

УДК 004.942

Алгоритм линейризации избыточных механических структур

Божко А. Н.^{1,*}, Криволапова А. С.¹

^{*}abozhko@inbox.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В работе обсуждается проблема синтеза неизбыточных механических структур, обладающих свойством максимальной расчленяемости. Изделия с такой организацией можно разбить на наибольшее число независимо собираемых фрагментов – сборочных единиц. Это упрощает технологическую подготовку изделий и процедуры разборки при полном или селективном ремонте в процессе эксплуатации. Показано, что механическая структура таких изделий последовательностью нормальных стягиваний сводится к цепи максимальной длины. Предлагается алгоритм удаления избыточности, который порождает механические структуры с максимальной расчленяемостью. Алгоритм базируется на трех эвристических правилах, которые рекомендуют удалять ребра, нарушающие цепную структуру гиперграфа. Приводятся обоснование эвристик и рассматривается контрольный пример.

Ключевые слова: механическая структура, гиперграф, структурная избыточность, базирование, стягивание, сборка, сборочная единица, последовательность сборки

Сборка представляет собой важнейший технологический передел, который решающим образом влияет на качество технической системы. Для сложных изделий технологические процессы сборки проектируются раньше процессов обработки. На этой стадии жизненного цикла объективируются конструкторские ошибки и недочеты, а также уточняются требования к технологическим процессам обработки деталей и свойствам комплектующих.

Главные проектные решения сборочного передела – это схема сборочного состава (схема технологического членения) и последовательность сборки отдельных узлов и всего изделия. Эти решения тесно связаны между собой, и в отечественной технологической практике собой они фиксируются в одном технологическом документе – схеме сборки [15].

Способность изделия делиться на сборочные единицы (расчленяемость) и собираться в заданной последовательности (собираемость) зависит от множества конструктивно-технологических свойств: геометрии элементов, системы конструкторских размерных цепей, свойств кинематических пар, распределения эксплуатационных нагрузок и др. Решающее влияние на собираемость и расчленяемость оказывает так называемая механическая структура изделия. Под механической структурой понимается

множество деталей изделия и совокупность позиционных механических связей (соединений и сопряжений), которые используются для базирования и придают деталям определенность положения, заданную чертежом или электронной моделью [9,17].

В работах по автоматизированному проектированию и системам СААР (Computer Aided Assembly Planning) были предложены различные математические модели механических структур. Для этого использовался аппарат дискретной математики: графы, матрицы, булева алгебра и математическая логика [1-6, 14,16,17]. Опыт показал, что перечисленные модели не обладают достаточной адекватностью и высокой прогностической силой, необходимой для моделирования всех аспектов механической структуры, влияющих на сборку изделия. Их основной недостаток состоит в том, что они рассматривают базирование как бинарное отношение, в котором определенность геометрического положения реализуется за счет связей между парами деталей. В общем случае это отношение переменной местности, поскольку координация деталей может достигаться за счет базирования относительно одной, двух и реже трех деталей.

В работах [9-10] была предложена и обоснована гиперграфовая модель механической структуры. В ней базирование рассматривается как отношение переменной местности, заданное на множестве деталей изделия. Более точно будем описывать механическую структуру машины или механического прибора в виде гиперграфа $H = (X, R, W)$, где вершины $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ представляют собой детали, гиперребра $R = \{r_j\}_{j=1}^m$ – полные комплекты конструкторских баз, а $W: R \rightarrow 2^X$ – отображение (инцидентор), которое связывает комплекты конструкторских баз с их физическими носителями – деталями. Будем называть такую структурную модель гиперграфом механических связей или просто гиперграфом, когда контекст не допускает возможности иного толкования.

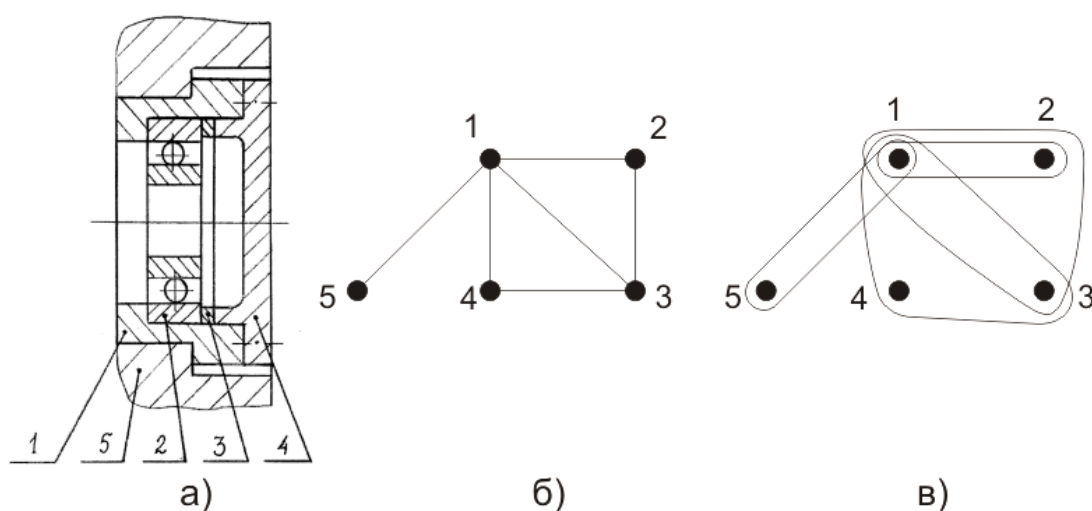


Рис.1. Пример простой конструкции и модели ее механической структуры

На рис. 1 показаны пример простой конструкции, ее механическая структура, представленная в виде графа (рис.1,б), и гиперграфа механических связей (рис. 1,в).

