

Лабораторный комплекс по изучению плоскопараллельного движения твердых тел

08, август 2015

Витушкин В. В.^{1,*}, Дубинин В. В.¹

УДК: 521.3

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

^{*}fn3@bmstu.ru

В статье представлены результаты разработки лабораторного комплекса, предназначенного для изучения закономерностей плоско-параллельного движения тел – качения по наклонным поверхностям. Этот вид движения тел является одним из наиболее распространенных в технике и общие положения его теории излагаются в специальной учебной литературе [1-3]. Он требует глубокого освоения как теоретического, так и экспериментального в практике подготовки специалистов в высших технических учебных заведениях.

Данный комплекс включает в себя физическую (механическую) установку, снабженную датчиками перемещения тел и блоком питания датчиков, аналого-цифровой преобразователь сигналов датчиков и ПЭВМ. Комплекс позволяет математически анализировать процесс движения тел и экспериментально проверять достоверность этого анализа. При этом результаты экспериментов обрабатываются на ПЭВМ и отображаются в реальном масштабе времени в виде графиков перемещений, скоростей и ускорений центров масс тел.

Общий вид лабораторного комплекса представлен на рис. 1.



Рис. 1. Общий вид комплекса

Экспериментальная установка комплекса содержит пару цилиндрических тел с одинаковыми массами и внешними размерами, но с различными осевыми моментами инерции относительно продольных осей, проходящих через центры масс тел, и наклонные плоскости с направляющими для качения тел. Каждая из направляющих выполнена из двух частей с встречным наклоном, нижние концы которых сочленены между собой посредством цилиндрического участка. В качестве датчиков перемещения центров масс тел используются потенциометры в виде закрепленных на направляющих продольных пластин из электроизоляционного материала с электропроводящим покрытием. При этом покрытие одной из каждой пары этих пластин разделено на отдельные поперечные сегменты, электрически соединенные между собой посредством резисторов, а в качестве подвижного контакта потенциометра используются сами тела. Схемы тел и поверхностей качения экспериментальной установки приведены на рис.2.

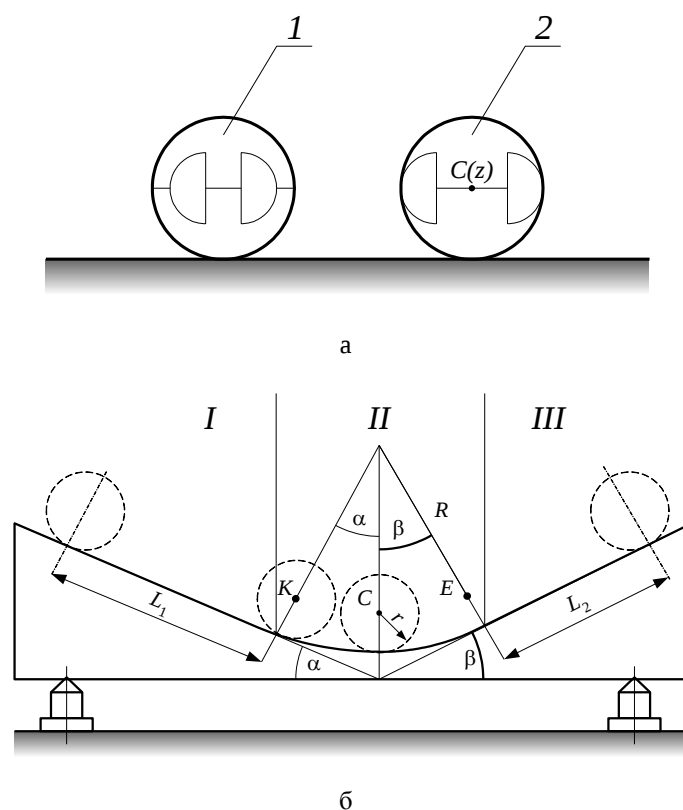


Рис. 2. Схемы цилиндрических тел и этапов их движения

Каждое из тел представляет собой полый цилиндр, внутри которого симметрично относительно продольной оси цилиндра закреплены одинаковые по размерам и массе грузы. При этом у одного из тел (тело 1 на фиг. 2а) грузы закреплены вблизи его продольной оси, а у другого тела (тело 2 на рис. 2а) у внутренней стенки цилиндра. Это обеспечивает существенно больший момент инерции у тела 2 по сравнению с телом 1 при одинаковой их массе.

Каждая из направляющих качения выполнена из двух частей длиной L_1 и L_2 с встречным наклоном под углами соответственно α и β , сочлененных между собой посредством

цилиндрического участка радиусом R . Движение тел осуществляется в три этапа – *I*, *II* и *III* (рис. 26).

