

Управление пространственным движением схвата робота-манипулятора

07, июль 2015

Белов И. Р.¹, Ткачев С. Б.^{1,*}

УДК: 519.71

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

^{*}mathmod@bmstu.ru

Введение

Методы решения задачи управления движением трехзвенного манипулятора типа "МНУ Senior" достаточно хорошо разработаны [1, 4]. Хотя указанный манипулятор предназначен прежде всего для проведения погрузочно-разгрузочных работ, к данному типу манипуляторов имеется устойчивый интерес ввиду достаточной простоты конструкции с одной стороны, и возможностью реализации сложных пространственных траекторий исполнительным органом манипулятора. Например, в [2] этот тип манипулятора предлагается для реализации "руки" частично антропоморфного робота.

Рассмотрим задачи планирования и реализации пространственной траектории движения схвата манипулятора из начального состояния покоя в конечное состояние покоя. В работе предлагается методика получения программного и стабилизирующего управлений, обеспечивающих движение схвата вдоль некоторой линии, соединяющей заданные точки в рабочей области. Для синтеза программного и стабилизирующего управлений используются концепция обратных задач динамики и теория нелинейных динамических систем, линейных по управлению (аффинных систем).

Статья организована следующим образом. В разделе 1 получена математическая модель движения манипулятора, в разделе 2 определена пространственная рабочая область манипулятора для конкретных геометрических размеров манипулятора. В разделе 3 построена программная траектория и получено соответствующее программное управление, которые реализуют движение схвата по полученной траектории из начального положения покоя в конечное положение покоя. В разделе 4 получено стабилизирующее управление для заданной программной траектории.

1. Математическая модель движения манипулятора

Общая схема манипулятора приведена на рис. 1, а используемая в расчетах кинематическая схема этого манипулятора с типовыми размерами [1] приведена на рис.2. Геометрические размеры на кинематической схеме указаны в метрах.

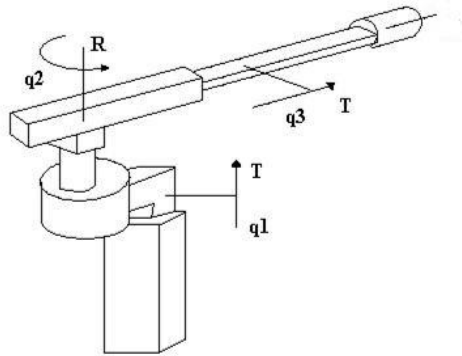


Рис. 1 Манипулятор типа “MHU Senior”

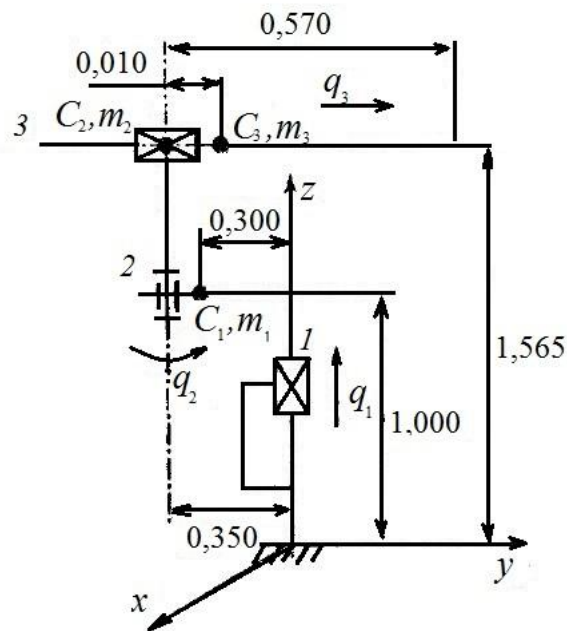


Рис. 2. Кинематическая схема манипулятора [1]

Робот-манипулятор имеет три степени свободы. Соответственно, для его описания введем три обобщенные координаты: q_1 – вертикальное перемещение первого звена, q_2 – угол поворота второго звена и q_3 – горизонтальное перемещение третьего звена.

Массы звеньев обозначим через m_1 , m_2 и m_3 . Предположим, что массы звеньев сосредоточены в точках C_1 , C_2 и C_3 соответственно. Примем, что силы и моменты трения в кинематических парах достаточно малы, поэтому ими можно пренебречь.

В качестве управлений примем силы, прикладываемые к первому и третьему звеньям, и момент, прикладываемый ко второму звену.

Особенностью рассматриваемого манипулятора состоит в том, что для любого заданного в рабочей области положения схвата соответствующие обобщенные координаты звеньев робота определяются однозначно.

Движение манипулятора описывается уравнениями Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right] - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = P_j, \quad j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где T — кинетическая энергия движения манипулятора, вычисляемая по формуле

$$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m_i \dot{r}_i^2, \quad (2)$$

где r_i — радиус-векторы центров масс соответствующих звеньев манипулятора в системе координат $Oxyz$,

Π — потенциальная энергия манипулятора, вычисляемая по формуле

$$\Pi(q) = \sum_{i=1}^3 m_i g r_{i3}, \quad (3)$$

P_j — обобщенные управляющие силы, создаваемые приводами робота.

