электронный журнал
МОЛОДЕЖНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51038.

 # 10, октябрь 2015

УДК 514.18

Компьютерное моделирование технических кривых

Гиззатуллин А Р., *студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Плазменные энергетические установки»

Гиззатуллин А.Р., *студент*
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Плазменные энергетические установки»

Научный руководитель: Боровиков И.Ф., к.т.н., доцент
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Инженерная графика»
bauman@bmstu.ru

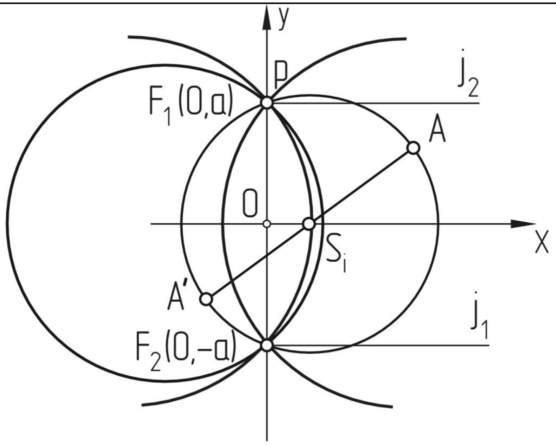
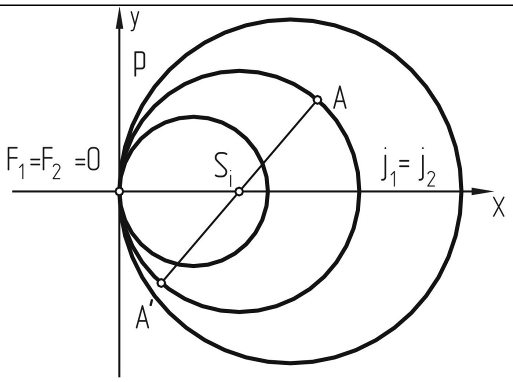
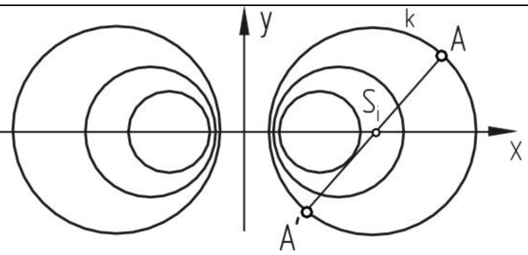
При конструировании технических изделий конструктору приходится сталкиваться с необходимостью геометрического моделирования поверхностей. Любая поверхность представляет собой совокупность кривых. Поэтому моделирование поверхностей сводится к необходимости получения множества кривых, принадлежащих поверхности. Современное состояние научно-технического прогресса предполагает использовать для этого компьютерные технологии. В данной публикации предлагается компьютерный способ моделирования технических кривых, в основу которого положены нелинейные (бирациональные) преобразования плоскости $[1-2]$.

Наиболее простыми являются расслояемые нелинейные преобразования. Для их получения плоскость заполняется множеством прямых, и на каждой прямой задается свое преобразование. В итоге на плоскости индуцируется нелинейное преобразование. Примером могут являться инволюции, расслаивающиеся на преобразования движения $[3-5]$.

Для разработки способа компьютерного моделирования технических кривых были выбраны нелинейные инволюции с пучками слабоинвариантных окружностей $[6]$. При этом возможны три случая пучков: гиперболический, параболический, эллиптический (табл.1).