I этап. Составим дифференциальные уравнения движения тел на первом этапе *I* движения по наклонной плоскости с углом α к горизонту (рис. 3):

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_C &= mg \sin \alpha - F, \\ m\ddot{y}_C &= N - mg \cos \alpha, \\ J_{Cz}\ddot{\varphi} &= Fr, \end{aligned} \quad (1)$$

где F – величина силы трения скольжения.

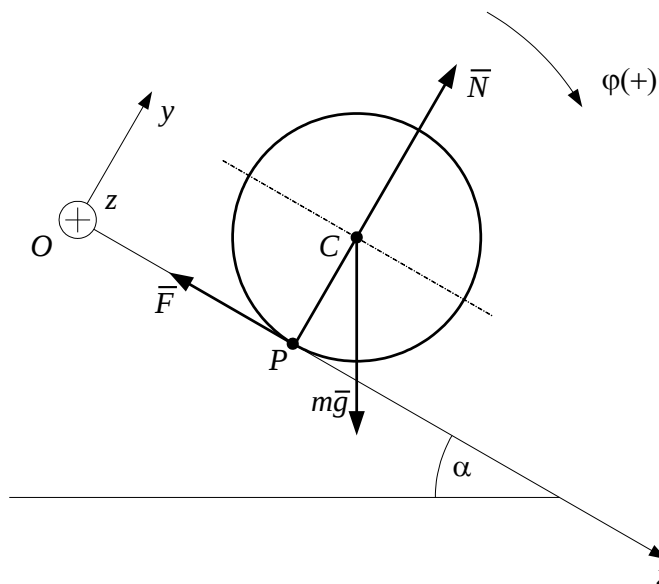


Рис. 3. Движение тела по наклонной плоскости на первом этапе

Уравнения связей при качении без скольжения имеет вид

$$\dot{x}_C = r\dot{\varphi}, \quad (2)$$

$$y_C = r. \quad (3)$$

Дважды дифференцируя уравнения связей, имеем

$$\ddot{x}_C = r\ddot{\varphi}, \quad \ddot{y}_C = 0. \quad (4)$$

Решая совместно уравнения (1) и (4), получим

$$\ddot{x}_C = \frac{mg \sin \alpha - r^2}{mr^2 + J_{Cz}} = A. \quad (5)$$

Ускорения центров масс цилиндрических тел постоянны. Проинтегрировав уравнение (5) при начальных условиях $t = 0$, $x_C = 0$, $\dot{x}_C = 0$, имеем

$$\dot{x}_C = At, \quad x_C = \frac{At^2}{2}, \quad (6)$$

откуда при заданном значении x_C определим время движения центра масс цилиндрического тела на расстояние x_C

$$t = \sqrt{2x_C / A} \quad (7)$$

и по первой из формул (6) для этого момента времени t найдем скорость центра масс цилиндрического тела $\dot{x}_C$.

Из выражения (5) видно, что ускорение центра масс цилиндрического тела с меньшим значением момента инерции J_{Cz} больше при одинаковых массах тел и радиусах r .

По уравнениям (6) и (7) можно получить соотношение

$$\dot{x}_C = \sqrt{2Ax_C},$$

из которого при x_C , одинаковом для обоих тел, получим, что скорость центра масс больше у того цилиндрического тела, у которого больше ускорение центра масс, т.е. у тела с меньшим моментом инерции J_{Cz} . Из формулы (7) также видно, что одни и те же участки тела с меньшим J_{Cz} преодолевает быстрее. Этот факт легко установить при эксперименте визуально.

Поскольку при проведении экспериментов фиксируется время движения центров масс тел (а не координата), проведем сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей скоростей центров масс тел от времени на первом этапе. Время движения центра масс каждого тела на первом этапе определяется по выражению (7), а зависимости $\dot{x}_C(t)$ рассчитываются по первой формуле (6).

В выражение (5) для ускорений центров масс цилиндрических тел входит α . Угол α мал, и его значение точно определить трудно, что вносит погрешность в расчеты скоростей центров масс тел. Поэтому будем сравнивать отношения скоростей центров масс тел в одни и те же моменты времени, в которые $\sin \alpha$ не входит:

$$\frac{\dot{x}_{C1}}{\dot{x}_{C2}} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{m_1 r_1^2}{m_2 r_2^2} \frac{m_2 r_2^2 + J_{Cz2}}{m_1 r_1^2 + J_{Cz1}}.$$

При $m_1 = m_2 = m$ и $r_1 = r_2 = r$ получим

$$\frac{\dot{x}_{C1}}{\dot{x}_{C2}} = \frac{1 + J_{Cz2}/mr^2}{1 + J_{Cz1}/mr^2}.$$

Изложенное выше справедливо, если качение цилиндрических тел совершается без скольжения. Это условие выполняется при

$$|F| \leq fN, \quad (8)$$

где f – коэффициент трения скольжения.