Гиперграфовая модель изделия оказалась весьма содержательной. С ее помощью можно описать процессы сборки и разборки изделий, разбиения изделий на сборочные единицы, поиск рациональных сборочных размерных цепей и другие важнейшие конструкторские и технологические процедуры [8-11]. Так, например, любая последовательность сборки технической системы может быть представлена как упорядоченное множество нормальных стягиваний ребер гиперграфа. Нормальным стягиванием называется операция удаления ребра кратности два и отождествления двух инцидентных вершин. Именно такое стягивание представляет собой корректную метафору реализации позиционных механических связей, которые предоставляют деталям изделия определенность геометрического положения, заданную комплектом конструкторской документации. Так последовательность нормальных стягиваний гиперграфа (рис. 1,в), реализующая сборку конструкции крепления подшипника (рис. 1,а), выглядит следующим образом: $(1 \leftrightarrow 2)$; $(1,2 \leftrightarrow 3)$; $(1,2,3 \leftrightarrow 4)$; $(1,2,3,4 \leftrightarrow 5)$.

Структурная избыточность и перебазирование

В процессе конструкторской и технологической подготовки производства инженеры часто сталкиваются с явлением структурной избыточности технических систем. Структурно избыточной является конструкция, у которой количество позиционных механических связей превышает число, необходимое и достаточное для полной взаимной координации деталей и комплектующих элементов в составе изделия. В большинстве проектных и производственных ситуаций – это порочный феномен, который на этапе конструкторской подготовки проявляется в виде неразрешимых размерных цепей, а на этапе технологической подготовки – в виде перебазирования.

Графовые, матричные, логические и др. модели, описывающие парные механические контакты, не обладают необходимой прогностической силой для успешной идентификации структурной избыточности. Решить эту проблему можно при помощи гиперграфовой модели, описывающей позиционные механические связи изделия.

Оказалось, что отсутствие структурной переопределенности выражается простым соотношением $|X| = |R| + 1$, связывающим число вершин X и число ребер R гиперграфа H . Подробно об этом говорится в [8], здесь же приведем содержательные аргументы в пользу этого утверждения.

В процессе сборки любого изделия координация и закрепление первой детали или сборочной единицы (СЕ) выполняется посредством внешнего приспособления или на стенде, поэтому она (первая деталь) не нуждается во внутреннем базировании. Для установки любой другой детали требуется только один комплект конструкторских баз, который определяет ее положение относительно собранного фрагмента. Это означает, что количество полных комплектов баз должно быть на единицу меньше общего числа деталей изделия. В гиперграфовых терминах это выражается простым линейным соотношением $|X| = |R| + 1$.

Гиперграфы, у которых $|X| > |R| + 1$, описывают плохо скоординированные механические структуры. В них существующих связей недостаточно для фиксации положения каждой вершины. Если $|X| > |R| + 1$, то механическая структура изделия становится настолько разреженной, что конструкция может потерять формальную связность. Следует сказать, что структурная недоопределенность представляет собой грубую конструкторскую ошибку, поэтому достаточно редко встречается на практике.

Структурная избыточность – более тонкий и скрытый феномен, который бывает сложно идентифицировать и устранить. Для новых конструкций, существующих в виде проекта, это типовая ошибка, присущая большинству технических систем, не прошедших этапа опытного изготовления и эксплуатации. Структурная избыточность возникает, когда выполняется неравенство $|X| < |R| + 1$. Это соотношение свидетельствует об избытке позиционных механических связей, который на этапе технологической подготовки сборочного производства и в процессе сборки проявляется в виде эффекта перебазирования.

Пребазированием называется ситуация, когда некоторая деталь устанавливается с одновременной координацией по двум или большему числу полных комплектов конструкторских баз. Для деталей, которые представляют собой абсолютно жесткие тела, удаление избыточности разрешается дополнительной механической обработкой. Для ограниченно деформируемых конструктивных элементов данная коллизия устраняется при помощи слесарных операций, в результате которых получается статически неопределимая система с неконтролируемыми деформациями и повышенным износом в процессе эксплуатации. Возможно и сочетание этих приемов. В любом случае, перебазирование влечет за собой нарушение производственного процесса и считается вредным явлением, которое лучше не допускать или ликвидировать на ранних этапах конструкторско-технологической подготовки производства.