По кинематической схеме можно получить радиус-векторы центров масс звеньев манипулятора в системе координат $Oxyz$ (см. рис. 2) в следующем виде:

$$r_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.3 \\ 1 + q_1 \end{pmatrix}, \quad r_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.35 \\ 1.565 + q_1 \end{pmatrix}, \quad r_3 = \begin{pmatrix} -\sin q_2 (0.01 + q_3) \\ -0.35 + \cos q_2 (0.01 + q_3) \\ 1.565 + q_1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Продифференцировав компоненты радиус-векторов (4) по времени и подставив полученные производные в уравнение кинетической энергии (2), получим следующее выражение для кинетической энергии:

$$T(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} ((m_1 + m_2) \dot{q}_1^2 + m_3 (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_3^2 + (0.01 + q_3)^2 \dot{q}_2^2)). \quad (5)$$

Подставив соответствующие компоненты радиус-векторов r_1 , r_2 и r_3 в (2), получим

$$\Pi(q) = m_1 g (1 + q_1) + (m_2 + m_3) g (1.565 + q_1). \quad (6)$$

Используя выражения (5) и (6), из (1) найдем систему уравнений, описывающую движение манипулятора:

$$\begin{cases} (m_1 + m_2 + m_3)(\ddot{q}_1 + g) = P_1, \\ (0.01 + q_3)^2 m_3 \ddot{q}_2 + 2(0.01 + q_3) m_3 \dot{q}_3 \dot{q}_2 = P_2, \\ m_3 \ddot{q}_3 - (0.01 + q_3) m_3 \dot{q}_2^2 = P_3. \end{cases} \quad (7)$$

Для приведения этой системы к системе дифференциальных уравнений первого порядка введем следующие обозначения:

$$z_1^1 = q_1, z_1^2 = \dot{q}_1, z_2^1 = q_2, z_2^2 = \dot{q}_2, z_3^1 = q_3, z_3^2 = \dot{q}_3. \quad (8)$$

С учетом сделанных обозначений получим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{z}_1^1 = z_1^2, \\ \dot{z}_1^2 = P_1 / (m_1 + m_2 + m_3) - g, \\ \dot{z}_2^1 = z_2^2, \\ \dot{z}_2^2 = (-2(0.01 + z_3^1)m_3 z_3^2 z_2^2 + P_2) / ((0.01 + z_3^1)^2 m_3), \\ \dot{z}_3^1 = z_3^2, \\ \dot{z}_3^2 = (0.01 + z_3^1)(z_2^2)^2 + P_3 / m_3. \end{cases} \quad (9)$$

Отметим, что система (9) описывает движение робота-манипулятора исключительно в пределах его рабочей области, определяемой техническими характеристиками рассматриваемого устройства.

2. Геометрия рабочей области манипулятора

Определим рабочую область движения точки схвата рассматриваемого манипулятора с заданными геометрическими размерами при заданных ограничениях.

Определим координаты радиус-вектора точки схвата манипулятора, находящегося на конце первого звена манипулятора. Начальная длина первого звена манипулятора равна 0.57 м. Следовательно, радиус-вектор точки схвата выглядит следующим образом:

$$r_* = \begin{pmatrix} -\sin q_2 (0.57 + q_3) \\ -0.35 + \cos q_2 (0.57 + q_3) \\ 1.565 + q_1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

При заданных параметрах манипулятора переменные состояния изменяются в следующих пределах:

$$-0.5 < q_1 < 0.5, \quad -\frac{\pi}{2} < q_2 < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < q_3 < 1.5.$$

Подставив в выражение радиус-вектора (10) значения переменных состояния из этой области, получим пространственную область движения точки схвата. Границы области движения изображены на рис.3.

Область движения точки схвата

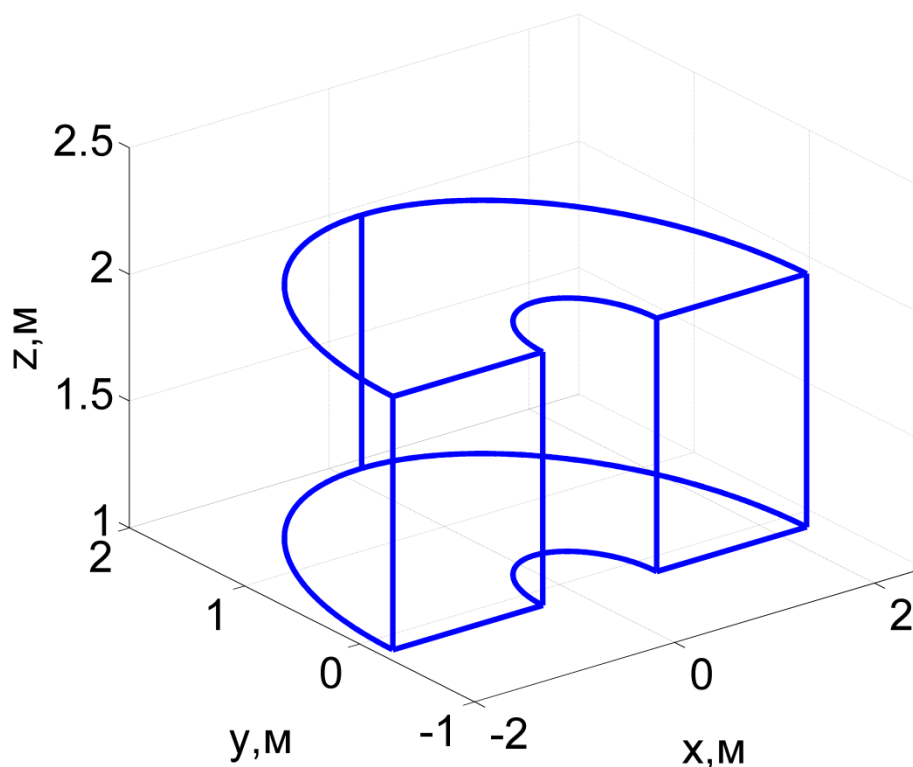


Рис. 3. Область движения точки схвата манипулятора

В дальнейшем будет рассматриваться движение точки схвата в пределах данной области.