Из второго уравнения (1) при условии (4) находим

$$N = mg \cos \alpha, \quad (9)$$

а из третьего уравнения (1) с учетом (4) и (5) имеем

$$F = \frac{J_{Cz} \ddot{x}_C}{r^2} = \frac{mg \sin \alpha - J_{Cz}}{mr^2 + J_{Cz}}. \quad (10)$$

Из (8) с учетом (9) и (10) получим соотношение для коэффициента трения скольжения

$$f \geq \frac{J_{Cz} \operatorname{tg} \alpha}{mr^2 + J_{Cz}},$$

и, соответственно, минимальное значение коэффициента f , при котором обеспечивается качение тела без скольжения, равно

$$f_{\min} = \frac{J_{Cz} \operatorname{tg} \alpha}{mr^2 + J_{Cz}}.$$

Трение качения в данном случае не учитываем ввиду его слабого влияния на скорость центров масс тел при однократном их движении в положительном направлении по координате x .

Для проведения теоретических расчетов необходимо знать моменты инерции J_{Cz} цилиндрических тел, используемых в эксперименте. Для их определения применяют простейшую установку, на которой измеряют периоды крутильных колебаний тел (рис. 4).

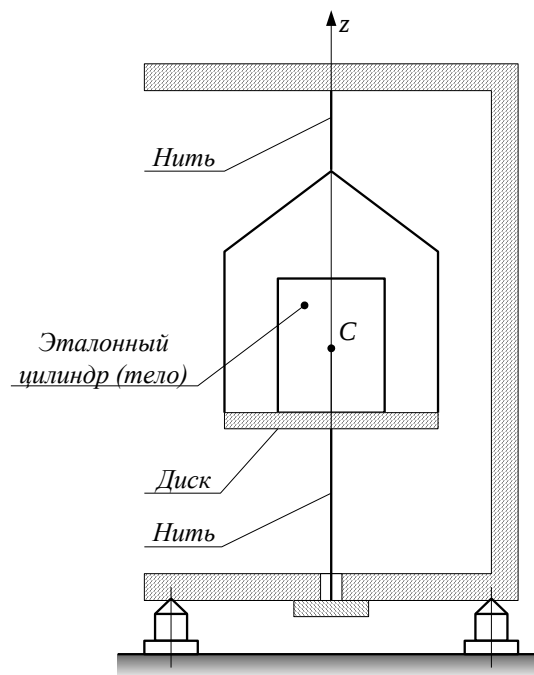


Рис. 4. Схема установки крутильных колебаний.

Уравнение движения системы тел (вращения вокруг оси Cz) при малых углах поворота θ имеет вид

$$J_{Cz} \ddot{\theta} = -c_{\text{кр}} \theta,$$

где $c_{\text{кр}}$ — коэффициент жесткости упругой нити.

Период крутильных колебаний системы тел равен

$$T = 2\pi \sqrt{J_{Cz} / c_{\text{кр}}} . \quad (11)$$

Коэффициент жесткости упругой нити точно определить трудно, поэтому эксперимент проводят так, чтобы $c_{\text{кр}}$ непосредственно не входил в формулу для определения J_{Cz} . Замеряя при помощи секундомера время, например, десяти свободных крутильных колеба-

ний, найдем среднее значение периода колебаний сначала диска T_d (см. рис 3), а затем диска с эталонным цилиндром – $T_{ц}$. Запишем на основании формулы (11):

$$J_{Cz}^d = c_{кр} \left(\frac{T_d}{2\pi} \right)^2, \quad (12)$$

$$J_{Cz}^d + J_{Cz}^u = c_{кр} \left(\frac{T_{ц}}{2\pi} \right)^2. \quad (13)$$

Из формул (12), (13) определим J_{Cz}^d — момент инерции диска относительно оси Cz:

$$J_{Cz}^d = J_{Cz}^u \frac{T_d^2}{T_{ц}^2 - T_d^2}.$$

Здесь $J_{Cz}^u = \frac{m_{ц} r_{ц}^2}{2}$ – момент инерции эталонного цилиндра относительно оси Cz.