Определение 1. Гиперграф $H = (X, R, W)$, вершины и ребра которого связывает соотношение $|X| = |R| + 1$, будем называть линеаризованным, а операцию удаления избыточных ребер, которая обеспечивает это соотношение, – линеаризацией.

Линеаризация может давать неизбыточные механические структуры с различными сборочными свойствами. Рассмотрим избыточную структуру, показанную на рис. 2,а. Для ее линеаризации необходимо удалить три лишние связи. Два варианта приведения к неизбыточному виду показаны на рис. 2,б и рис. 2,в. Первая структура имеет топологию «цепь». Легко видеть, что среди всех структур равной мощности цепи обладают максимальным потенциалом к порождению независимых сборочных единиц, поскольку любые две смежные вершины могут быть собраны независимо от остальных фрагментов. Это свойство называется в [8] максимальной расчленяемостью (декомпозируемостью).

Пример, показанный на рис. 2,в, представляет собой корневое дерево (иногда такие структуры называют звездами). Если принять деталь 1 за базовую, то установка деталей 2-4 возможна в любой последовательности. Это свойство переносится на структуры произвольной мощности, поэтому корневые деревья (звезды) обладают свойством, которое в [8] называется максимальной собираемостью.

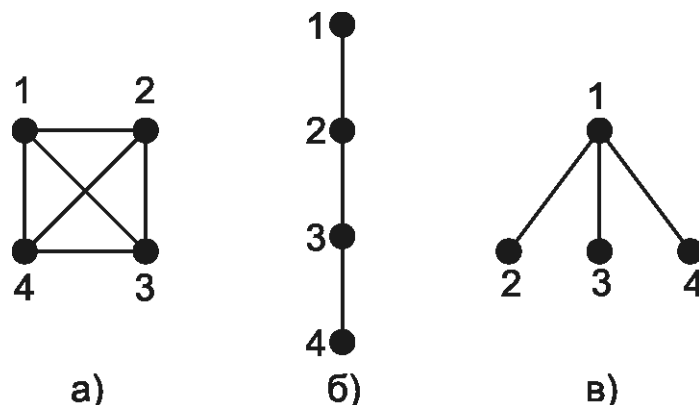


Рис. 2. Избыточная структура (а) и варианты ее линейаризации: цепь (б) и корневое дерево (в)

Итак, расчленяемость представляет собой способность конструкции делиться на фрагменты, которые могут собираться независимо друг от друга. Это свойство обеспечивает изделию гибкость и устойчивость. Изделия с высокой расчленяемостью легко адаптируются к различным производственным и технологическим системам. Для них становятся проще процедуры разборки при полном или селективном ремонте.

Постановка задачи

Задан гиперграф $H = (X, R, W)$, у которого $|X| < |R| + 1$. Требуется удалить $|R| - |X| + 1$ ребер таким образом, чтобы получить линейаризованный гиперграф, обладающий свойством максимальной расчленяемости.

Для решения этой задачи приняты следующие соглашения.

1. Все механические связи изделия считаются равноценными. Это значит, что не учитывается подлинная конструкторская значимость каждой связи и в процессе решения задачи может быть удалена любая из них.
2. Максимальная кратность гиперребер равна 4. Можно с уверенностью предположить, что вероятность существования узлов, где базирование элементов выполняется по четырем и большему числу деталей, очень низка или равна нулю.

Процедура удаления избыточных ребер должна быть организована таким образом, чтобы линейаризованный подграф допускал последовательность нормальных стягиваний, которая переводит его в цепь максимальной длины.

Определение 2. Ребро $r \in R$ гиперграфа $H = (X, R, W)$ назовем непосредственно стягиваемым (direct contractible) или *dc*-ребром, если оно стягивается в точку за не более чем за $|W(r)| + 1$ шагов.

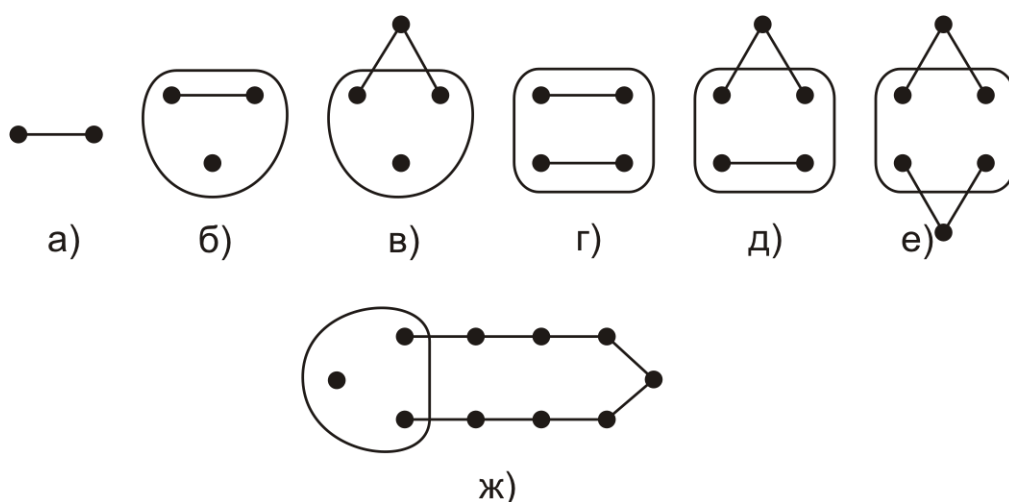


Рис. 3. Непосредственно стягиваемые ребра (а-е) и ребро, которое не является dc -ребром (ж)

На рис. 3 представлены все неизоморфные образцы dc -ребер, кратность которых не превышает 4. Самое большое число стягиваний (5) требует пример 7,е. Пример, показанный на рис. 7,ж не является dc -ребром, поскольку для его стягивания требуется 10 операций, что намного превосходит его кратность.

