

Моделирование процесса путевой стабилизации колёсного робота

06, июнь 2015

Воркель А. А.^{1,*}, Ткачев С. Б.¹

УДК: 517.93

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

^{*}joker.973@mail.ru

Введение

Задача путевой стабилизации для колёсного робота состоит в нахождении такого управления, которое обеспечивает движение робота по заданному пути с заданной скоростью. Существует множество приложений, где требуется, чтобы транспортное средство из некоторого начального положения достигло заданного пути и двигалось вдоль него до конечной точки. Такие задачи возникают, например, в строительстве и сельском хозяйстве. Как правило, путь задаётся гладкой кривой на плоскости.

В публикациях, посвящённых данной проблеме, рассматриваются различные математические модели колесных роботов и различные методы решения задачи следования по заданному пути. Например, в [1, 2] управление находится с использованием кинематической модели на основе преобразования системы к цепной форме. В [3] предложена замена переменных, приводящая математическую модель к виду, допускающему линеаризацию обратной связи в некоторой окрестности пути.

Один из подходов к решению задачи стабилизации движения вдоль заданного пути – преобразование системы к нормальной форме [4] и переход к дифференцированию по новой независимой переменной [5, 6]. В качестве новой независимой переменной выбирают пройденный колёсным роботом путь или иные специально подобранные функции переменных состояния [7]. Например, предложенные в [7] замены независимой переменной позволяют исключить скорость движения робота из уравнений нормальной формы. Такие замены удобны в случае, когда скорость робота заранее не известна, и измерениям доступно лишь ее текущее значение.

Если скорость колесного робота можно считать постоянной известной величиной на протяжении всего времени движения, то можно построить стабилизирующее управление, не выполняя замены независимой переменной.

Цель данной работы – основываясь на теории преобразования нелинейных динамических систем к нормальной форме [8], найти такое управление колёсным роботом, которое обеспечит движение робота по заданному пути с постоянной скоростью. При этом, в отличие от [1, 3, 6, 7, 9] все построения будем проводить, не делая замены независимой переменной.

Материал статьи организован следующим образом. В разд. 1 описывается кинематическая модель движения робота по плоскости. В разд. 2 проводится анализ перехода к путевым координатам. В разд. 3 кинематическая модель робота преобразуется к нормальной форме, исследуется соответствующая замена переменных и находится статическая обратная связь по состоянию, решающая поставленную задачу стабилизации. В разд. 4 разбирается пример задачи стабилизации колёсного робота для частного случая, когда путь представляет собой прямую, описывается один из способов выбора коэффициентов обратной связи. В разд. 5 приводятся результаты численного моделирования при разных коэффициентах обратной связи и начальных состояниях робота.

1. Кинематическая модель колёсного робота в декартовых координатах

Колёсный робот представляет собой систему из абсолютно твёрдой платформы и четырёх недеформируемых колёс, причём два задних колеса являются ведущими, а два передних отвечают за поворот платформы. Предполагается, что колёса робота находятся в точечном контакте с поверхностью, и робот движется без проскальзывания колёс.

Следуя [3, 10], перейдём к упрощённой модели робота, в которой два передних колеса заменим одним. Угол поворота этого колеса можно есть полусумма углов поворота передних колёс четырёхколёсной модели: $\delta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2}$.

Схематично колёсный робот изображён на рис. 1 [10].

Введём следующие переменные состояния колёсного робота:

1. (x_c, y_c) – координаты базовой точки робота C (середина задней оси) в земной неподвижной системе координат;
2. v – модуль вектора скорости робота;
3. ϑ – угол наклона центральной оси платформы к оси Ox ;
4. δ – угол поворота переднего колеса.

В данной работе используется приведённая в [3] кинематическая модель колёсного робота, дополненная уравнением динамики угла поворота рулевого колеса вокруг вертикальной оси:

$$\begin{cases} \dot{x}_c = v \cos \vartheta, \\ \dot{y}_c = v \sin \vartheta, \\ \dot{\vartheta} = \frac{v \tan \delta}{l}, \\ \dot{\delta} = \omega, \end{cases}$$

где l – расстояние от базовой точки C до центра переднего колеса, ω – угловая скорость поворота переднего колеса, принимаемая за управление.

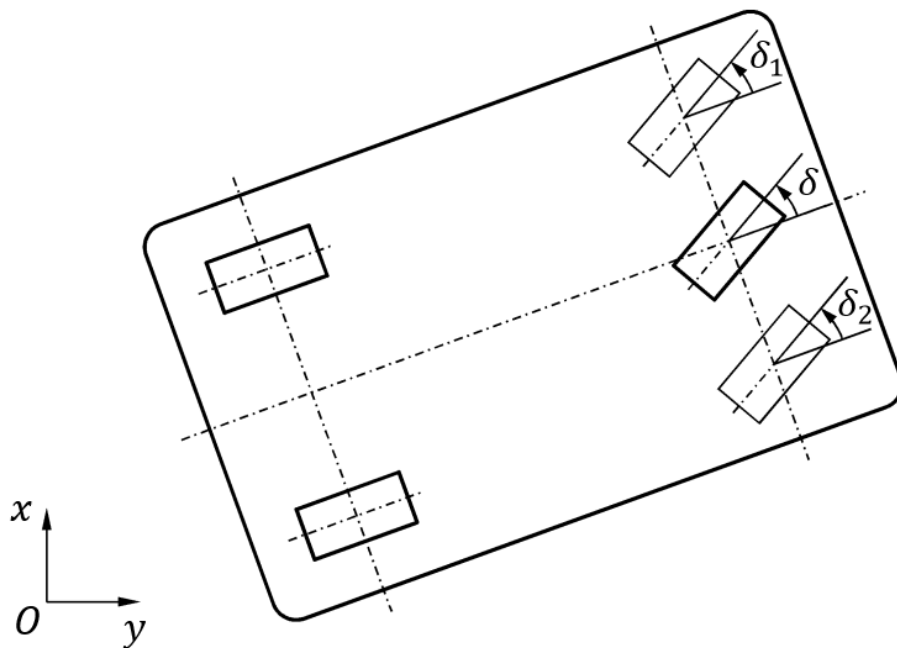


Рис. 1. Колёсный робот

Обычно на управление ω накладывают ограничение $|\omega| \leq \omega_{max}$. Это ограничение будем учитывать при моделировании.