Для тел 1 и 2 аналогично (13) запишем

$$J_{Cz1} + J_{Cz}^d = c_{кр} \left(\frac{T_1}{2\pi} \right)^2, \quad (14)$$

$$J_{Cz2} + J_{Cz}^d = c_{кр} \left(\frac{T_2}{2\pi} \right)^2, \quad (15)$$

Используя формулы (12-15) для моментов инерции цилиндрических тел относительно оси Cz, получим

$$J_{cz1} = J_{cz}^u \frac{T_1^2 - T_d^2}{T_{ц}^2 - T_d^2}, \quad J_{cz2} = J_{cz}^u \frac{T_2^2 - T_d^2}{T_{ц}^2 - T_d^2}.$$

II этап. Движение цилиндрического тела на втором – криволинейном участке (рис. 5) описывается уравнениями

$$\begin{aligned} m\ddot{S} &= -F + mg \sin(\alpha - \psi), \\ \frac{m\dot{S}^2}{R-r} &= N - mg \cos(\alpha - \psi), \\ J_{cz}\dot{\phi} &= -Fr, \end{aligned} \quad (16)$$

$$V_{с\tau} = \dot{S} = -r\dot{\phi} = (R-r)\dot{\psi} \quad \square$$

$$a_{с\tau} = \ddot{S} = -r\ddot{\phi} = (R-r)\ddot{\psi}.$$

Угол ψ изменяется в пределах $0 \leq \psi \leq \alpha + \beta$.

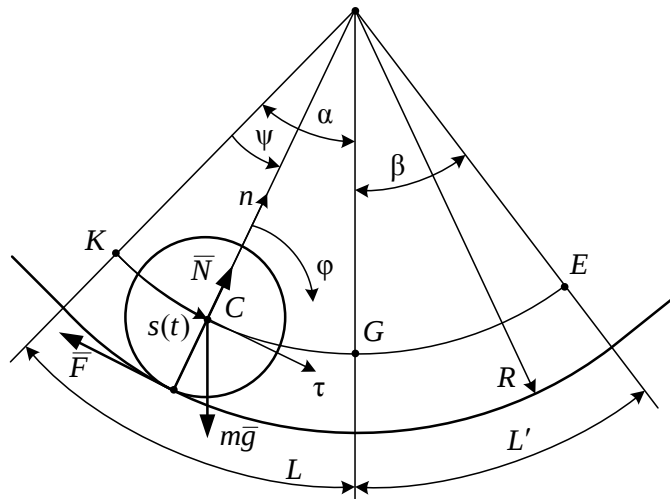


Рис. 5. Схема движения тела на криволинейном участке.

Из системы уравнений (16) получим

$$\ddot{s} = \frac{mg \sin(\alpha - \psi) r^2}{mr^2 + J_{Cz}}$$

или

$$\ddot{s} = B \sin(\alpha - \psi) = (R - r) \ddot{\psi}.$$

При начальных условиях $t' = t - t_1 = 0$, $\psi = 0$, $\dot{\psi} = \dot{\psi}_K$ (здесь t' —момент времени, соответствующий началу движения тела по криволинейному участку, t_1 —время окончания движения на первом этапе) решение последнего уравнения (первый интеграл) имеет вид

$$\dot{\psi}^2 = \dot{\psi}_K^2 + \frac{2B}{R - r} [-\cos \alpha + \cos(\alpha - \psi)],$$

причем при $\psi = \alpha$: $\dot{\psi}_G^2 = \dot{\psi}_K^2 + \frac{2B}{R - r} (1 - \cos \alpha),$

при $\psi = \alpha + \beta$: $\dot{\psi}_E^2 = \dot{\psi}_K^2 + \frac{2B}{R - r} (\cos \beta - \cos \alpha).$

Следует заметить, что значение радиуса R может быть определено по формуле (рис. 5):

$$R = \frac{L}{\alpha}, \text{ или } R = \frac{L'}{\beta}.$$

Кроме того,

$$V_C = \sqrt{(V_{CK})^2 + 2B(R - r)[\cos(\alpha - \psi) - \cos \alpha]},$$

где V_{CK} — скорость центра масс в точке K .

III этап. Движение цилиндрического тела на третьем участке (рис. 6) описывается уравнениями

$$\begin{aligned}
m\ddot{x}_C &= -F - mg \sin\beta, \\
m\ddot{y}_C &= N - mg \cos\beta, \\
J_{Cz}\ddot{\varphi} &= Fr, \\
y_C &= r, \quad \dot{x}_C = r\dot{\varphi}.
\end{aligned}
\tag{17}$$

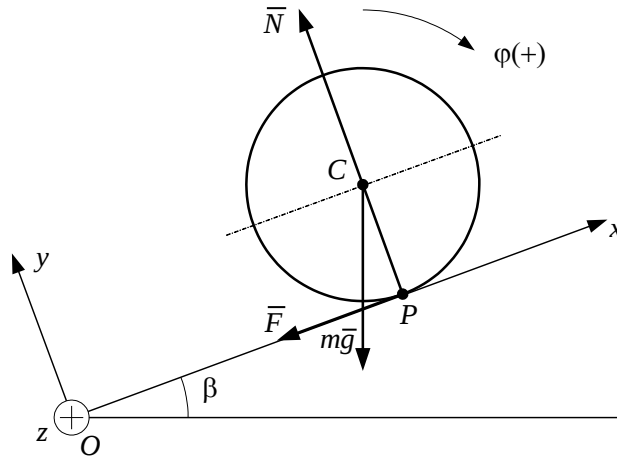


Рис. 6. Схема движения тела на третьем участке.