Процедура удаления избыточных ребер организована таким образом, чтобы в линеаризованном гиперграфе сохранить цепи максимально возможной длины. Для этого используются следующие эвристические правила:

1. ребра, которые не являются dc -стягиваемыми, обладают высшим приоритетом на удаление;
2. чем выше кратность ребра, тем более предпочтительным кандидатом на удаление оно является;
3. если кратности кандидатов на удаление совпадают, то следует удалять такие ребра, внутри которых содержится меньшее число ребер кратности два.

Покажем на простом примере, что перечисленные эвристики позволяют получить линеаризованный подграф, который стягивается к цепи максимальной длины.

На рис.4 представлен гиперграф с шестью вершинами ($X = 6$) и шестью ребрами ($R = 6$). Этот гиперграф структурно избыточный, поскольку содержит $|X| - |R| + 1 = 1$ лишнее ребро.

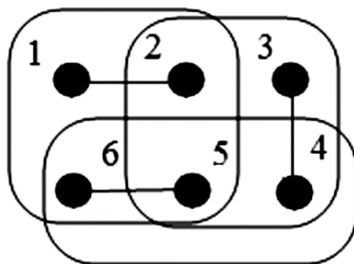


Рис. 4. Избыточный гиперграф

С приведенным примером выполнены следующие эксперименты. Удалением одного ребра был получен линейаризованный подграф, который затем стягивался в цепь максимально возможной длины. Эти операции были проделаны для всех шести ребер и их результаты занесены в таблицу 1. Легко видеть (см. табл. 1), что самая длинная цепь получается при удалении ребра [2,3,4,5], что согласуется с эвристиками 2 и 3. Линейаризованный гиперграф, полученный удалением ребра [2,3,4,5], показан на рис. 5,а, а на рис. 5,б представлена максимальная цепь, к которой сводится этот граф операциями нормального стягивания ребер [1,2] и [4,6].

Таблица 1. Результаты поочередного удаления ребер в гиперграфе

№	Удаляемое ребро	Возможность стягивания	Длина максимальной реберной цепи
1	[1,2]	Да	1
2	[5,6]	Нет	–
3	[3,4]	Да	1
4	[1,2,5,6]	Да	1
5	[2,3,4,5]	Да	3
6	[4,5,6]	Да	1

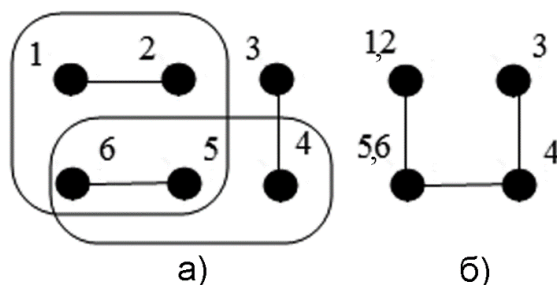


Рис. 5. Линейаризованный подграф (а) и его максимальная цепь (б)

Описание алгоритма

На основе эвристик 1-3 был разработан алгоритм линейаризации гиперграфа по критерию максимальной расчленимости. Блок-схема алгоритма изображена на рис. 6. На этом рисунке приняты следующие соглашения: $X = |X|$ – число вершин, $R = |R|$ – число ребер гиперграфа. Кроме того, номера от 1 до 9 означают следующие операторы:

1. существует ли необработанное ребро кратности n , которое не является dc -ребром?;
2. проверка гиперграфа на связность;
3. проверка кратности текущего ребра кратности $n=3$;
4. проверка на окончание удаления ребер ($R' = R$);
5. проверка на существование не обработанного ребра кратности n ;
6. проверка на существование других ребер кратности n ;
7. удаление ребра кратности n , внутри которого меньше всего ребер кратности 2;
8. проверка графа на связность;

9. проверка на окончание удаления ребер ($R' = R$).