2. Кинематическая модель колёсного робота в путевых координатах

Известно [3, 5, 7, 9], что для синтеза стабилизирующего управления в качестве одной из переменных состояния удобно использовать расстояние от базовой точки робота C (рис. 2) до кривой, задающей требуемый путь, и производные от этой величины. Перейдем к путевой системе координат, традиционно используемой для описания положения колёсного робота относительно предписанного пути движения. Путевыми координатами называют [9, 10]:

1. s – натуральный параметр кривой, задающей предписанный путь;
2. d – расстояние от базовой точки робота C до предписанного пути (если робот находится слева от пути при движении в сторону увеличения значения естественного

параметра кривой, то расстояние d считается положительным, если справа – отрицательным);

3. ψ – угол между центральной линией платформы и касательным вектором $\vec{\tau}(x'_s, y'_s)$ к предписанному пути в точке C_s , ближайшей к базовой точке робота C .
4. δ – угол поворота переднего колеса.

Подробный анализ путевой системы координат приведен в [10]. Описание положения колёсного робота относительно предписанного пути с помощью путевых координат проиллюстрировано на рис. 2. Далее будем предполагать, что требуемый путь – достаточно гладкая кривая на плоскости, заданная параметрически в виде $(x_s(s), y_s(s))$, $s \geq 0$.

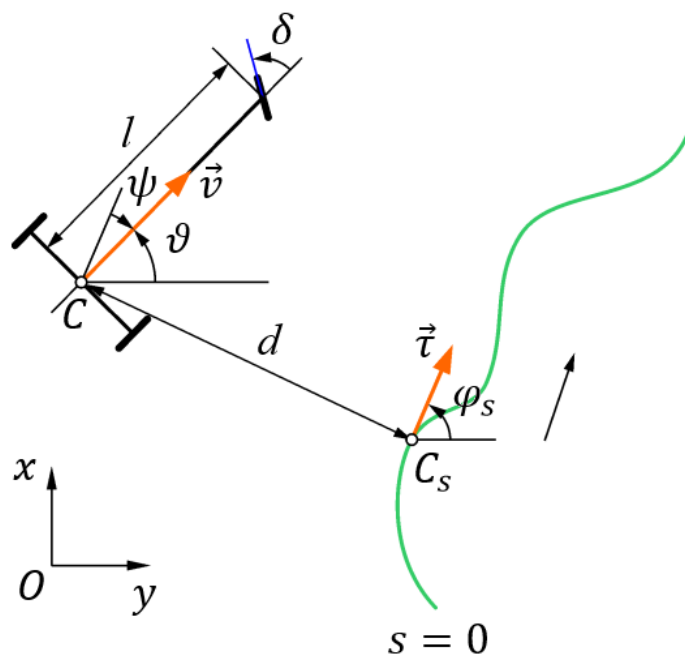


Рис. 2. Путевая система координат [10].

Отображение Φ , связывающее путевые координаты с декартовыми, задается соотношениями

$$\begin{cases} x_c = x_s(s) - y'_s(s)d, \\ y_c = y_s(s) + x'_s(s)d, \\ \vartheta = \psi + \varphi_s(s), \\ \delta = \delta. \end{cases}$$

Подробное исследование свойств этой замены переменных можно найти в [10]. Отображение Φ задаёт локальную замену переменных в тех точках, в которых выполнено условие

$$1 - kd \neq 0, \quad (1)$$

где $k = y''_{ss}x'_s - x''_{ss}y'_s$ – кривизна кривой, задающей предписанный путь, в точке C_s , ближайшей к базовой точке робота C .

Кинематические уравнения движения робота в путевых координатах имеют следующий вид [10]:

$$\begin{cases} \dot{s} = \frac{v \cos \psi}{1 - kd}, \\ \dot{d} = v \sin \psi, \\ \dot{\psi} = \frac{v \tan \delta}{l} - \frac{kv \cos \psi}{1 - kd}, \\ \dot{\delta} = \omega, \end{cases} \quad (2)$$

где ω – угловая скорость поворота переднего колеса, принимаемая за управление.

3. Решение задачи путевой стабилизации

Можно видеть, что система (2) является аффинной. Выберем в качестве выхода переменную d и исследуем возможность построения нормальной формы [8] системы (2). Если нормальную форму удастся построить, то следующим шагом будет исследование возможности использования нормальной формы для решения задачи путевой стабилизации.

Положим $z_1 = d$. Тогда, последовательно дифференцируя z_1 в силу системы (2), получим

$$\dot{z}_1 = \dot{d} = v \sin \psi = z_2,$$

$$\dot{z}_2 = \ddot{d} = v \cos \psi \dot{\psi} = v^2 \cos \psi \left(\frac{\tan \delta}{l} - \frac{k \cos \psi}{1 - kd} \right) = z_3,$$

$$\dot{z}_3 = \dddot{d} = v^2 \left(-\frac{\sin \psi \dot{\psi} \tan \delta}{l} + \frac{\cos \psi \dot{\delta}}{l \cos^2 \delta} - \frac{(\dot{k} \cos^2 \psi - 2k \cos \psi \sin \psi \dot{\psi})(1 - kd) + k \cos^2 \psi (kd + \dot{d})}{(1 - kd)^2} \right),$$

где выражения для $\dot{s}$, $\dot{d}$, $\dot{\psi}$ и $\dot{\delta}$ известны (см. (2)). Поскольку, в частности, $\dot{\delta} = \omega$,

где ω – управление, то дифференцирование выхода прекращаем.

