L.N., Sanchez J.A., Bravo U. Calculation of the specific cutting coefficients and geometrical aspects in sculptured surface machining. *Machining Science and Technology*, 2005, vol. 9, no. 3, pp. 411-436. DOI: [10.1080/15321790500226614](https://doi.org/10.1080/15321790500226614)
15. Voelcker H.B., Hunt W.A. *The role of solid modeling in machining process modeling and NC verification*. SAE Technical Paper no. 810195. Warrendale, PA, USA, 1981. DOI: [10.4271/810195](https://doi.org/10.4271/810195)
16. El-Mounayri H., Elbestawi M.A., Spence A.D., Bedi S. General geometric modeling approach for machining process simulation. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 1997, vol. 13, is. 4, pp. 237-247. DOI: [10.1007/BF01179605](https://doi.org/10.1007/BF01179605)
17. Takata S., Tsai M.D., Inui M., Sata T. A cutting simulation system for machinability evaluation using a workpiece model. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 1989, vol. 38, no. 1, pp. 417-420. DOI: [10.1016/S0007-8506\(07\)62736-X](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62736-X)
18. Kim G.M., Cho P.J., Chu C.N. Cutting force prediction of sculptured surface ball-end milling using Z-map. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2000, vol. 40, no. 2, pp. 277-291. DOI: [10.1016/S0890-6955\(99\)00040-1](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(99)00040-1)
19. Kiselev I.A. Cutting process modelling geometric algorithm 3MZBL: working surface description approach. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 6. DOI: [10.18698/2308-6033-2012-6-269](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-269)
20. Voronov S.A., Kiselev I.A. Cutting process modelling geometric algorithm 3MZBL: Algorithm of surface modification and instantaneous chip thickness determination. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii = Engineering Journal: Science and Innovation*, 2012, no. 6. DOI: [10.18698/2308-6033-2012-6-261](https://doi.org/10.18698/2308-6033-2012-6-261)
21. Bathe K.-J. *Finite element procedures*. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 1037 p.
22. Nikolaev S.M., Kiselev I.A., Voronov S.A. Mechanical system finite element model refinement using experimental modal analysis. *Proceedings of the 5-th International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC'13)*, Guimaraes, Portugal, 13-15 May 2013. Vol. 5. 2013, pp. 167-170. DOI: [10.13140/2.1.4739.3920](https://doi.org/10.13140/2.1.4739.3920)