3. Построение программных траектории и управления

Пусть внутри рабочей области заданы две точки – А и В. Точка схвата манипулятора должна переместиться из точки А в точку В за заданное время T . Точка схвата манипулятора в начальный момент времени $t = 0$ находится в точке $A(x_0, y_0, z_0)$. Схват неподвижен, то есть его скорость и ускорение в начальный момент времени равны 0. В конечной точке $B(x_k, y_k, z_k)$ манипулятор должен полностью остановиться. Следовательно, в конечный момент времени $t = T$ скорость и ускорение схвата манипулятора также должны быть равны нулю. Из приведенных рассуждений получаем следующие граничные условия для искомой программной траектории, соединяющей точки А и В:

$$A: \quad t = 0, \quad r_{*0} = (x_0, y_0, z_0)^T, \quad \dot{r}_{*0} = \ddot{r}_{*0} = (0, 0, 0)^T,$$

$$B: \quad t = T, \quad r_{*k} = (x_k, y_k, z_k)^T, \quad \dot{r}_{*k} = \ddot{r}_{*k} = (0, 0, 0)^T.$$

Получаем по шесть граничных условий на каждую координату радиус-вектора точки схвата. Следуя концепции обратных задач динамики [4,5], компоненты программной траектории $x_*(t)$, $y_*(t)$ и $z_*(t)$ можно задать в виде полиномов пятой степени

$$x_*(t) = a_0 t^5 + a_1 t^4 + a_2 t^3 + a_3 t^2 + a_4 t + a_5,$$

$$y_*(t) = b_0 t^5 + b_1 t^4 + b_2 t^3 + b_3 t^2 + b_4 t + b_5,$$

$$z_*(t) = c_0 t^5 + c_1 t^4 + c_2 t^3 + c_3 t^2 + c_4 t + c_5.$$

Коэффициенты a_i, b_i, c_i , $i = \overline{0,5}$ однозначно определяются из полученных выше граничных условий.

Введем следующую замену: $\tau = \frac{t}{T}$. Подставив выражения степенных полиномов в начальные и конечные условия для точек А и В соответственно и выразив отсюда искомые коэффициенты полиномов, в итоге получим следующие выражения для компонент программной траектории:

$$x_*(\tau) = 6(x_k - x_0)\tau^5 - 15(x_k - x_0)\tau^4 + 10(x_k - x_0)\tau^3 + x_0,$$

$$y_*(\tau) = 6(y_k - y_0)\tau^5 - 15(y_k - y_0)\tau^4 + 10(y_k - y_0)\tau^3 + y_0,$$

$$z_*(\tau) = 6(z_k - z_0)\tau^5 - 15(z_k - z_0)\tau^4 + 10(z_k - z_0)\tau^3 + z_0.$$

Полученные выражения являются компонентами искомой пространственной программной траектории, по которой должна двигаться точка схвата манипулятора. Полученные степенные полиномы весьма схожи по своему виду. Из приведенных соотношений можно получить

$$\frac{x_*(\tau) - x_0}{x_k - x_0} = \frac{y_*(\tau) - y_0}{y_k - y_0} = \frac{z_*(\tau) - z_0}{z_k - z_0}.$$

Получено каноническое уравнение прямой, проходящей через точки А и В. Следовательно, построенная пространственная траектория лежит на соответствующем отрезке прямой линии.

Введем следующие координаты точек А и В внутри рабочей области движения точки схвата манипулятора:

$$A = (0.5, 0.42, 1.265)^T, \quad B = (1, 0.8, 1.865)^T.$$

Время движения T возьмем равным 3 с. Ниже приведен график полученной программной траектории движения точки схвата манипулятора.

Заданная пространственная траектория движения точки схвата

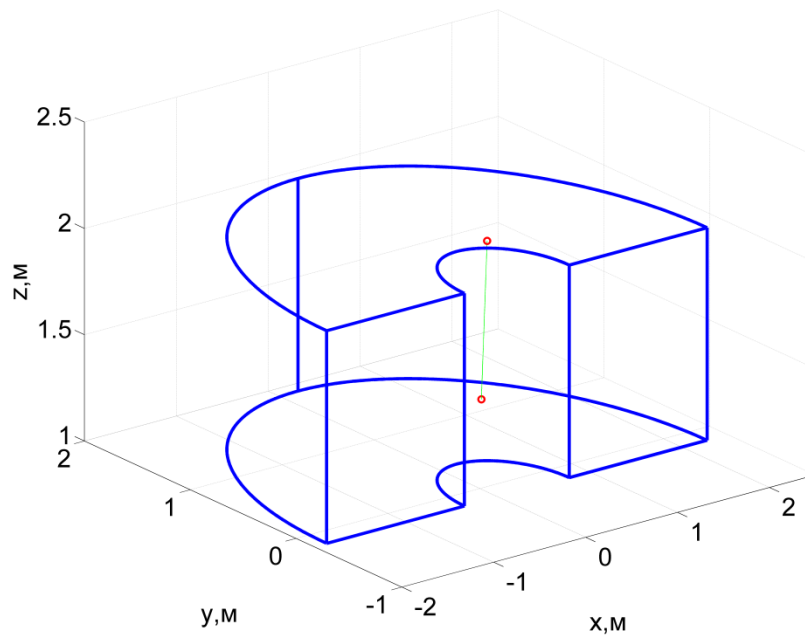


Рис. 4. Программная траектория

Зная выражения компонент программной траектории и используя связь между пространственными координатами точки схвата и переменными состояния (10), найдем соответствующие программные изменения переменных состояния манипулятора $q_{1*}(t), q_{2*}(t)$ и $q_{3*}(t)$:

$$\begin{aligned} q_{1*}(t) &= z_*(t) - 1.565, \\ q_{2*}(t) &= -\arctg(x_*(t) / (y_*(t) + 0.35)), \\ q_{3*}(t) &= (y_*(t) + 0.35)\sqrt{1 + (x_*(t) / (y_*(t) + 0.35))^2} - 0.57. \end{aligned} \quad (11)$$