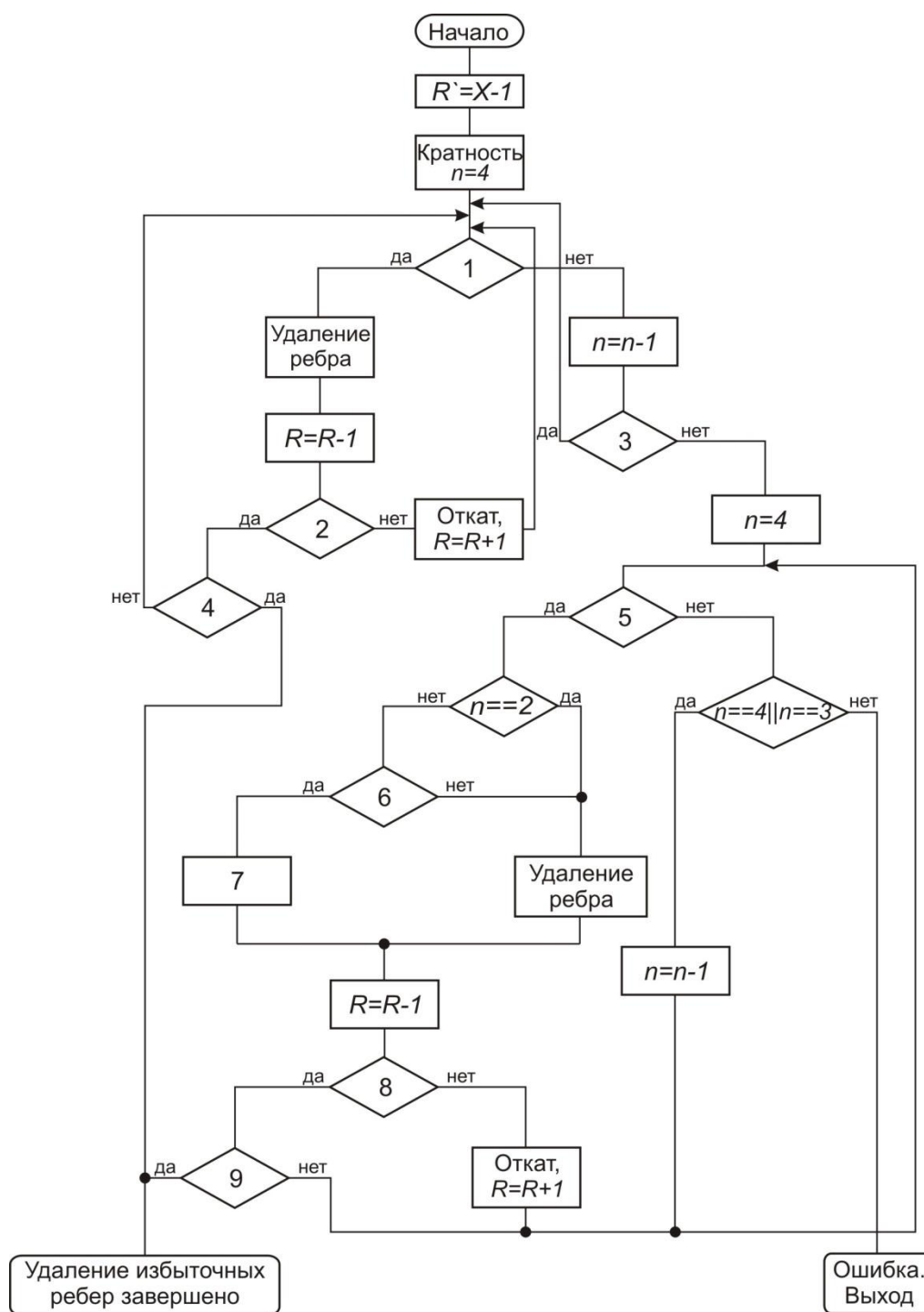


Рис. 6. Блок-схема алгоритма линейризации гиперграфа по критерию максимальной расчленяемости

Первая операция алгоритма – это вычисление числа ребер гиперграфа. Затем выполняется просмотр всех ребер кратности 4 и поиск экземпляров, которые не являются *dc*-ребрами. Если такое ребро найдено, то оно удаляется, а текущее количество ребер графа уменьшается на единицу. После каждого удаления происходит проверка на

удовлетворение условия связности, а также выполняется расчет количества избыточных ребер. Если в результате описанной операции граф потерял связность, то выполняется откат. Если не все избыточные ребра удалены на текущем шаге, то рассмотрение ребер максимальной кратности продолжается.

После обработки всех ребер кратности 4, проверяются ребра кратности 3. Если после этой проверки избыточность гиперграфа не ликвидирована, то выполняется переход к следующему блоку. В этом блоке обработка связей гиперграфа начинается с ребер кратности 4. На каждом шаге удаляется ребро с наименьшим числом внутренних ребер кратности 2. Корректность удаления проверяется связностью графа.

Если все ребра кратности 4 удалены, то аналогичной процедуре подвергается множество ребер, кратность которых меньше на единицу, и т.д. Удаление происходит до тех пор, пока не будет удовлетворено условие окончания, а именно текущее количество гиперребер в гиперграфе не станет удовлетворять линейному соотношению $X=R+1$ из необходимых условий стягиваемости гиперграфа.

Контрольный пример

Работу алгоритма рассмотрим на примере гиперграфа, показанного на рис. 7. Это структурно избыточный гиперграф с $X = 10$ вершинами и $R = 12$ ребрами. Число ребер, которые следует удалить, найдем по формуле $R - X + 1 = 3$.

