электронный научно-технический журнал
ИНЖЕНЕРНЫЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51036. ISSN 2307-0595

Минимизация неизбежных потерь материалов в промышленном производстве при их раскрое на штучные заготовки

05, май 2015

Покровский М. А.[1,*]

УДК: 331.103

[1]Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
*pokrovma@mail.ru

Одной из основных проблем промышленного предприятия является снижение издержек производства, что в свою очередь ведет к увеличению прибыли и повышению рентабельности производства. Одним из направлений снижения затрат на производство является снижение неизбежных потерь материалов, возникающих в процессе раскроя материалов из-за некратности размеров заготовки размерам исходного материала [1]. Указанные материалы поступают на предприятия в виде некоторых целых единиц: листов, труб, полос, профильного проката, рулонов и т.п. Для того чтобы использовать эти исходные материалы, их требуется раскроить на части нужных размеров и формы. При этом, как правило, некоторая часть материалов идет в отходы. Эти отходы часто не используются либо используются неполноценно. В связи с этим возникает проблема их максимального сокращения.

Заводская практика борьбы с потерями из-за отходов использует два метода: а) заказ материалов мерных и кратных размеров; б) использование отходов из-за некратности для изготовления малогабаритных заготовок.

Первый из этих методов не может получить большого распространения, поскольку доступен только очень крупным предприятиям с большим масштабом потребления материалов одного и того же профиля или размеров. Кроме того, при поставке мерного материала потери устраняются только для заводов-потребителей, а на заводах-поставщиках они увеличиваются. Поэтому заводы металлургической промышленности устанавливают довольно жесткие ограничения на поставку мерного и кратного материала. Во многих случаях за такие поставки существуют значительные доплаты, крайне суживающие пределы выгодности заказа этих материалов.

Второй метод снижения имеет большое распространение и связан с изготовление мелких заготовок из отходов, получающихся при раскрое крупных. В значительной степени изготовление заготовок из отходов планируется, т.е. заранее составляются раскройные

карты, устанавливающие порядок и меру использования отходов от раскроя крупных заготовок для получения более мелких.

Подлинным планированием раскроя, обеспечивающим сведение отходов к минимуму, является только планирование совместных раскроев, основанное на общих принципах линейного программирования. Идея совместного раскроя заключается в следующем. Разрабатывается ряд вариантов возможной разрезки материала определенного размера на произвольные комбинации разных заготовок, подлежащих изготовлению из этого материала. Каждый такой вариант характеризуется различным составом заготовок, выкраиваемых по нему из единицы материала, и разной величиной отходов. В этих вариантах совершенно не учтены те количественные пропорции, в каких разные заготовки требуются по программе, т.е. комплектность их выпуска. Для удовлетворения требования комплектности уровни возможного использования этих вариантов раскроя принимаются за переменные, и из них методами линейного программирования составляется такой набор вариантов, который удовлетворяет одновременно требованиям комплектности получаемых заготовок и минимального общего отхода материала по некратности. Этот набор вариантов и представляет оптимальный план совместного раскроя. Результатом такого планирования раскроя должна являться разработка технологических карт совместного раскроя, обязательных для производства.

Впервые методику совместного раскроя, основанную на математических принципах оптимизации , предложил и обосновал в 1939 г. Л.В.Канторович. Позднее он совместно с группой своих сотрудников провел на нескольких отечественных заводах работу по составлению оптимальных раскроев с применением математических методов линейного программирования. Наиболее крупной и эффективной явилась работа, проведенная в 1948-1949 гг. на вагоностроительном заводе им. Егорова в порядке творческого сотрудничества с коллективом завода. В этой работе на основе использования разрешающих множителей были развиты специальные методы решения задач раскроя. Эти методы подробно изложены в книге, написанной по опыту названного завода [2].

За рубежом в странах с рыночной экономикой линейное программирование было впервые применено, как метод разработки оптимальных планов раскроя, в 1954-1955гг. Можно привести два наиболее ярких примера из первоначального зарубежного опыта применения методов линейного программирования, описанных в литературе. Это опыт решения задачи раскроя рулонов газетной бумаги на крупной бумажной фабрике в Торонто (Канада). Эффект от применения оптимального плана по сравнению с прежним планом раскроя был равнозначен дополнительному выпуску 15 т бумаги в день [3]. И опыт составления оптимального плана раскроя холоднокатаной стальной ленты на заводах Дженерал Моторс (США), отход согласно которому составлял лишь 1,42% [4]. За рубежом задачи раскроя решаются симплексным методом.

Поскольку методы линейного программирования давно и успешно применяются для разработки оптимальных планов раскроя материалов в странах с развитой рыночной эко-

номикой, то их применение не потеряло своей эффективности и в России в настоящее время в условиях рыночной экономики.

Математическая формулировка задачи рационального раскроя материала сводится к следующему: минимизировать $\sum_{j=1}^{n} C_j X_j$, при условии выполнения производственной программы, т.е.

$$\sum_{j=1}^{n} P_{ij} X_j = a_i \ \ (i=1, 2, \ldots, m); (j=1, 2, \ldots, n), \ X_j \geq 0$$

где a_i – потребное количество заготовок вида i; x_j – количество единиц материала определенного размера, которое раскраивается по j-му варианту раскроя; P_{ij} –коэффициенты выхода заготовок вида i при раскрое единицы материала по j –му варианту; C_j –отход, который образуется при раскрое единицы материала по j –му варианту.