Перейдём от дифференцирования кривизны заданного пути k по времени к дифференцированию по натуральному параметру s :

$$\dot{k} = \frac{dk}{dt} = \frac{dk}{ds} \frac{ds}{dt} = k'_s \dot{s} = (y''_{ss}x'_s - x''_{ss}y'_s)'_s \dot{s} = (y'''_{sss}x'_s - x'''_{sss}y'_s)\dot{s}.$$

Подставим теперь выражения, определяющие $\dot{s}$, $\dot{d}$, $\dot{\psi}$ и $\dot{\delta}$, а также k и $\dot{k}$ в выражение для $\dot{z}_3$ и представим его в виде $\dot{z}_3 = f + g\omega$, где

$$f = v^3 \left[\frac{\cos \psi}{(1 - kd)^2} \left\{ -k'_s \cos^2 \psi + k \left(2 \sin \psi \left(\frac{(1 - kd) \tan \delta}{l} + \cos \psi \right) - \right. \right. \right.$$

$$- \cos \psi \left(k \sin \psi + \frac{dk'_s \cos \psi}{1 - kd} \right) \left. \right\} - \frac{1}{l} \tan \delta \sin \psi \left(\frac{\tan \delta}{l} - \frac{k \cos \psi}{1 - kd} \right) \Bigg], \quad (3)$$

$$g = \frac{v^2 \cos \psi}{l \cos^2 \delta}. \quad (4)$$

Заметим, что в выражении для $k'_s = y'''_{sss} x'_s - x'''_{sss} y'$ присутствуют третьи производные от функций $x_s(s)$ и $y_s(s)$, задающих требуемый путь, поэтому для обеспечения непрерывности функции f системы (3) третьи производные этих функций должны быть непрерывны.

Относительная степень выхода в некоторой точке определена, если в этой точке коэффициент g при управлении ω определён и отличен от нуля [8, 11, 12].

Поскольку скорость колёсного робота $v > 0$ по условию, нормальная форма корректно определена во всех точках, где $\cos \psi \neq 0$ и $\cos \delta \neq 0$. Отсюда вытекают ограничения на углы ψ и δ :

$$|\psi| < \frac{\pi}{2}, |\delta| < \frac{\pi}{2}.$$

Можно видеть, что во всех точках указанной области $g \neq 0$.

Заметим, что указанные ограничения с технической точки зрения не являются слишком обременительными, поскольку как правило максимальный угол поворота рулевых колёс автомобилеподобных роботов не превосходит некоторого значения, меньшего по модулю $\frac{\pi}{2}$, а движение робота происходит в направлении возрастания естественного параметра заданной кривой и при этом вектор скорости образует острый угол с касательным вектором к кривой в точке C_s .

Таким образом, с учётом условия (1) можно утверждать, что для выхода $y = z_1$ в области $D = \left\{ |\psi| < \frac{\pi}{2}, |\delta| < \frac{\pi}{2}, 1 - kd > 0 \right\}$ определена относительная степень выхода, равная 3. Следовательно, замена переменных по части переменных z невырождена в окрестности каждой точки из области D [8, 13]. Поскольку замена переменных определяется в том числе и свойствами заданного пути, более детальное исследование можно провести только при известных зависимостях $x_s(s)$ и $y_s(s)$ [10].

Для построения замены переменных, задающей преобразование к нормальной форме, необходимо ввести ещё одну переменную η . Зададим её как один из первых интегралов векторного поля при управлении [8, 12]. Тогда последнее уравнение в нормальной форме не будет содержать управление, что существенно облегчит анализ нулевой дина-

мики. Можно видеть, что одним из таких первых интегралов будет естественный параметр кривой, поэтому выберем $\eta = s$.

Получена замена переменных $(z, \eta) = \Psi(x, y, \vartheta, \delta)$, где $z = (z_1, z_2, z_3)$, в виде

$$\begin{cases} z_1 = d, \\ z_2 = v \sin \psi, \\ z_3 = v^2 \cos \psi \left(\frac{\tan \delta}{l} - \frac{k \cos \psi}{1 - kd} \right), \\ \eta = s. \end{cases} \quad (5)$$

Для матрицы Якоби этого отображения

$$J = \frac{\partial \Psi}{\partial (s, d, \psi, \delta)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v \cos \psi & 0 \\ v^2 \cos^2 \psi \frac{k'_s(1-2kd)}{(1-kd)^2} & 0 & -v^2 \left(\frac{\tan \delta}{l} \sin \psi + \frac{k}{1-kd} \sin 2\psi \right) & \frac{v^2 \cos \psi}{l \cos^2 \delta} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

определитель имеет вид

$$\det J = -\frac{v^3 \cos^2 \psi}{l \cos^2 \delta}.$$

Можно видеть, что $\det J \neq 0$ во всей области D .

Построим отображение, обратное к отображению (5):

$$\begin{cases} s = \eta, \\ d = z_1, \\ \psi = \arcsin \left(\frac{z_2}{v} \right), \\ \delta = \arctan \left(l \left(\frac{z_3}{v^2 \sqrt{1 - \left(\frac{z_2}{v} \right)^2}} + \frac{k \sqrt{1 - \left(\frac{z_2}{v} \right)^2}}{1 - kz_1} \right) \right). \end{cases}$$

Можно видеть, что обратная замена переменных $(s, d, \psi, \delta) = \Psi^{-1}(z_1, z_2, z_3, \eta)$ гладкая и определена в окрестности каждой точки области D .

Будем полагать, что отображение $\Psi: D \rightarrow \Psi(D)$ является диффеоморфизмом в области D . Более точно установить свойства указанного отображения удастся только при задании конкретной кривой, определяющей путь [10].