После дифференцирования последних соотношений получим $\ddot{y}_C = 0$, $\ddot{x}_C = r\ddot{\varphi}$ и из (17) имеем

$$N = mg \cos\beta.$$

Начальные условия на третьем участке при $t = t_3$: ($t'' = t - t_3 = 0$): $x_C = 0$, $\dot{x}_C = V_{CE} = \dot{x}_{CE}$.

Ускорение центра масс цилиндрического тела равно

$$\ddot{x}_C = -\frac{mgr^2 \sin\beta}{mr^2 + J_{Cz}} = -D. \tag{18}$$

Интегрируя (18), получим

$$\dot{x}_C = \dot{x}_{CE} - D(t - t_3). \tag{19}$$

Из (19) для скоростей центров масс цилиндрических тел 1 и 2 получим отношение при $(t - t_3)_1 = (t - t_3)_2$

$$\frac{(\dot{x}_C - \dot{x}_{CE})_1}{(\dot{x}_C - \dot{x}_{CE})_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{m_1 r_1^2}{m_2 r_2^2} \cdot \frac{m_2 r_2^2 + J_{Cz2}}{m_1 r_1^2 + J_{Cz1}}. \tag{20}$$

При $r_1 = r_2 = r_3$, $m_1 = m_2 = m_3$ имеем

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{1 + \frac{J_{Cz2}}{mr^2}}{1 + \frac{J_{Cz1}}{mr^2}}. \tag{21}$$

Приведем основные расчетные и экспериментальные характеристики данной установки.

По предложенной выше методике определяем осевые моменты инерции тел 1 и 2 (J_{Cz1}, J_{Cz2}). Проведем измерение геометрии тел и установки, определим массы m тел. Результаты измерения параметров тел приведены в таблице 1.

Таблица 1 Параметры тел.

	m , кг	J_{Cz} , кг·м ²	r , м
Тело 1	1,223	$2,455 \cdot 10^{-3}$	0,0539
Тело 2	1,243	$0,811 \cdot 10^{-3}$	0,0539

После этого определим ускорения центров масс цилиндрических тел по формулам

$$\ddot{x}_C = \frac{g \sin \alpha}{1 + \frac{J_{Cz}}{mr^2}} = A, \quad \ddot{x}_C = -\frac{g \sin \beta}{1 + \frac{J_{Cz}}{mr^2}} = -D.$$

Результаты этих вычислений представлены в таблице 2.

Таблица 2. Ускорения центров масс тел

	A , м/с ²	D , м/с ²
Тело 1	0,438	0,9058
Тело 2	0,5954	1,23

Скорости центров масс цилиндрических тел линейно зависят от времени, отсюда ясно, что скорости центра масс второго тела (с меньшим осевым моментом инерции) больше. Время движения центра масс цилиндрических тел на первом этапе определим по формуле $t = \sqrt{2L_1 / A}$. Если проинтегрировать уравнения (17) движения на третьем этапе, то получим

$$x_C = \dot{x}_{CE} \Delta t - D \frac{\Delta t^2}{2}, \quad \dot{x}_C = \dot{x}_{CE} - D \Delta t,$$

откуда $\Delta t = \sqrt{2L_2 / D}$ – время движения центра масс тела вверх по наклонной плоскости до остановки.

Время движения центра масс тела на втором (криволинейном) участке можно приближенно вычислить по формуле $t_2 = (R - r)(\alpha + \beta) / v_{Ccp}$, где v_{Ccp} – средняя скорость центра масс тела на криволинейном участке сопряжения наклонных плоскостей. Скорость центра масс тела в точке К (рис. 1,4) определим по зависимости

$$\dot{x} = \sqrt{2Ax_C}, \text{ где } x_C = L_1.$$

В рассматриваем случае $R=270$ мм, $L_1=520$ мм.

Определим v_{CE} и t_2 для каждого из двух тел:

$$v_{CE_1} = \sqrt{2 \cdot 0,438 \cdot 0,52} = 0,675 \text{ м/с};$$

$$v_{CE_2} = \sqrt{2 \cdot 0,5954 \cdot 0,52} = 0,787 \text{ м/с};$$

$$t_{2_1} = 7,45 \cdot 10^{-2} \text{ с}, t_{2_2} = 6,39 \cdot 10^{-2} \text{ с}.$$

Время движения центров масс тел на первом и третьем этапах и суммарное время даны в таблице 3 в сравнении с экспериментами ($L_2 = 250 \text{ мм}$).