Ниже приведены графики полученных программных изменений переменных состояния $q_{1*}(t)$, $q_{2*}(t)$ и $q_{3*}(t)$ (см. рис.5-7).

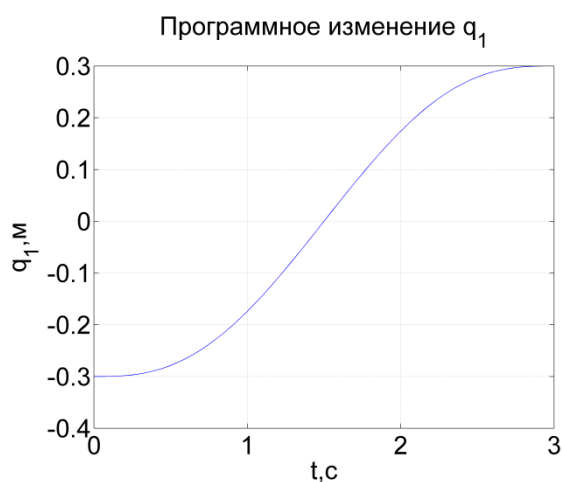


Рис.5. Программное изменение верт. Перемещения

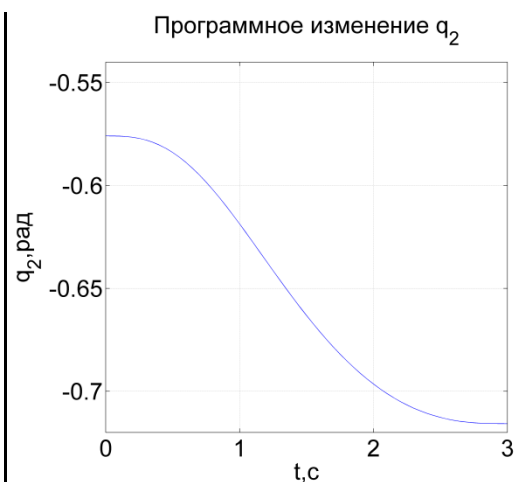


Рис. 6. Программное изменение угла поворота

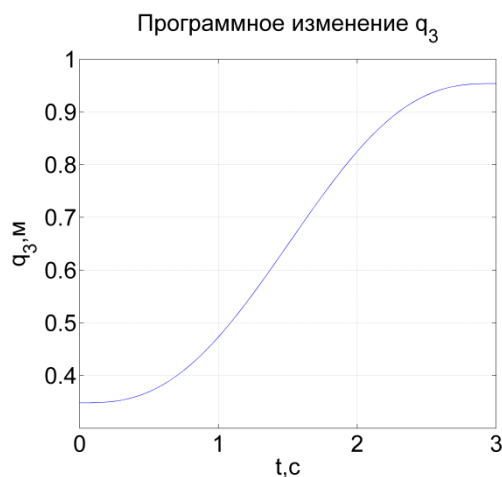


Рис.7. Программное изменение гориз. Перемещения

Теперь найдем соответствующие программные управления P_{1*} , P_{2*} и P_{3*} . Для получения выражений для программных изменений управляющих сил и моментов P_1, P_2 и P_3 подставим найденные выражения программных изменений переменных состояния $q_{1*}(t), q_{2*}(t)$ и $q_{3*}(t)$, и их производные по времени в систему (9). В результате после необходимых преобразований получим

$$\begin{aligned} P_{1*}(t) &= (m_1 + m_2 + m_3)(\ddot{q}_{1*}(t) + g), \\ P_{2*}(t) &= m_3(0.01 + q_{3*}(t))^2 \ddot{q}_{2*}(t) + 2m_3(0.01 + q_{3*}(t))\dot{q}_{2*}(t)\dot{q}_{3*}(t), \\ P_{3*}(t) &= m_3\ddot{q}_{3*}(t) - m_3(0.01 + q_{3*}(t))\dot{q}_{2*}(t)\dot{q}_{3*}(t). \end{aligned} \quad (12)$$

В дальнейшем при моделировании примем следующие значения параметров рассматриваемого манипулятора и физических констант, входящих в уравнения:

$$m_1 = 5 \text{ кг}, \quad m_2 = 3 \text{ кг}, \quad m_3 = 10 \text{ кг}, \quad g = 9.81 \text{ м/с}^2.$$

Ниже приведены графики зависимостей найденных программных изменений управляющих сил P_{1*}, P_{3*} и момента P_{2*} от времени t (рис. 8-10):