Запишем последнее уравнение нормальной формы:

$$\dot{\eta} = \dot{s} = \frac{v \cos \psi}{1 - kd}.$$

Итак, нормальная форма системы (2) имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = z_3, \\ \dot{z}_3 = f + g\omega, \\ \dot{\eta} = \frac{v \cos \psi}{1 - kd}, \end{cases} \quad (6)$$

где f и g определяются соотношениями **Ошибка! Источник ссылки не найден.** и (4) соответственно. Отметим, что выполнять замену переменных в правой части нецелесообразно, поскольку стабилизирующую обратную связь удобно получать в путевых координатах, а не в переменных нормальной формы.

Поскольку коэффициент g при управлении ω определён и не обращается в нуль в области D , воспользуемся методом линеаризации по части переменных z [8, 11] для построения стабилизирующего управления, приводящего систему (6) по части переменных z из некоторой окрестности предписанного пути в нулевое положение.

Выберем такую обратную связь по состоянию, чтобы третье уравнение системы (6), замкнутой этой обратной связью, имело вид

$$\dot{z}_3 = -c_1 z_1 - c_2 z_2 - c_3 z_3,$$

где c_1, c_2, c_3 – некоторые положительные коэффициенты. Эти коэффициенты необходимо выбирать так, чтобы корни характеристического уравнения $\lambda^3 + c_3 \lambda^2 + c_2 \lambda + c_1 = 0$ удовлетворяли условию $\text{Re}(\lambda_i) < 0$, $i = 1, 2, 3$. Для выбора таких c_1, c_2, c_3 можно, например, воспользоваться биномиальными полиномами или полиномами Баттерворта для задания характеристического многочлена замкнутой системы [14].

Из третьего уравнения системы (6) получим

$$f + g\omega = -c_1 z_1 - c_2 z_2 - c_3 z_3,$$

откуда

$$\omega = \frac{-f - c_1 z_1 - c_2 z_2 - c_3 z_3}{g}. \quad (7)$$

Заметим, что это управление обеспечивает асимптотическую устойчивость нулевого положения только по части переменных z .

Поскольку при $z_1 = 0$ и $z_2 = 0$ из (5) следует, что $d = 0$ и $\psi = 0$, то точка C робота будет находиться на требуемом пути, а ориентация оси робота будет совпадать с касательным вектором к кривой в точке $C_s = C$.

Чтобы понять, как ведёт себя переменная η , запишем уравнение нулевой динамики [8, 11] при $z_i = 0$, $i = 1, 2, 3$. Это уравнение имеет вид

$$\dot{\eta}|_{z=0} = v,$$

то есть $\dot{s} = v$ при $d = 0, \dot{d} = 0, \ddot{d} = 0$. Таким образом, нулевая динамика соответствует движению колёсного робота вдоль заданного пути с постоянной скоростью v .

Таким образом, несмотря на то, что нулевая динамика не является устойчивой, обеспечивается решение задачи движения целевой точки робота вдоль заданного пути. Это означает, что найденное управление решает поставленную задачу стабилизации.

4. Пример

Рассмотрим задачу путевой стабилизации на примере пути, представляющего собой прямую. В этом случае замена переменных, обеспечивающая переход к путевым координатам, определена при всех значениях координат [10]. Можно видеть, что преобразование к нормальной форме определено в области $D = \left\{ |\psi| < \frac{\pi}{2}, |\delta| < \frac{\pi}{2} \right\}$.

Пусть прямая задаётся параметрически соотношениями

$$x_s(\tau) = 2\tau, \quad y_s(\tau) = \tau,$$

где τ – произвольный параметр, $\tau \geq 0$.

Перейдём к натуральной параметризации:

$$x_s(s) = \frac{2\sqrt{5}}{5}s, \quad y_s(s) = \frac{\sqrt{5}}{5}s,$$

где s – натуральный параметр пути, $s \geq 0$.

Состояние колёсного робота в начальный момент времени задано в исходных координатах: $x_{c_0}, y_{c_0}, \vartheta_0, \delta_0$. Для численного интегрирования системы (2) необходимо знать начальное состояние робота в путевых координатах. Прежде всего необходимо найти значение s_0 , которое соответствует точке пути C_s , ближайшей к базовой точке робота C . В случае прямолинейного пути эту задачу можно решить достаточно просто, опустив перпендикуляр из точки C на прямую. В общем случае можно воспользоваться одним из алгоритмов одномерной минимизации для решения задачи

$$d^2(s) = (x_{c_0} - x_s(s))^2 + (y_{c_0} - y_s(s))^2 \rightarrow \min.$$

Для проведения последующих расчетов можно воспользоваться четвертым уравнением системы (6), а при накоплении вычислительной погрешности решать указанную оптимизационную задачу.

Напомним, что в общем случае при построении траекторной системы координат предполагается, что точка пути C_s , ближайшая к точке C , единственная. Поэтому указанная задача одномерной минимизации имеет единственное решение.

Значение d_0 берётся положительным, если робот находится слева от пути, и отрицательным, если справа. Для определения положения робота относительно заданного пути

можно вычислить знак скалярного произведения вектора $\overline{C_s C}$ и вектора нормали к пути в точке C_s (поворот от касательного вектора $\vec{r}(x'_s, y'_s)$ к вектору нормали происходит против часовой стрелки). Если значение этого произведения положительно, то робот находится слева от пути, если же отрицательно, то справа.