Таблица 1

Нелинейные инволюции, индуцируемые пучками окружностей

Вид пучка	Конструктивная схема преобразования	Операторы преобразования
Эллиптический		$x' = \frac{y^2 - a^2}{x}, \quad y' = -y$.
Параболический		$x' = \frac{y^2}{x}, \quad y' = -y$.
Гиперболический		$x' = \frac{y^2 + m^2}{x},$ $y' = -y.$

Любая точка A' выделяет из пучка единственную окружность l_i. Точка A, симметричная A' относительно центра окружности S_i является образом точки A' в нелинейной инволюции. Аналитические зависимости, связывающие координаты образа и прообраза являются формулами (операторами) преобразования. Они имеют вид:

$$x' = \frac{y^2 - a^2}{x}, \quad y' = -y.$$

Для параболического пучка окружностей $a = 0$, гиперболического $a = mi$, где m - абсцисса нулевой окружности, $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица.

Если точка A' пробегает некоторую прямую a', то A опишет кривую a. Порядок кривой a определяет порядок индуцируемого преобразования. В нашем случае преобразование будет квадратичным, так как прямой a', описываемой уравнением:

$$Ax' + By' + 1 = 0\,,$$

соответствует кривая второго порядка, имеющая уравнение:

$$Ay^2 - Bxy + x - Aa = 0\,.$$

Если кривая-прообраз имеет порядок k, то порядок кривой-образа в нелинейной инволюции будет равен $2k$. При выборе аппарата преобразования и кривой-прообраза необходимо учитывать, что высокий порядок кривой-образа приводит к появлению у нее особых элементов (точки перегиба, кратные точки и т.д.), что для решения инженерных задач не всегда является желательным.

Построение кривой a, являющейся образом a', в «ручном» режиме является трудоемким процессом. Кроме того, ситуация усугубляется по той причине, что приходится прорабатывать большое количество вариантов, предусматривающих различные аппараты преобразований, кривые-прообразы и их положение относительно выбранного аппарата. Поэтому было принято решение разработать компьютерную программу, которая смогла бы облегчить конструирование заданных кривых.

Разработанная программа позволяет в автоматическом режиме получать образы различных кривых в квадратичных инволюциях, расслаивающихся в пучках окружностей на центральные симметрии. В основу программы положен алгоритм, согласно которому в зависимости от выбранных пользователем кривой-прообраза и вида пучка окружностей генерируется массив координат точек образа. В первую очередь табулируются с шагом по аргументу – 0.01 функции, соответствующие конкретным кривым. В случае с окружностью табулируются функции, отвечающие за верхнюю и нижнюю полуокружности, в результате чего создается массив точек прообраза. Каждую координату точек кривой образа получают как значение функции от соответствующей координаты точки кривой прообраза. Таким образом, создается массив точек образа. Созданные массивы точек переносятся на канву и соединяются линиями.

Доступные пользователю образы - замкнутая часть строфоиды, окружность, эллипс, синусоида. Для применяемых кривых-прообразов можно менять их параметры, например, полуоси эллипса. Пользователь может выбирать вид пучка окружностей. Пользователю также доступны изменение масштаба, перемещение прообраза на плоскости, уравнение конструируемой кривой.

Язык программирования – Delphi. Интегрированная среда разработки- Lazarus IDE (собран для Mac OS). Методом кросс-компиляции получена версия программы для win32 Производительность win32 версии значительно ниже производительности версии для MacOS. Поэтому для демонстрационных целей целесообразней использовать последнюю. Несмотря на то, что программой предусмотрено использование нескольких видов кривых-прообразов, авторы отдают предпочтение окружности. Во-первых, это самая простая кривая, во-вторых, ее образами в нелинейных инволюциях являются рациональные циркулярные кривые. В работе [2] показано, что такие кривые наиболее полно отвечают требованиям аэро-гидродинамики. На рис.1-2 представлены примеры конструируемых кривых, которые являются образами окружностей в нелинейных инволюциях с пучками слабоинвариантных окружностей. Рис.3 демонстрирует использование эллипса в качестве прообраза моделируемой кривой.