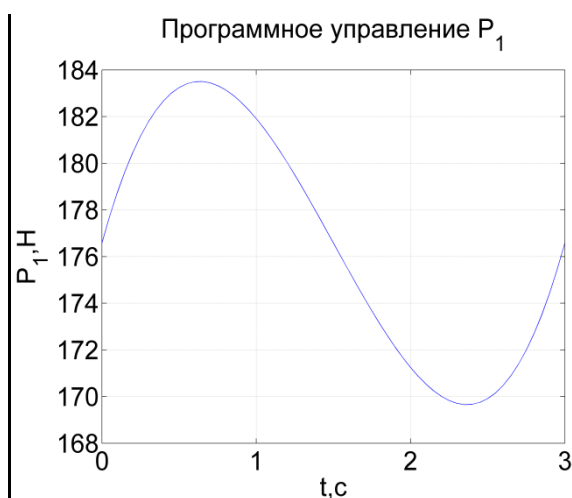


Рис. 8. Программное управление P_1

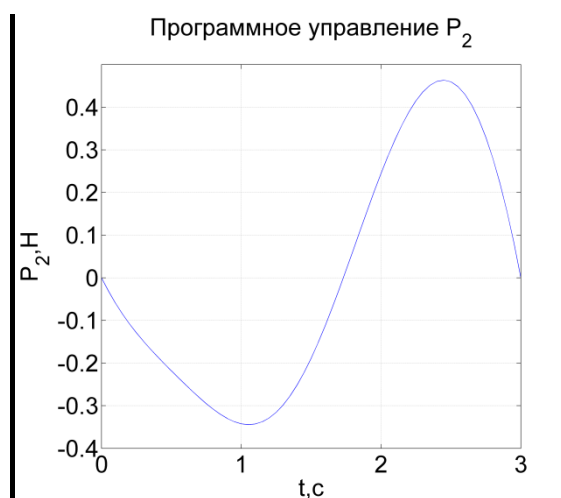


Рис. 9 Программное управление P_2

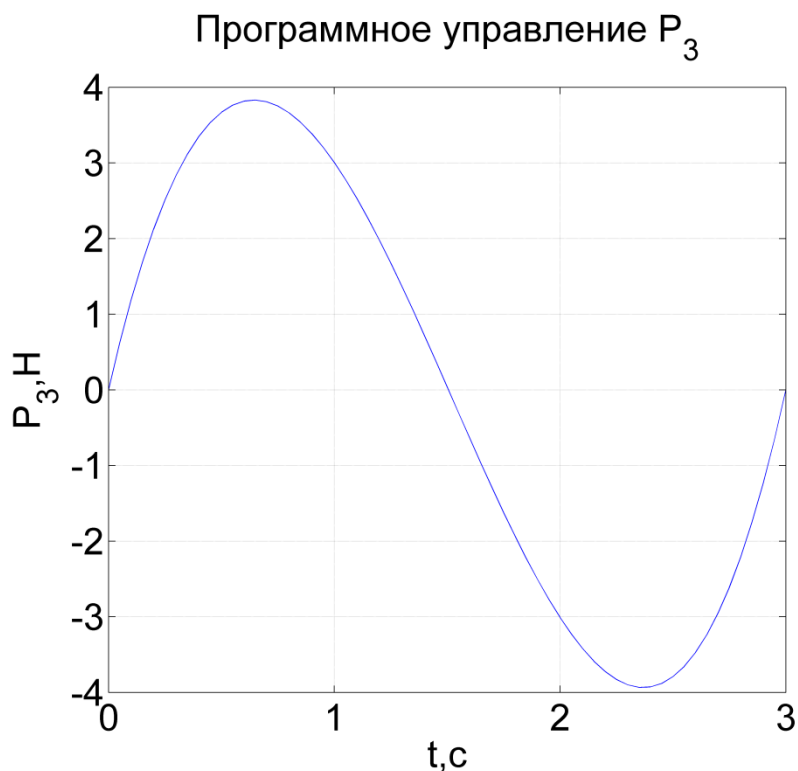


Рис.10. Программное управление P_3 .

Методами численного моделирования исследуем поведение системы при найденных программных управлениях. Будем использовать функцию `ode45` среды MATLAB, реализующей численный метод Рунге-Кутты четвертого порядка с переменным шагом.

Результаты интегрирования системы представлены на приведенных ниже графиках зависимостей переменных состояния q_1, q_2, q_3 от времени t (см. рис. 11-13):