Значение угла ψ между центральной линией платформы и касательным вектором $\vec{r}(x'_s, y'_s)$ в начальный момент времени выражается следующим образом [10]:

$$\psi_0 = \vartheta_0 - \text{atan2}(y'_s, x'_s),$$

где

$$\text{atan2}(y'_s, x'_s) = \begin{cases} \text{atan}\left(\frac{y'_s}{x'_s}\right), & x'_s > 0, \\ \pi + \text{atan}\left(\frac{y'_s}{x'_s}\right), & x'_s < 0, y'_s \geq 0, \\ -\pi + \text{atan}\left(\frac{y'_s}{x'_s}\right), & x'_s < 0, y'_s < 0, \\ \frac{\pi}{2}, & x'_s = 0, y'_s > 0, \\ -\frac{\pi}{2}, & x'_s = 0, y'_s < 0. \end{cases}$$

Угол поворота переднего колеса в обеих системах координат задаётся одинаково. В начальный момент времени его значение δ_0 известно из постановки задачи.

При вычислении управления (7) для определения коэффициентов обратной связи c_1, c_2, c_3 будем использовать биномиальные полиномы [14]. Запишем биномиальный полином 3-й степени в общем виде:

$$\lambda^3 + 3\omega_0\lambda^2 + 3\omega_0^2\lambda + \omega_0^3, \quad \omega_0 = \frac{t_n^*}{t_n},$$

где t_n – желаемое время переходного процесса, t_n^* – табличное значение времени переходного процесса при $\omega_0 = 1$.

Коэффициенты c_1, c_2, c_3 характеристического полинома замкнутой системы зависят от выбранного значения t_n и задаются соотношениями

$$c_1 = \omega_0^3, \quad c_2 = 3\omega_0^2, \quad c_3 = 3\omega_0.$$

После численного интегрирования системы (2) можно перейти обратно к исходным координатам следующим образом [10]:

$$\begin{cases} x_c = x_s(s) - y'_s(s)d, \\ y_c = y_s(s) + x'_s(s)d, \\ \vartheta = \psi + \operatorname{atan2}(y'_s, x'_s), \\ \delta = \delta. \end{cases}$$

5. Результаты численного моделирования

Примем скорость робота $v = 5$ м/с, а расстояние от базовой точки C до центра переднего колеса $l = 2$ м. Наложим ограничение на управление $|\omega|, 0.3$ рад/с.

Известна методика получения гарантированной оценки области стабилизируемости в задаче путевой стабилизации при наличии ограничений на управление [6]. Однако в данном исследовании воспользуемся методами численного моделирования.

Моделирование будем проводить при различных наборах коэффициентов обратной связи c_1, c_2, c_3 , соответствующих различным значениям времени переходного процесса t_n :

- 1) $t_n = 4$ с, $c_1 = 3.9070$, $c_2 = 7.4419$, $c_3 = 4.7250$;
- 2) $t_n = 7$ с, $c_1 = 0.7290$, $c_2 = 2.4300$, $c_3 = 2.7000$;
- 3) $t_n = 10$ с, $c_1 = 0.2500$, $c_2 = 1.1907$, $c_3 = 1.8900$.

Для каждого набора рассмотрим четыре различных начальных состояния колёсного робота:

- 1) $x_0 = 7$ м, $y_0 = 20$ м, $\vartheta_0 = -\frac{\pi}{6}$, $\delta_0 = 0$;
- 2) $x_0 = 14$ м, $y_0 = 14$ м, $\vartheta_0 = \frac{\pi}{3}$, $\delta_0 = 0$;
- 3) $x_0 = 22$ м, $y_0 = 3$ м, $\vartheta_0 = \frac{\pi}{4}$, $\delta_0 = 0$;
- 4) $x_0 = 28$ м, $y_0 = 7$ м, $\vartheta_0 = -\frac{\pi}{15}$, $\delta_0 = 0$.

Результаты численного моделирования приведены на рис. 3-8. Стрелками на графиках указаны ориентации центральной линии робота в начальных точках.

Рассмотрим процессы путевой стабилизации при первом наборе коэффициентов:

$$c_1 = 3.9070, c_2 = 7.4419, c_3 = 4.7250 \quad (t_n = 4 \text{ с}).$$

Результаты моделирования приведены на рис. 3 и 4.