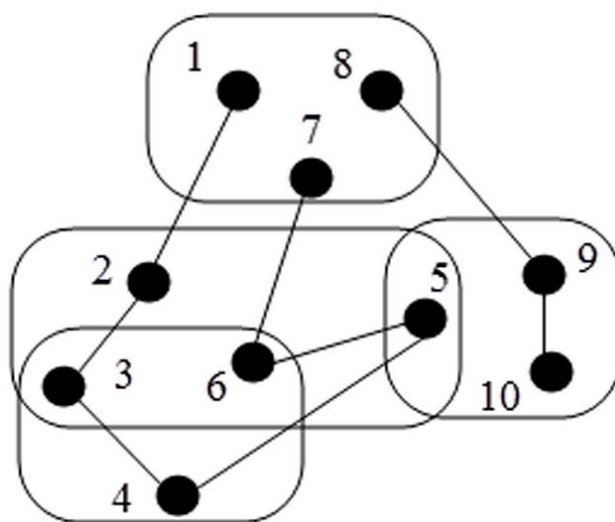


Рис. 7. Избыточный гиперграф с 10 вершинами и 12 ребрами

Удаление не *dc*-ребер

Легко видеть, что в данном примере все ребра кратности 4 являются *dc*-ребрами. Среди ребер кратности 3 есть только одно не *dc*-ребро – это $\{1, 7, 8\}$. Оно исключается из графа. Проверка связности подтверждает допустимость данной операции. После этого в графе (рис. 8) остаются два лишних ребра.

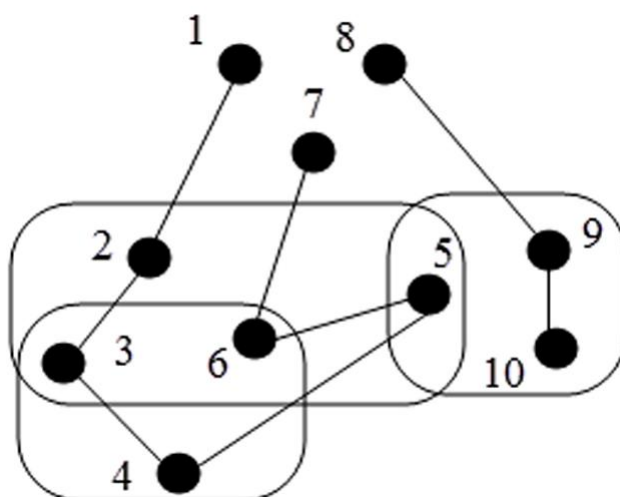


Рис. 8. Гиперграф после удаления первого ребра

Удаление ребер максимальной кратности

В примере, показанном на рис. 8, есть только одно ребро $\{2, 3, 5, 6\}$ кратности 4, и оно может быть удалено без нарушения связности. После этой операции в гиперграфе (рис. 9) остается одно избыточное ребро.

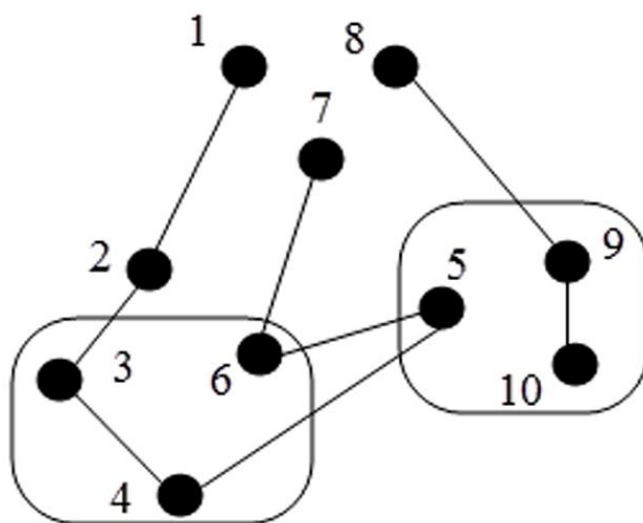


Рис. 9. Гиперграф после удаления второго ребра

Удаление ребер кратности 3

В данном гиперграфе (см. рис. 9) содержится два ребра: $\{5, 9, 10\}$ и $\{3, 4, 6\}$ кратности 3. Они имеют равный приоритет при удалении, так как включают в себя по одному ребру кратности 2. Удаление ребра $\{5, 9, 10\}$ приводит к нарушению связности графа, поэтому выберем для удаления ребро $\{3, 4, 6\}$. Эта операция не нарушает связность, поэтому она возможна.

Удаление избыточных ребер завершено. Результат линеаризации показан на рис. 10.