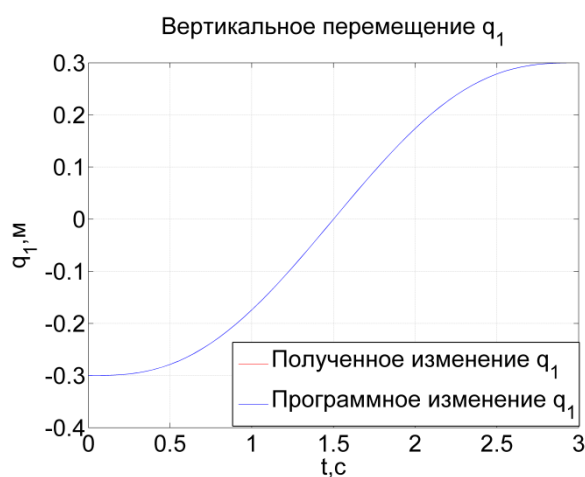


Рис. 11. Вертикальное перемещение

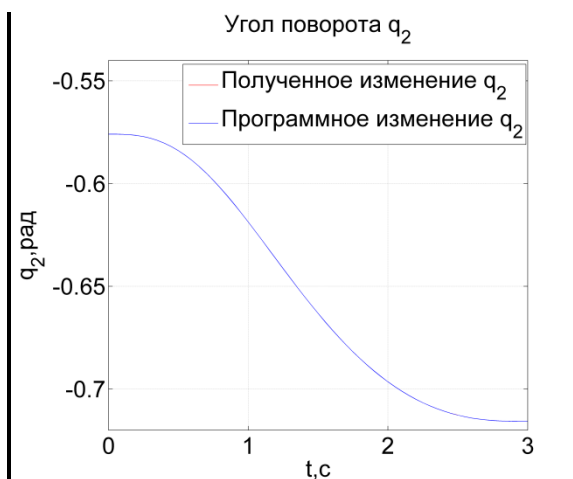


Рис. 12. Угол поворота

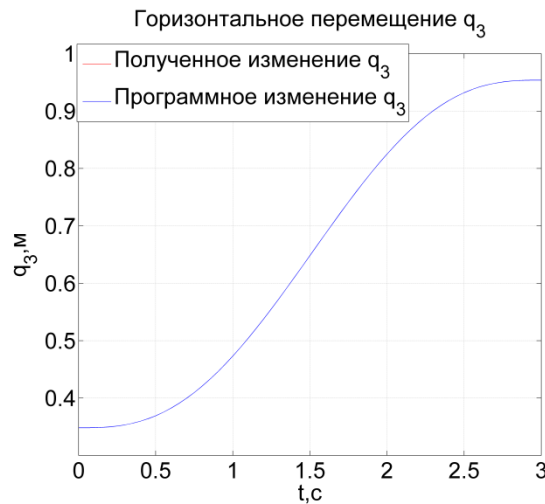


Рис. 13. Горизонтальное перемещение

Из графиков видно, что при точной реализации программного управления система переходит из заданного начального в заданное конечное состояние.

4. Построение стабилизирующей обратной связи

Для стабилизации полученного программного движения (программной траектории и соответствующих программных управлений) построим стабилизирующую обратную связь.

Заметим, что систему (9) можно рассматривать как аффинную систему с векторным управлением, записанную в каноническом виде, и воспользоваться разработанным для систем канонического вида подходом к синтезу стабилизирующего управления [6,7].

Для построения обратной связи, стабилизирующей полученные ранее программные изменения переменных состояния $q_1^*(t), q_2^*(t)$ и $q_3^*(t)$, вычтем из второго, четвертого и шестого уравнений системы (9) тождества, получаемые при подстановке в эти уравнения программных изменений q_1^*, q_2^*, q_3^* и программных управлений P_1^*, P_2^* и P_3^* . Получим следующие выражения:

$$\begin{cases} \dot{z}_1^2 - \dot{z}_{1*}^2 = (P_1 - P_1^*) / (m_1 + m_2 + m_3), \\ \dot{z}_2^2 - \dot{z}_{2*}^2 = (-2(0.01 + z_3^1)m_3 z_3^{*2} z_2^2 + P_2) / ((0.01 + z_3^1)^2 m_3) - F_{2*}, \\ \dot{z}_3^2 - \dot{z}_{3*}^2 = (0.01 + z_3^1)(z_2^2)^2 + P_3 / m_3 - (0.01 + z_3^1)(z_2^{*2})^2 - P_{3*} / m_3. \end{cases} \quad (13)$$

где $F_{2*} = (-2(0.01 + z_3^{*1})m_3 z_3^{*2} z_2^{*2} + P_{2*}) / ((0.01 + z_3^{*1})^2 m_3)$.

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} P_1 - P_{1*} &= \Delta P_1, \quad P_2 - P_{2*} = \Delta P_2, \quad P_3 - P_{3*} = \Delta P_3, \\ \Delta z_i^1 &= z_i^1 - z_{i*}^1, \quad \Delta z_i^2 = z_i^2 - z_{i*}^2, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (14)$$

В соответствии с концепцией обратных задач динамики, потребуем, чтобы отклонения от программной траектории удовлетворяли линейным дифференциальным уравнениям:

$$\begin{aligned}\Delta \dot{z}_1^2 &= -k_{11}\Delta z_1^1 - k_{12}\Delta z_1^2; \\ \Delta \dot{z}_2^2 &= -k_{21}\Delta z_2^1 - k_{22}\Delta z_2^2; \\ \Delta \dot{z}_3^2 &= -k_{31}\Delta z_3^1 - k_{32}\Delta z_3^2.\end{aligned}\tag{15}$$

где k_{i1}, k_{i2} , $i = \overline{1,3}$ – коэффициенты, определяющие динамику системы, замкнутой стабилизирующим управлением. В общем виде управления записываются как суммы программного и стабилизирующего управлений:

$$P_i = P_{i*} + \Delta P_i, \quad i = \overline{1,3}.$$

Выражая ΔP_1 и ΔP_3 из системы (13) с учетом (14),(15), получим выражения P_1 и P_3 в следующем виде:

$$\begin{aligned}P_1 &= P_{1*} + \Delta P_1 = P_{1*} + (m_1 + m_2 + m_3)(-k_{11}(z_1^1 - z_{1*}^1) - k_{12}(z_1^2 - z_{1*}^2)), \\ P_3 &= P_{3*} + \Delta P_3 = \\ &= P_{3*} + m_3((0.01 + z_{3*}^1)(z_{2*}^2)^2 - (0.01 + z_3^1)(z_2^2)^2 - k_{31}(z_3^1 - z_{3*}^1) - k_{32}(z_3^2 - z_{3*}^2)).\end{aligned}$$