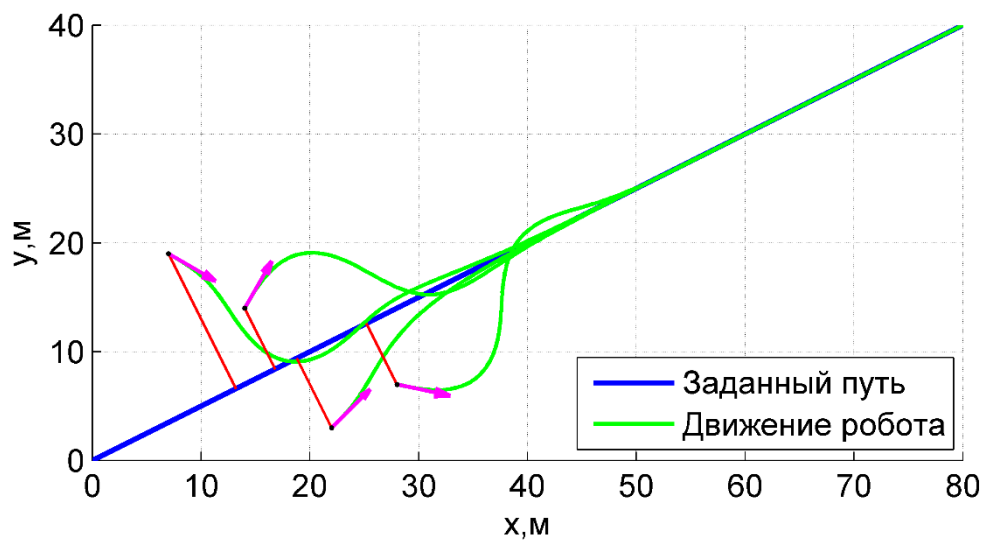


Рис. 3. Движение робота на плоскости Oxy при первом наборе коэффициентов

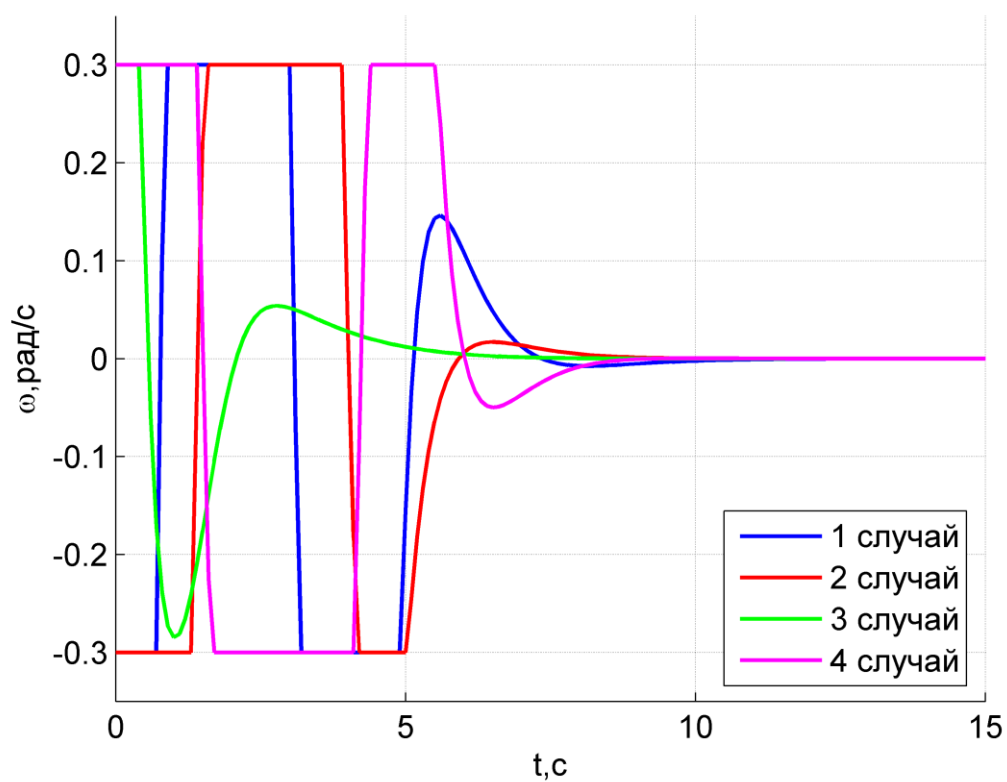


Рис. 4. Зависимость управления ω от времени t при первом наборе коэффициентов

Рассмотрим процессы путевой стабилизации при втором наборе коэффициентов (рис. 5 и 6):