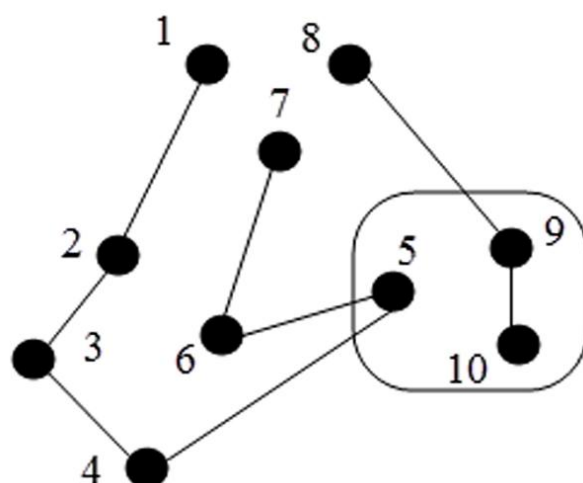


Рис. 10. Линеаризованный гиперграф

Для проверки описанного алгоритма на большом массиве примеров разработано экспериментальное программное обеспечение. Выполнены вычислительные эксперименты на выборке из трех десятков избыточных гиперграфов, сгенерированных случайным образом. Эксперименты показали высокую релевантность эвристических правил (1-3) и достоверность самого алгоритма.

Список литературы

1. Whitney D.E. Mechanical Assemblies: Their Design, Manufacture, and Role in Product Development. Oxford University Press, 2004. 518 p.
2. De Fazio T.L., Whitney D.E. Simplified generation of all mechanical assembly sequences // IEEE Journal of Robotics and Automation. 1987. Vol. 3, no. 6. P. 640-658. DOI: [10.1109/JRA.1987.1087132](https://doi.org/10.1109/JRA.1987.1087132)
3. Antonsson E.K., Cagan J. Formal Engineering Design Synthesis. Cambridge University Press, 2005. 500 p.
4. Homem De Mello L.S., Sanderson A.C. A correct and complete algorithm for the generation of mechanical assembly sequences // IEEE Transactions on Robotics and Automation. 1991. Vol. 7, iss. 2. P. 228-240. DOI: [10.1109/70.75905](https://doi.org/10.1109/70.75905)
5. Lee Y.Q., Kumara S.R.T. Individual and group disassembly sequence generation through freedom and interference spaces // Journal of Design and Manufacturing. 1992. Vol. 2. P. 143-154.
6. Homem de Mello L.S., Lee S. Computer-Aided Mechanical Assembly Planning. Springer US, 1991. 464 p. (The Springer International Series in Engineering and Computer Science; vol. 148). DOI: [10.1007/978-1-4615-4038-0](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-4038-0)
7. Айгнер М. Комбинаторная теория: пер. с англ. М.: Мир, 1982. 558 с.

8. Божко А.Н, Криволапова А.С. Удаление избыточности в механических структурах по критерию расчленяемости // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2014. № 11. С. 267-280. DOI: [10.7463/1114.0737603](https://doi.org/10.7463/1114.0737603)
9. Божко А.Н., Бетин Е.А. Анализ стягиваемости гиперграфов // Информационные технологии. 2005. № 5. С. 6-12.
10. Божко А.Н., Сюсюкалов Б.С. Математические модели базирования и избыточности в механических системах // Информационные технологии. 2014. № 3. С. 13-18.
11. Божко А.Н. Выбор рациональной последовательности сборки изделия // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2010. № 7. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/147483.html> (дата обращения 01.04.2015).
12. Жуков К.П., Гуревич Ю.Е. Атлас конструкций механизмов, узлов и деталей машин. Ч. I. М.: Изд-во «Станкин», 2004. 671 с.
13. Исследования по прикладной теории графов: сб. ст. / под ред. А.С. Алексеева. Новосибирск: Наука, 1986. 169 с.
14. Павлов В.В. Математическое обеспечение САПР в производстве летательных аппаратов. М.: МФТИ, 1978. 68 с.
15. Сборка и монтаж изделий машиностроения: справочник. В 2 т. Т. 1. / под ред. В.С. Корсакова, В.К. Замятина. М.: Машиностроение, 1983. 480 с.
16. Своятыцкий Д.А. Моделирование процессов сборки в робототехнических комплексах. Минск: Наука и техника, 1983. 93с.
17. Челищев Б.Е., Боброва И.В., Гонсалес-Сабатер А. Автоматизация проектирования технологии в машиностроении. М.: Машиностроение, 1987. 264 с.

A Linearization Algorithm of the Redundant Mechanical Structures

A.N. Bojko^{1,*}, A.S. Krivolapova¹

^{*}abozhko@inbox.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: mechanical structure, hypergraph, structural redundancy, basing, contraction, assembly, assembly unit, assembly sequence

In design and manufacturing there are a lot of situations to make engineers to deal with products, which have redundant mechanical structures. This is a harmful effect that can produce non-solvable dimension chains at designing preproduction stage, and lead to rebasing in the course of assembly. Traditional means for mathematical description of mechanical structures, such as directed and undirected graphs, matrices, and etc., have no appropriate tools to identify redundancy and eliminate it. This can be achieved by using a relatively new mathematical model, i.e. a hyper-graph of mechanical linkages. It is shown that a necessary condition of redundancy is simple inequality $X < R + 1$, where X - the number of vertices, and R - the number of the hyper-graph edges.