Таблица 3. Время движения тел.

	Расчетное время			Эксперимент	погрешность расчетов, %
	$t_1, \text{с}$	$t_3 = \Delta t, \text{с}$	$t_{\Sigma} = t_1 + t_2 + t_3, \text{с}$	$t_{\Sigma}, \text{с}$	
Тело 1	1,54	0,74	2,35	2,1	≈ 10
Тело 2	1,32	0,64	2,02	1,8	≈ 10

Определим высоту подъема центра масс тел на третьем этапе движения. Для этого покажем более подробно схему движения центра масс тела на криволинейном участке направляющей (рис. 7).

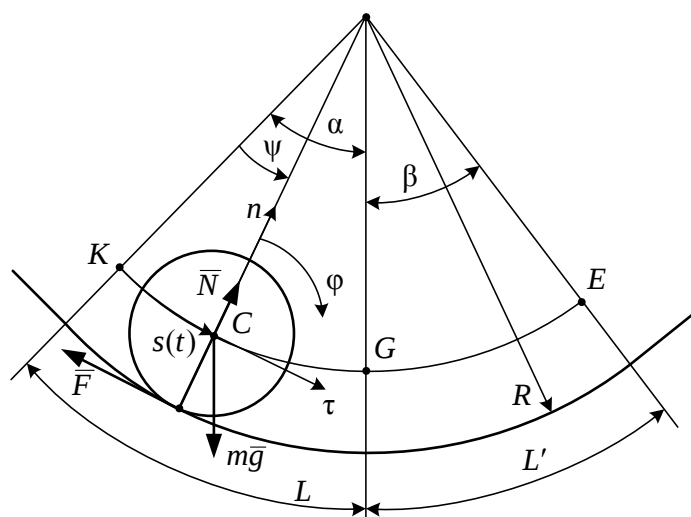


Рис. 7. Схема движения центра масс тела на криволинейном участке.

Рассчитаем работу силы тяжести тела на участке KG .

$$A_{KG} = \int_{(s)} m \bar{g} d\bar{r} = \int_0^{\alpha} mg(R-r) \sin(\alpha - \psi) d\psi = -mg(R-r) \int_0^{\alpha} \sin(\alpha - \psi) d(\alpha - \psi) =$$

$$= -mg(R-r) [-\cos(\alpha - \psi)]_0^{\alpha} = mg(R-r)(1 - \cos \alpha) = mgh',$$

где h' – перемещение центра масс тела по вертикали на первой части криволинейного участка до точки G (рис. 8).

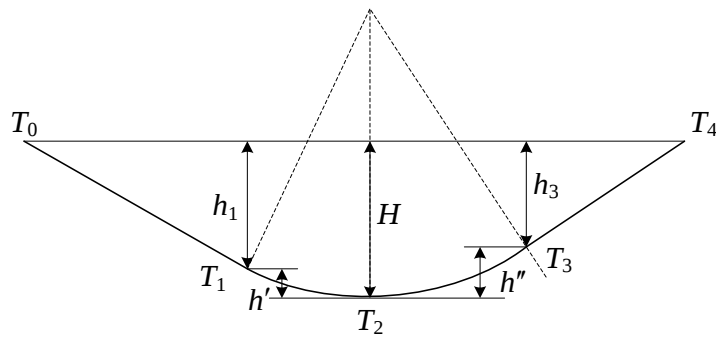


Рис. 8. Схема геометрических характеристик направляющих.

Аналогично для участка GE (рис. 6) получим

$$A_{GE} = \int_{(s)} m \bar{g} d\bar{r} = mg(R-r) \int_0^\beta \cos(\psi + 90^\circ) d\psi = mg(R-r) \cos \psi \Big|_0^\beta = \\ = -mg(R-r)(1 - \cos \beta) = -mgh''.$$

Применим теорему об изменении кинетической энергии к телу для процесса движения на всех трех этапах согласно схеме рис. 7 (где $H = h + h' = h_1 + h''$). Здесь $T_1 - T_0 = mgh_1$; $T_2 - T_1 = mgh'$; $T_3 - T_2 = -mgh''$; $T_4 - T_3 = -mgh_3$.

Так как тело начинает движение из состояния покоя, то $T_0 = 0$. Кроме того, в конце третьего этапа движения $T_4 = 0$. В этих уравнениях не учитываем трение качения. Сложив уравнения, получим:

$$T_4 - T_0 = mg(h_1 + h') - mg(h_3 + h'') = 0, \text{ откуда } h_1 + h' = h_3 + h''.$$

На самом деле это равенство выполняется приближенно. Если учесть потери на трение качения, то уравнение примет вид

$$mgH_0 - mgH_4 + A_k = 0,$$

где A_k – работа момента трения качения.