$$c_1 = 0.7290, c_2 = 2.4300, c_3 = 2.7000 \ (t_n = 7 \text{ с}).$$

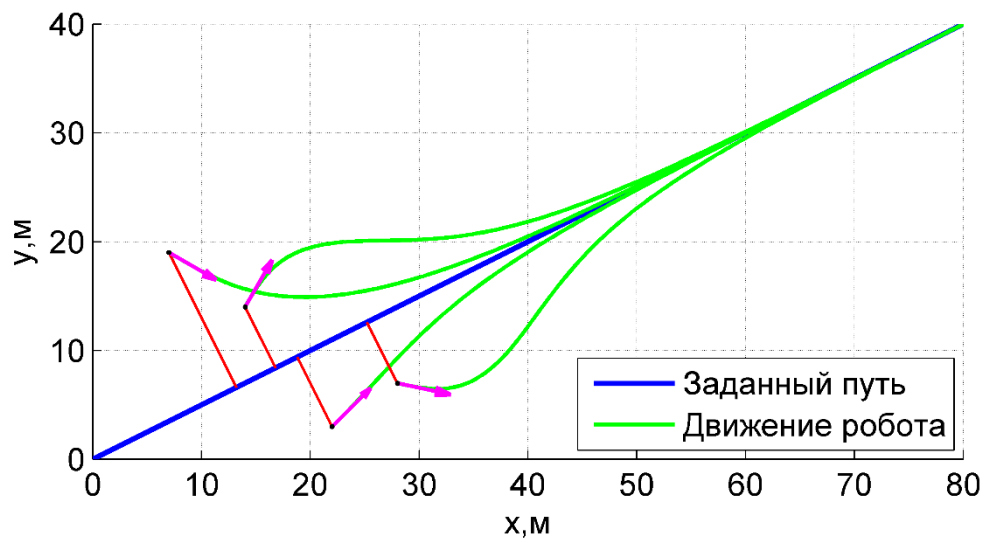


Рис. 5. Движение робота на плоскости Oxy при втором наборе коэффициентов

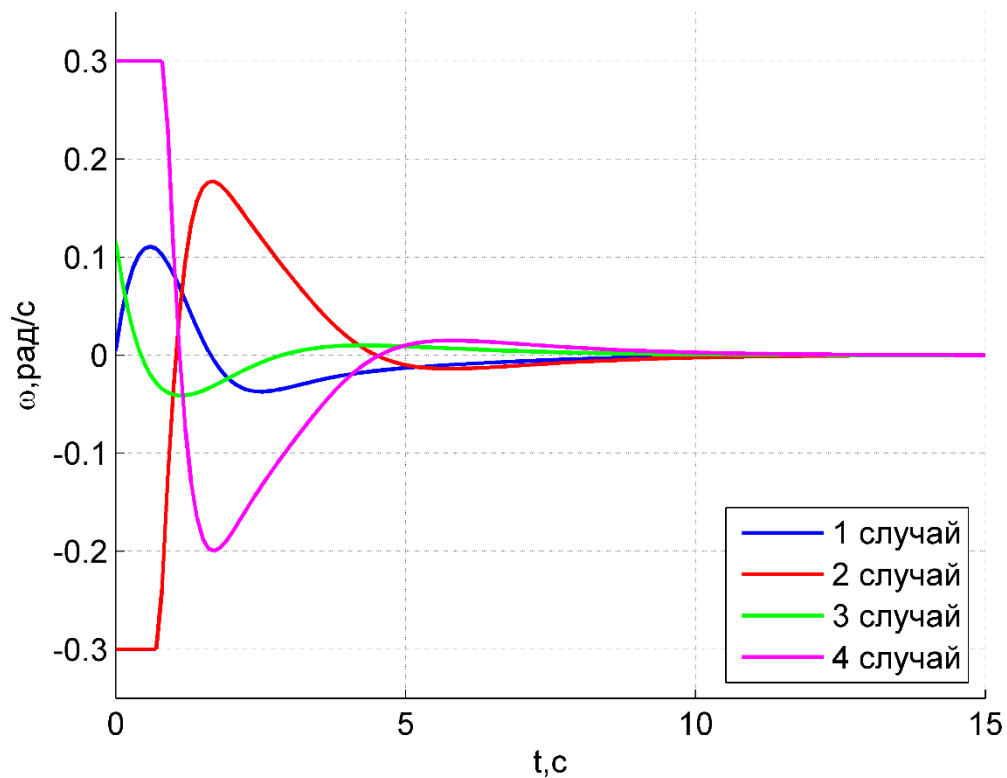


Рис. 6. Зависимость управления ω от времени t при втором наборе коэффициентов

Исследуем процессы путевой стабилизации при третьем наборе коэффициентов:

$$c_1 = 0.2500, c_2 = 1.1907, c_3 = 1.8900 \ (t_n = 10 \text{ с}).$$

Результаты моделирования приведены на рис. 7 и 8.