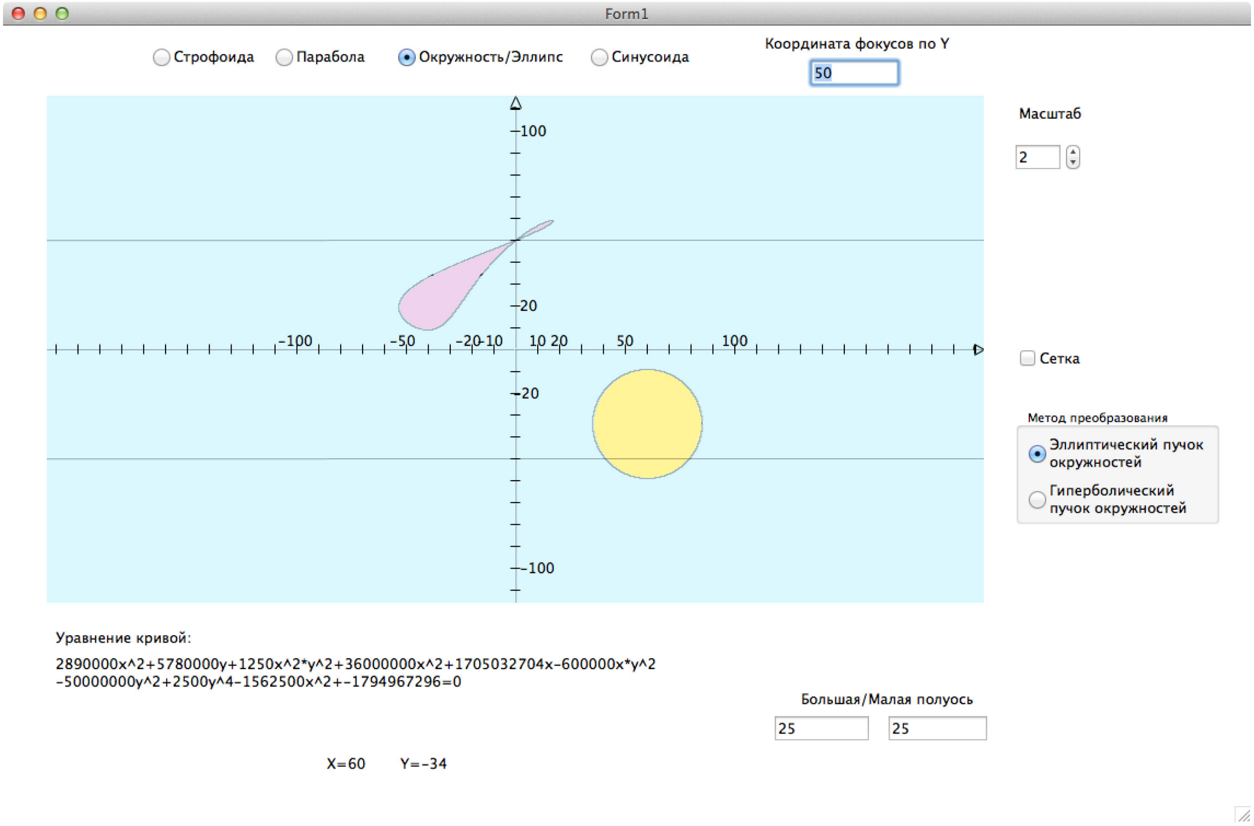


Рис. 1. Кривая как образ окружности в нелинейной инволюции с эллиптическим пучком слабоинвариантных окружностей