Отсюда

$$A_k = mg(H_4 - H_0). \quad (23)$$

Здесь $H_4 < H_0$. По разнице $\Delta H = H_4 - H_0$, которая определяется экспериментально, можно рассчитать коэффициент трения качения следующим образом.

Определим работу момента трения качения. Положим, что коэффициент трения качения $\delta = \text{const}$. Момент трения качения (если качение есть) равен $M_k = \delta N$, где нормальная реакция N , на первом и третьем этапах соответственно равна $N_1 = mg \cos \alpha$, $N_3 = mg \cos \beta$. Работа момента трения качения на всем интервале движения равна

$$A_k = A_{k1} + A_{k2} + A_{k3},$$

где A_{k1}, A_{k2}, A_{k3} – работа момента L трения качения на трех этапах движения.

Запишем уравнения для A_{k1} и A_{k3} :

$$A_{k1} = -\int_0^{\varphi_1} M_{k1} d\varphi = -mg\delta \frac{L_1}{r} \cos\alpha, \quad A_{k3} = -\int_0^{\varphi_2} M_{k3} d\varphi = -mg\delta \frac{L_3}{r} \cos\beta$$

где L_1 и L_3 – длины первого и третьего участков соответственно.

Определим работу момента трения качения на криволинейном участке направляющей.

Для величины нормальной реакции на криволинейном участке имеем

$$N_2 = m \left(\frac{\dot{s}^2}{R-r} + g \cos(\alpha - \psi) \right),$$

где $\frac{\dot{s}^2}{R-r}$ – нормальное ускорение на этом участке.

С учетом последнего соотношения запишем уравнение работы M_k на криволинейном участке

$$A_{k2} = -m\delta \frac{R}{r} \int_0^{\alpha+\beta} \left(\frac{\dot{s}^2}{R-r} + g \cos(\alpha - \psi) \right) d\psi.$$

Оценим величину нормального ускорения применительно к данной установке. Максимальное значение скорости $\dot{s}$ центра масс (скорости в точке G (рис. 5,7)) составляет величину $\dot{s} \approx 0,6 \div 0,75$ м/с и нормальное ускорение равно

$$\frac{\dot{s}^2}{R-r} = \frac{0,36 \div 1}{0,2161} = 1,66 \div 2,60 \text{ м/с}^2.$$

Учитывая, что протяженность криволинейного участка существенно меньше протяженностей двух других участков направляющей, т.е.

$$(\alpha + \beta) \ll \frac{L_1}{r} \left(\frac{L_3}{r} \right),$$

можно принять значение N_2 на нем постоянным и, полагая ввиду малости углов $\sin\alpha \approx \alpha$, $\sin\beta \approx \beta$, приближенно считать

$$A_{k2} \approx \delta [1,2N_1(\alpha + \beta)].$$

Окончательно получаем

$$A_k = -mg \frac{\delta}{r} (L_1 \cos\alpha + L_3 \cos\beta) - 1,2mg\delta \cos\alpha(\alpha + \beta).$$

Поскольку $A_k = mg(H_4 - H_0) = \Delta H$ (23), то

$$\Delta H = \delta \left[\frac{L_1 \cos \alpha + L_2 \cos \beta}{r} + 1,2 \cos \alpha (\alpha + \beta) \right]$$

и по измеренному значению ΔH можно определить величину коэффициента трения качения. В частности, в данной установке по результатам измерений получено

$$\Delta H = 2,7 \text{ мм, и } \delta = 0,186 \text{ мм.}$$

Проведение экспериментальных исследований на данной установке осуществляется следующим образом.

Перед проведением экспериментов тела качения устанавливают в верхних положениях на упорах направляющих и подают постоянное электрическое напряжение от блока питания датчиков на токопроводящие слои пластин потенциометров с резисторами. При этом с помощью ПЭВМ регистрируют поступающие через тела напряжения, соответствующие начальным координатам точек касания тел и направляющих и, соответственно, центров масс тел относительно направляющих.

При проведении экспериментов одновременно убирают упоры и освобождают тела, которые под действием сил тяжести начинают катиться вниз по направляющим, проходя три этапа движения (рис. 2), и поднимаются вверх до остановки, после чего происходит обратное перемещение тел. Визуальное наблюдение за процессом движения позволяет определить различие кинематических параметров движения тел с разными моментами инерции: большие значения скорости и ускорения центра масс у тела с меньшим моментом инерции, а также одинаковые величины подъема центров масс тел одинаковой массы на третьем этапе движения.