Выразить ΔP_2 из второго уравнения системы (13) достаточно трудно. Поэтому сразу выпишем общий вид управления P_2 :

$$\begin{aligned}P_2 &= m_3(0.01 + z_3^1)^2 \times \\ &\times \left(\frac{2z_2^2 z_3^2}{0.01 + z_3^1} + \frac{P_{2*}}{m_3(0.01 + z_{3*}^1)^2} - \frac{2z_{2*}^2 z_{3*}^2}{0.01 + z_{3*}^1} k_{31}(z_3^1 - z_{3*}^1) - k_{32}(z_3^2 - z_{3*}^2) \right).\end{aligned}$$

Подставим полученные выражения управлений P_1, P_2 и P_3 в систему (9) и проинтегрируем ее на интервале $[0,3]$ без начальных отклонений от программных изменений q_{1*}, q_{2*}, q_{3*} . Коэффициенты, задающие динамику обратной связи, найдем как коэффициенты полинома Баттерворта второго порядка [3]

$$P(\lambda) = \lambda^2 + 1,41\omega_0\lambda + \omega_0^2,$$

где $\omega_0 = \frac{t_p^*}{t_p}$, а t_p – желаемое время переходного процесса системы.

Для полинома Баттерворта второго порядка время $t_p^* = 5,95$. Пусть желаемое время пере-

ходного процесса $t_p = 2,5$. Тогда $\omega_0 = \frac{t_p^*}{t_p} = 2.38$ и коэффициенты

$$k_{i1} = 1,41\omega_0 = 3.356, \quad k_{i2} = \omega_0^2 = 5.664, \quad i = 1, 2, 3.$$

Ниже приведены результаты моделирования системы (9), замкнутой найденным стабилизирующим управлением при некотором начальном отклонении от программной траектории и заданных коэффициентах стабилизирующей обратной связи (см. рис.14-16).

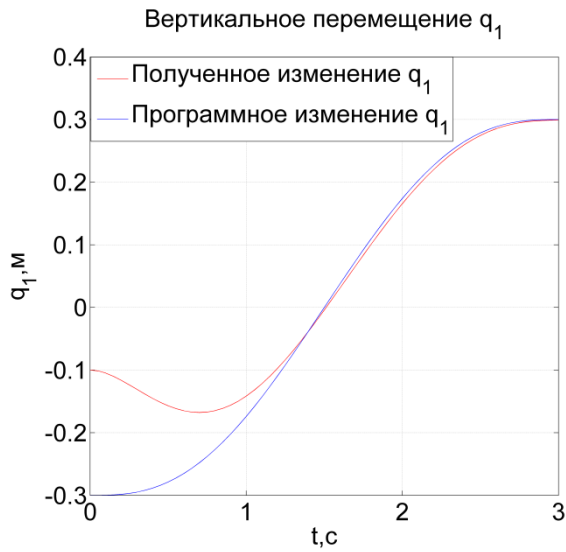


Рис. 14. Стабилизация вертикального перемещения

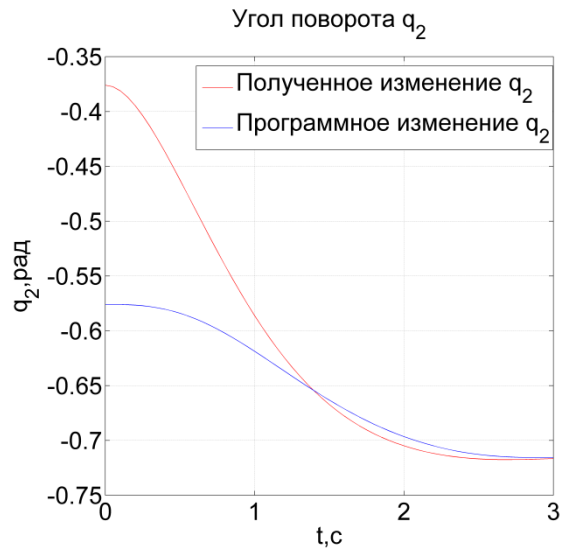


Рис. 15. Стабилизация угла поворота

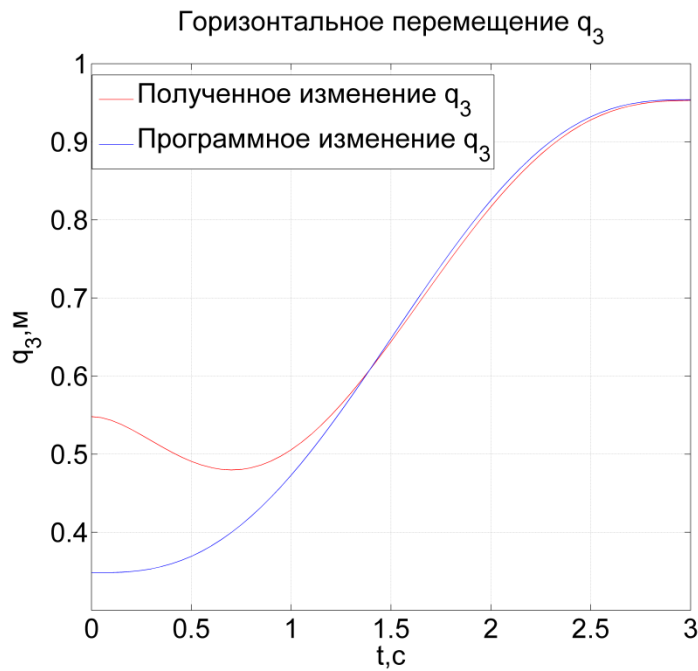


Рис. 16. Стабилизация горизонтального перемещения

Из графиков видно, что программное изменение переменных состояния q_{1*}, q_{2*}, q_{3*} успешно стабилизируется с помощью полученного векторного управления $P = (P_1, P_2, P_3)^T$. Ниже приведены графики зависимостей компонент управления P от времени t (см. рис.17-19).