Eliminating the unnecessary mechanical linkages generates mechanical assembly structures with different assembly properties. The paper considers generation of non-redundant structures, which possess a maximum fractionalizing property. So-organized products can be broken up into the largest number of independently assembled fragments - assembly units. This simplifies the preproduction engineering and disassembly procedures in case of full or selective repairs during operation. It is shown that the normal sequence of assemblies enables us to reduce a mechanical structure of such products to the chain of a maximum length.

We propose an algorithm to eliminate redundancy. It generates the maximum fractionalizing mechanical structures. The algorithm is based on three heuristic rules that recommend eliminating edges, which disarrange a chain structure of the hyper-graph. The paper provides a rationale heuristics and considers a test case.

To test the algorithm using a large array of examples, the experimental software has been developed. Computational experiments have been conducted using a sample of thirty redundant hyper-graphs randomly generated. The experiments have shown the highest relevance of the heuristic rules and algorithm reliability.

References

1. Whitney D.E. *Mechanical Assemblies: Their Design, Manufacture, and Role in Product Development*. Oxford University Press, 2004. 518 p.
2. De Fazio T.L., Whitney D.E. Simplified generation of all mechanical assembly sequences. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, 1987, vol. 3, no. 6, pp. 640-658. DOI: [10.1109/JRA.1987.1087132](https://doi.org/10.1109/JRA.1987.1087132)
3. Antonsson E.K., Cagan J. *Formal Engineering Design Synthesis*. Cambridge University Press, 2005. 500 p.
4. Homem De Mello L.S., Sanderson A.C. A correct and complete algorithm for the generation of mechanical assembly sequences. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1991, vol. 7, iss. 2, pp. 228-240. DOI: [10.1109/70.75905](https://doi.org/10.1109/70.75905)
5. Lee Y.Q., Kumara S.R.T. Individual and group disassembly sequence generation through freedom and interference spaces. *Journal of Design and Manufacturing*, 1992, vol. 2, pp. 143-154.
6. Homem de Mello L.S., Lee S. *Computer-Aided Mechanical Assembly Planning*. Springer US, 1991. 464 p. (*The Springer International Series in Engineering and Computer Science*; vol. 148). DOI: [10.1007/978-1-4615-4038-0](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-4038-0)
7. Aigner M. *Combinatorial Theory*. New York, Springer New York, 1979. 483 p. DOI: [10.1007/978-1-4615-6666-3](https://doi.org/10.1007/978-1-4615-6666-3) (Russ. ed.: Aigner M. *Kombinatornaia teoriia*. Moscow, Mir Publ., 1982. 558 p.).
8. Bozhko A.N., Krivolapova A.S. Decomposition Criterion-based Redundancy Removal in Mechanical Structures. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2014, no. 11, pp. 267-280. DOI: [10.7463/1114.0737603](https://doi.org/10.7463/1114.0737603) (in Russian).
9. Bozhko A.N., Betin E.A. On a Contractability Property of Hypergraphs. *Informatsionnye tekhnologii = Information Technology*, 2005, no. 12, pp. 6-12. (in Russian).
10. Bozhko A.N., Syusyukalov B.S. Mathematical Models for Basing and Redundancy in Mechanical Systems. *Informatsionnye tekhnologii = Information Technology*, 2014, no. 3, pp. 13-18. (in Russian).
11. Bozhko A.N. Choice of rational balance of assembly of a product. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Bauman = Science and Education of the Bauman MSTU*, 2010, no. 7. Available at: <http://technomag.edu.ru/doc/147483.html> , accessed 01.04.2015. (in Russian).
12. Zhukov K.P., Gurevich Yu.E. *Atlas konstruktсий mekhanizmov, uzlov i detaley mashin* [Atlas of constructions of mechanisms, components and parts of machines]. Moscow, Stankin Publ., 2004. 671 p. (in Russian).
13. Alekseev A.S., ed. *Issledovaniya po prikladnoy teorii grafov: sb. st.* [Research in applied graph theory: collected papers]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1986. 169 p. (in Russian).

14. Pavlov V.V. *Matematicheskoe obespechenie SAPR v proizvodstve letatel'nykh apparatov* [CAD mathematical software in aircraft production]. Moscow, MFTI Publ., 1978. 68 p. (in Russian).
15. Korsakov V.S., Zamyatin V.K. *Sborka i montazh izdeliy mashinostroeniya: spravochnik. V 2 t. T. 1* [Assembly and installation of mechanical engineering products: handbook. In 2 vols. Vol. 1]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1983. 480 p. (in Russian).
16. Svoyatytskiy D.A. *Modelirovanie protsessov sborki v robototekhnicheskikh kompleksakh* [Modeling of assembly processes in robotic complexes]. Minsk, Nauka i tekhnika Publ., 1983. 93 p. (in Russian).
17. Chelishchev B.E., Bobrova I.V., Gonsales-Sabater A. *Avtomatizatsiya proektirovaniya tekhnologii v mashinostroenii* [Computer-aided design of mechanical engineering technology]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1987. 264 p. (in Russian).