В процессе качения тел из начального положения в ПЭВМ производится непрерывная регистрация поступающих с датчиков (потенциометров) сигналов, пропорциональных перемещениям центров масс тел. Обработка этих данных в реальном масштабе времени позволяет определить в процессе движения положения, скорости и ускорения центров масс и построить зависимости перемещений центров масс от времени, их скоростей и ускорений от времени или от расстояний от начального положения и т.п. Кроме того, как показано выше, по результатам измерений можно определить потери механической энергии и вычислить значение коэффициента трения качения. Полученные таким путем экспериментальные данные отображаются на экране дисплея персонального компьютера или печатаются на бумажном носителе.

На рис. 9 в качестве примера приведены отображаемые на экране дисплея результаты обработки данных экспериментов на интервале движения тел до 1,2 с.

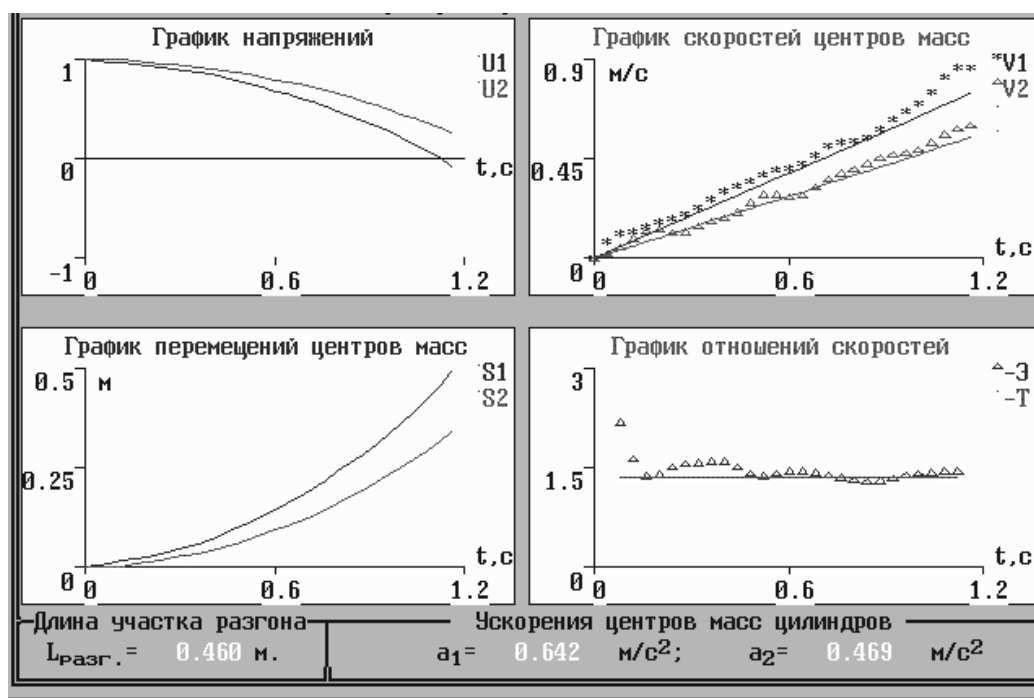


Рис. 9. Результаты обработки экспериментальных данных в реальном масштабе времени.

Анализ представленных на рис. 9 данных позволяет сделать вывод о достаточно хорошем их совпадении с расчетными зависимостями, приведенными выше.

Таким образом, разработанный лабораторный комплекс обеспечивает надежность, точность и информативность исследований закономерностей плоскопараллельного движения тел (качения по поверхности), а также влияния на это движение трения качения. Комплекс соответствует современному уровню информационных технологий, позволяет осуществлять математическое моделирование физических процессов и реализовывать органичное соединение такого моделирования с физическим экспериментом. Его применение позволяет существенно повысить качество изучения вопросов динамики такого движения тел, в том числе при обучении специалистов в высших технических учебных заведениях.

Список литературы

1. Дронг В.И., Дубинин В.В., Ильин М.М. и др. Курс теоретической механики: учебник для вузов / Под общ. ред. К.С. Колесникова. 3-е изд., стер. (сер.: Механика в техническом университете. В 8 т.; т. 1). М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2005. 736 с.
2. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. 5-е изд., пер. и доп. М.: Высшая школа. 1990. 607 с.
3. Бутенин Н.В., Лунц Я.Н., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. 11-е издание. СПб.: Лань. 2009. 736 с.
4. Ералиев А.К., Дракунов Ю.М. Управление движением плоского манипулятора по заданному движению рабочей точки в системе Maple с получением анимационной картины // Информация и образование: границы коммуникаций (INFO'13). / Сб. научн.

трудов. Под ред. А.А. Темербековой, Н.П. Гальцевой. Горно-Алтайск: РИО ГАГУ. 2013. № 5 (13). 462 с. С. 153-156.

5. Куксенок Л.В., Лутманов С.В. Решение задачи предельного быстродействия управления движением плоского двухзвенного манипулятора // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2014. № 3 (26). С. 28-33.