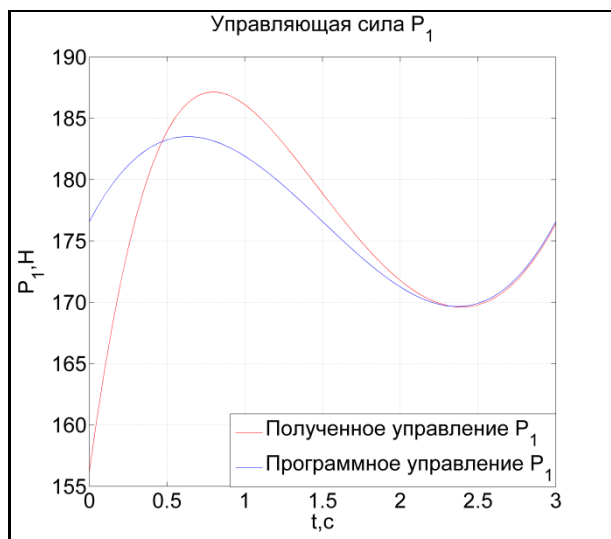


Рис. 17. Управляющая сила P_1

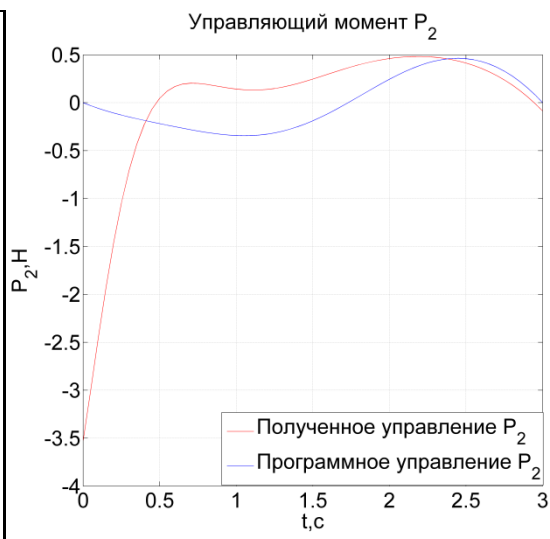


Рис. 18. Управляющий момент P_2

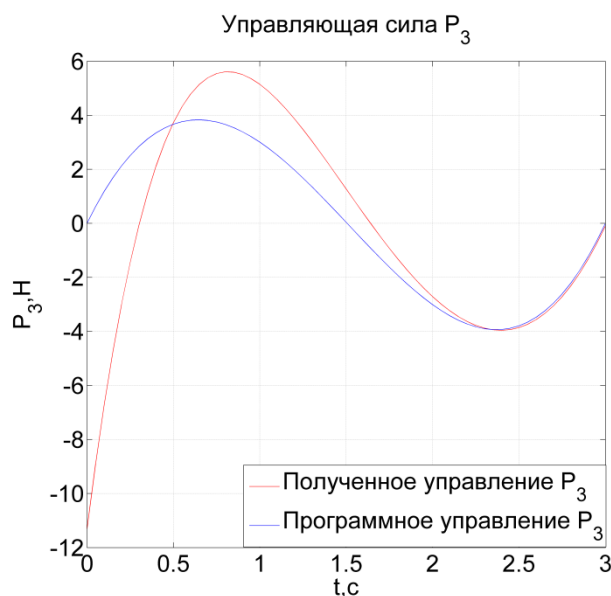


Рис. 19. Управляющая сила P_3

По результатам моделирования видно, что построенное стабилизирующее управление является эффективным при решении задачи стабилизации программной траектории движения рассматриваемой технической системы.

Заключение

С использованием концепций обратной задачи динамики построена программная траектория и получено соответствующее ей программное управление, которые реализуют переход точки схвата манипулятора из одного положения покоя в другое положение покоя.

Найдена стабилизирующая обратная связь для заданного программного движения (программной траектории и программного управления). Из анализа результатов модели-

рования можно сделать вывод, что предложенное стабилизирующее управление достаточно эффективно при решении задачи стабилизации заданного программного движения манипулятора.

Список литературы

1. Крутько П.Д., Кузьмин Д.В. Управление движением манипулятора при выполнении погрузочных операций // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2004. № 3. С. 91-97.
2. Dey G.K., Dey P.K., Ul Islam M.H. Humanoid Robotic Arm for Tactual Interaction with Industrial Environment by using Mobile // International Journal of Engineering and Technology. 2014. Vol. 4. Is. 11. P. 643-647.
3. Ким Д.П. Теория автоматического управления. (в 2-х томах) Т.1.Линейные системы. М.:ФИЗМАТЛИТ. 2004. 288 с.
4. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами. Изд. 2-е, испр. и доп. (Серия: Робототехника). М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2005. 480 с.
5. Жевнин А.А., Колесников К.С., Крищенко А.П., Толокнов В.И. Синтез алгоритмов терминального управления на основе концепции обратных задач динамики (обзор) // Изв. АН СССР, Техническая кибернетика. 1985. N 4. С.178-188.
6. Крищенко А.П. Стабилизация программных движений нелинейных систем // Изв. АН СССР, Техническая кибернетика. 1985. N 6. С.108-112.
7. Крищенко А.П. Преобразование многомерных аффинных управляемых систем // Управляемые нелинейные системы. М.: ВНИИСИ. 1991. N 2. С.5-14.