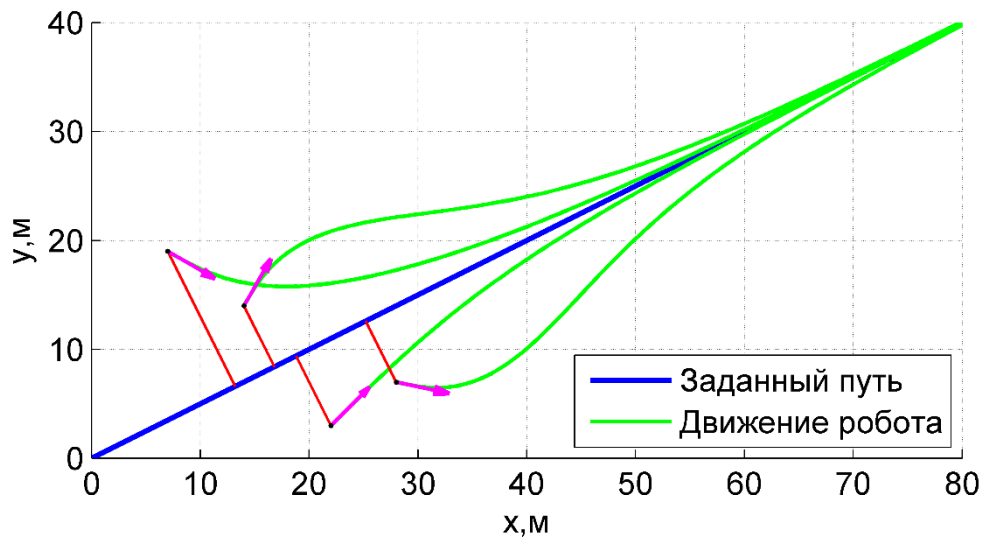


Рис. 7. Движение робота на плоскости Oxy при третьем наборе коэффициентов

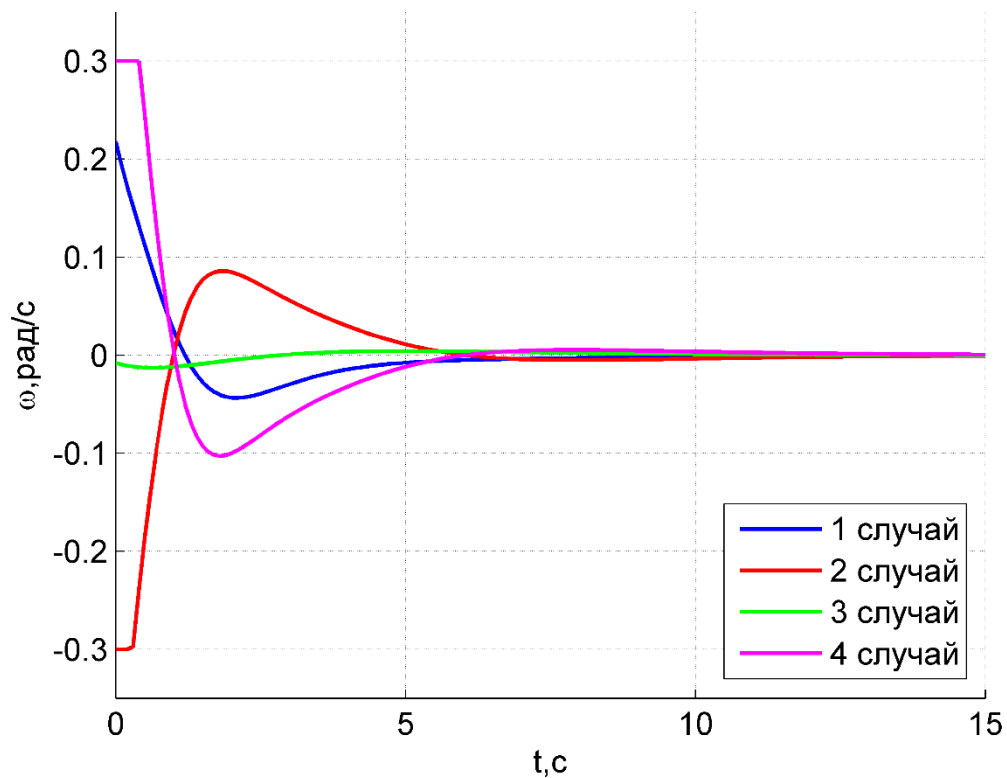


Рис. 8. Зависимость управления ω от времени t при третьем наборе коэффициентов

При значении $t_n = 4$ с управление на достаточно большом промежутке времени принимает предельные значения $\pm\omega_{max}$ и изменяется скачкообразно, что неприемлемо с технической точки зрения. В результате колёсный робот поворачивает очень резко и пересекает заданный путь, вместо того чтобы двигаться вдоль него. Поэтому соответствующий набор коэффициентов обратной связи c_1, c_2, c_3 для заданных начальных данных не обеспечивает приемлемое качество переходных процессов.

При $t_n = 7$ с управление изменяется достаточно плавно, и робот, не совершая крутых поворотов, выходит на заданный путь и затем движется вдоль него.

При $t_n = 10$ с ситуация аналогичная, но из-за достаточно большого времени переходного процесса робот выходит на заданный путь на достаточно большом удалении от стартовой точки.

С технической точки зрения выгодней использовать набор коэффициентов c_1, c_2, c_3 , который обеспечивает достаточно малое время переходного процесса при отсутствии резких переключений управления. Таким образом, по результатам моделирования можно сделать вывод, что рациональным является выбор $t_n = 7$ с и набора коэффициентов обратной связи $c_1 = 0.7290$, $c_2 = 2.4300$, $c_3 = 2.7000$.

6. Заключение

Решение задачи путевой стабилизации колёсного робота удалось получить на основе теории нормальной формы аффинных систем. Для построения стабилизирующей обратной связи использована линеаризация системы, записанной в нормальной форме, обратной связью по состоянию. Динамика переходных процессов при этом задается с помощью биномиальных полиномов. Проанализированы условия, при которых удастся применить указанный подход.

Результаты исследования показали, что в случае движения робота с постоянной скоростью можно получить решение задачи путевой стабилизации без перехода к новой независимой переменной, что упрощает вычисления, связанные с получением стабилизирующего управления.

На примере решения задачи путевой стабилизации для прямолинейного пути методами численного моделирования показана работоспособность полученного стабилизирующего управления, обеспечивающего движения колёсного робота по заданному пути с постоянной скоростью при различных наборах коэффициентах обратной связи.

Работа частично поддержана РФФИ, проект № 13-07-00736.

Список литературы

1. Thuilot B., Cariou C., Martinet P., Berducat M. Automatic Guidance of a Farm Tractor Relying on a Single CP-DGPS // *Autonomous Robots*. 2002. Vol. 13. Is. 1. P. 53–71. DOI:10.1023/A:1015678121948
2. Fang H., Fan R., Thuilot B., Martinet P. Trajectory tracking control of farm vehicles in presence of sliding // *Robotics and Autonomous Systems*. 2006. Vol. 54. Is. 10. P. 828–839. DOI:10.1016/j.robot.2006.04.011
3. Гилимьянов Р.Ф., Пестерев А.В., Рапопорт Л.Б. Управление движением колёсного робота в задаче следования вдоль криволинейного пути // *Известия РАН. Теория и системы управления*. 2008. Т. 47. № 6. С. 158–165.
4. Ткачёв С.Б. Стабилизация неминимально фазовых аффинных систем с векторным управлением // *Наука и образование. Электронное издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2012. № 8. С. 121–134. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/450613.html> (дата обращения: 25.04.2015).
5. Андрианова О.Г. Моделирование движения колёсного робота по заданному пути // *Наука и образование. Электронное издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2011. № 10. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/239840.html> (дата обращения: 25.04.2015).
6. Пестерев А.В., Рапопорт Л.Б. Построение инвариантных эллипсоидов в задаче стабилизации движения колёсного робота вдоль криволинейного пути // *Автоматика и телемеханика*. 2009. № 2. С. 52–67.
7. Пестерев А.В., Рапопорт Л.Б. Каноническое представление задачи путевой стабилизации для колесных роботов. *Автоматика и телемеханика*. 2013. № 5. С. 80–101.
8. Isidori A. *Nonlinear control systems*. London: Springer-Verlag. 1995. 587 p.
9. Laumond J.P. (Ed.). *Robot Motion Planning and Control*. Berlin: Springer-Verlag. 1998. 343 p. (Ser.: *Lectures Notes in Control and Information Sciences*. vol. 229).
10. Канатников А.Н., Касаткина Т.С. Особенности перехода к путевым координатам в задаче путевой стабилизации // *Наука и образование. Электронное издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана*. 2012. № 7. С. 211–222. Режим доступа: <http://technomag.bmstu.ru/doc/445496.html> (дата обращения: 25.04.2015). DOI: 10.7463/0712.0445496
11. Ким Д.П. *Теория автоматического управления: учебник для вузов. 2-е изд., испр. и доп. В 2-х т. Т. 2: Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы*. М.: Физматлит. 2004. 464 с.
12. Ткачёв С.Б., Шевляков А.А. Преобразование аффинных систем со скалярным управлением к квазиканоническому виду // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки*. 2013. № 1 (48). С. 3–16.

13. Канатников А.Н., Крищенко А.П., Четвериков В.Н. Дифференциальное исчисление функций многих переменных: Учеб. для вузов / Под ред. Зарубина В.С., Крищенко А.П. (Сер. Математика в техническом университете. Вып. V). М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2000. 456 с.
14. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы. (Сер. Учебное пособие). СПб.: Питер. 2006. 272 с.