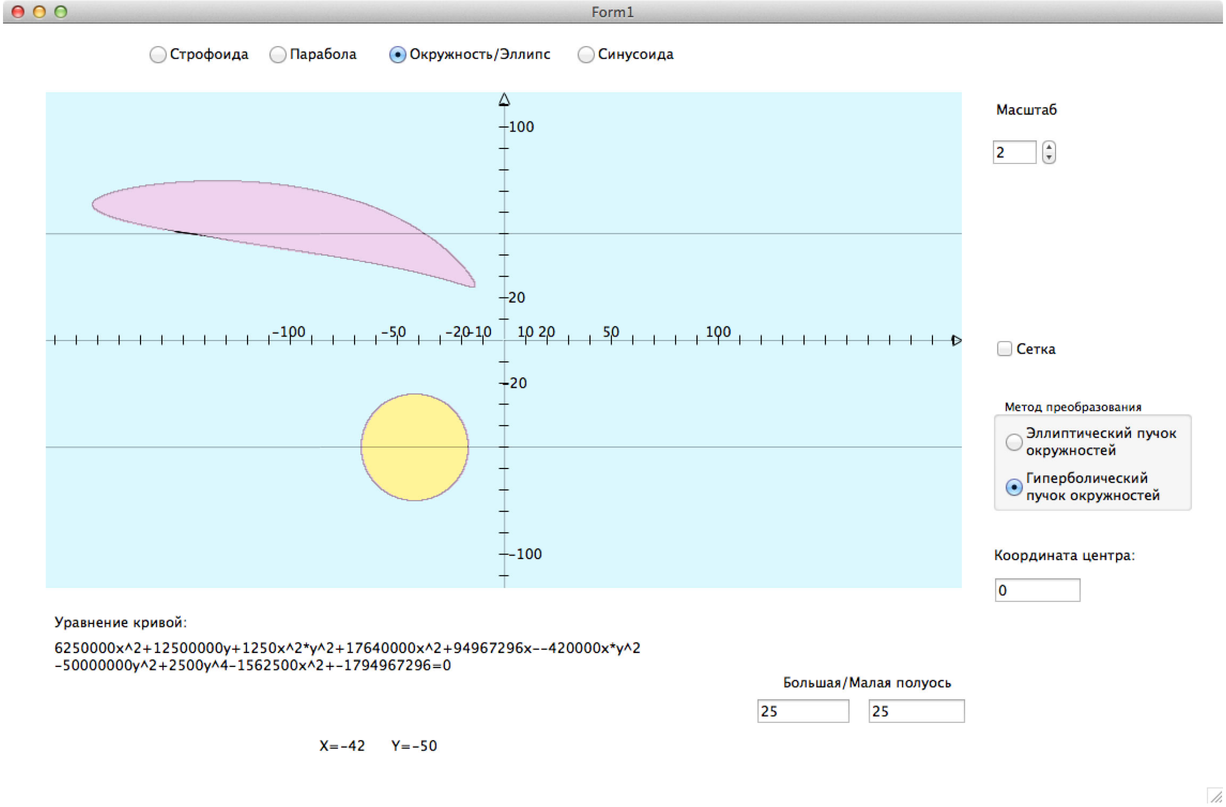


Рис. 2. Использование гиперболического пучка окружностей

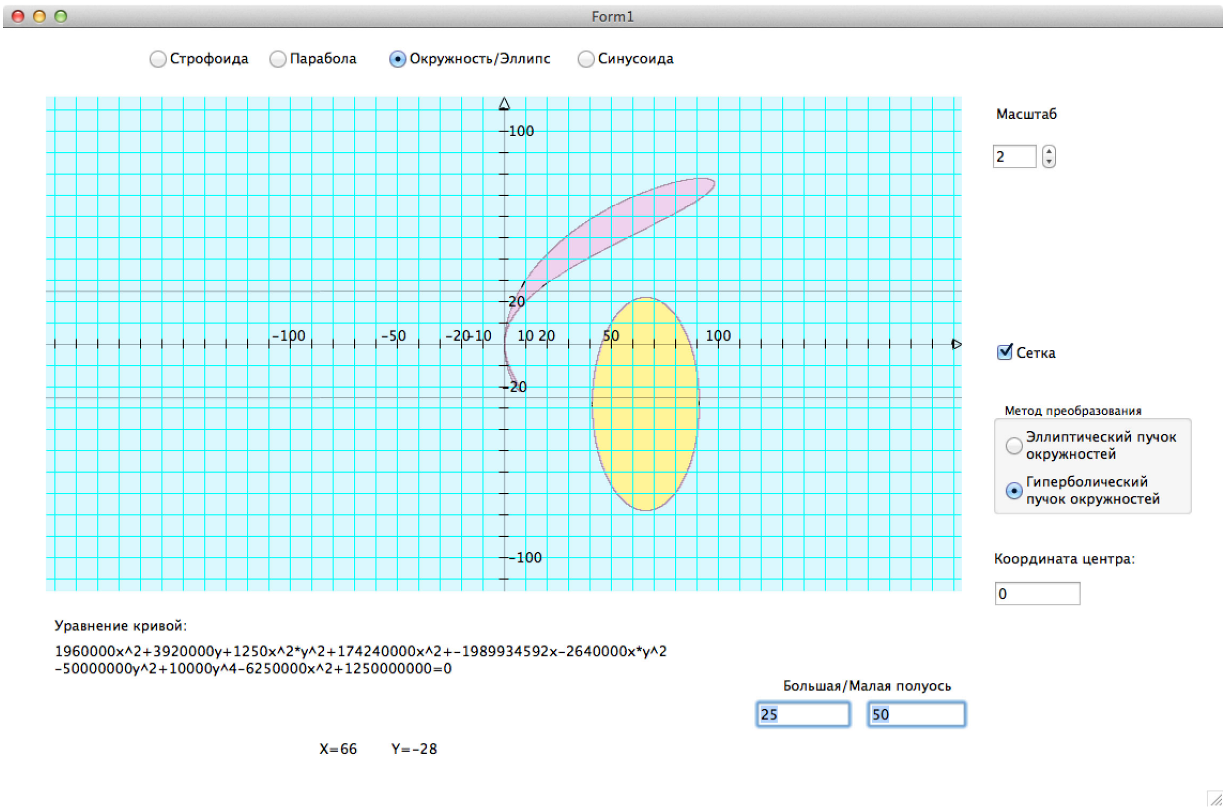


Рис. 3. Кривая как образ эллипса

Предлагаемый способ компьютерного моделирования кривых довольно прост. Для его использования конструктор не должен иметь специальных навыков работы с компьютером. Рассматриваемый в статье подход может быть использован в практике конструирования сложных технических форм и при моделировании зависимостей многофакторных процессов.

Список литературы

1. Иванов Г.С. Начертательная геометрия. М.: ФГБОУ ВПО МГУЛ, 2012. 340 с.
2. Иванов Г.С. Конструирование технических поверхностей (математическое моделирование на основе нелинейных преобразований). М.: Машиностроение, 1987. 192 с.
3. Пятанин П.С., Владимирова В.В. Нелинейные инволюции как базовый способ геометрического моделирования сложных технических форм // Молодежный научно-технический вестник. Электрон. журн. 2014. № 11. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/741128.html (дата обращения 25.05.2014).
4. Боровиков И.Ф., Пятанин П.С., Потапова Л.А. Геометрическое моделирование многофакторных технологических процессов на основе бирациональных преобразований // Всероссийская научно-практическая конференция молодых ученых, аспирантов и студентов (Юрга, 9-10 октября 2014 г.): сб. трудов. Томск, 2014. С. 189-191.
5. Боровиков И.Ф., Пятанин П.С., Владимирова В.В. Нелинейные инволюции в геометрическом моделировании сложных технических форм // Всероссийская научно-практическая конференция молодых ученых, аспирантов и студентов (Юрга, 9-10 октября 2014 г.): сб.трудов. Томск, 2014. С. 191 -193.
6. Боровиков И.Ф., Фисоченко Е.Г. Квадратичные инволюции плоскости как базовый метод получения кривых в системах автоматизированного конструирования // Известия Томского политехнического университета. 2007.Т. 310. № 1. С. 48-51.