Значения величин P_{ij} и a_i–целые положительные числа, значение x_j может быть и дробным.

Рассмотрим пример решения задачи рационального раскроя материала методами линейного программирования. Предположим, что необходимо раскроить металлические стержни длиной 150 см на заготовки длиной 19, 27 и 33 см. Потребность в данном виде заготовок для выполнения производственной программы завода соответственно равна 163, 206 и 151 штуке. Как удовлетворить эту потребность, разрезав минимальное количество стержней?

Решению такой задачи предшествует работа по установлению вариантов раскроя материала. Поскольку количеством включенных в модель вариантов непосредственно определяется размер матрицы задачи и число переменных величин, то целесообразно заранее исключить из рассмотрения явно нерациональные способы с настолько большим отходом, что они почти наверняка не войдут в оптимальный план. Однако количество остающихся способов должно быть достаточно большим (во всяком случае, по сравнению с числом разновидностей заготовок).

В ниже следующую таблицу №1 внесены только так называемые полноценные варианты, т.е. такие в которых отход меньше самой короткой из требующихся заготовок. Это допущение может привести к тому, что найденный в результате расчета план будет несколько отклоняться от истинного оптимума. Но на такой шаг приходится идти сознательно, иначе число вариантов возросло бы во много раз.

Таблица 1 Варианты раскроя стержней.

Количество заготовок длиной, см			**Отход по некратности, см**	**Вариант раскроя j**
19	27	33		
1	1	3	5	1
1	3	1	17	2
6	1	0	9	3
6	0	1	3	4
1	2	2	11	5
3	2	1	6	6
0	4	1	9	7
5	2	0	1	8
3	1	2	0	9
4	0	2	8	10
2	4	0	4	11
2	0	3	13	12

Каждому варианту раскроя присваивается номер. Так, в первой строке таблицы №1 представлен вариант, обозначенный цифрой 1.Согласно ему из стержня выкраивают по одной заготовке длиной 19 и 27 см и три заготовки длиной 33 см.

Исходные уравнения задачи должны отражать требования о нарезке заданного количества заготовок по их видам, а именно:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 163 \text{ шт.}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{11} = 206 \text{ шт.}$$

$$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{12} = 151 \text{шт.}$$

При данной постановке минимизация количества стержней эквивалентна минимизации отходов. Функционал может быть изображен так:

$$F=5x_1 + 17x_2 + 9x_3 + 3x_4 + 11x_5 + 6x_6 + 9x_7 + 1x_8 + 8x_{10} + 4x_{11} + 13x_{12} = \min$$

Поскольку исходные ограничения заданы в виде уравнений для решения задачи использовался симплексный метод с искусственным базисом. В левую часть уравнений вводились неотрицательные искусственные переменные x_{13}, x_{14} и x_{15}, коэффициенты при которых образовывали единичную матрицу. Эти же переменные с большим по абсолютной величине отрицательным коэффициентом (–M) включались в целевую функцию. Конкретное значение величины коэффициента (–M) может и не задаваться.

Искусственные переменные необходимы для построения исходного плана задачи. Однако в дальнейшем они должны выводиться из базиса, так как в окончательном плане задачи должны соблюдаться выше приведенные уравнения, а это возможно лишь тогда, когда все искусственные переменные равны нулю. Ниже в таблице 2 приведена матрица исходного опорного плана, которая базируется на данных таблицы 1.

Таблица 2 Матрица исходного опорного плана

C_j	Базис	План	5	17	…	–M	–M	–M
			X_1	X_2	…	X_{13}	X_{14}	X_{15}
–M	X_{13}	162	1	1	…	1	0	0
–M	X_{14}	206	1	3	…	0	1	0
–M	X_{15}	151	3	1	…	0	0	1

При наличии исходного опорного плана задача решается с помощью обычной процедуры симплексного метода. Последовательность проведения указанной процедуры приведена в многочисленных литературных источниках и, в частности, в источнике [5]. Решение задачи названным методом привело к оптимальному плану, приведенному в таблице 3.

Таблица 3 Оптимальный план раскроя стержней длиной 150 см на заготовки трех видов

Отход C_j	Вариант Раскроя j	Число разрезаемых стержней x_j	Выход заготовок по размерам, см			Отход, см
			19	27	33	
1	8	18,2	91	36	0	18,2
9	7	42,4	0	170	42	381,6
13	12	36,2	72	0	109	470,6
Итого …		96,8	163	206	151	870,4

В таблице 3 первые три столбца представляют собой оптимальный план раскроя , полученный путем преобразования исходной симплексной таблицы. Правая часть таблицы №3представляет результат раскроя, т.е. расчет количества заготовок каждого размера, получаемых после раскроя, и количество образующихся при этом отходов.

Оптимальный раскройный план, приведенный в таблице №3, удовлетворяет всем условиям задачи. Для выполнения этого плана потребовалось разрезать 96,8 стержней, причем отходы составили в общей сложности 870,4см или в среднем 9см на каждый стержень. По отношению к длине стержня это составляет 6,0%, что соответствует использованию материала на 94,0%.

В начале статьи было сказано, что большое распространение в заводской практике борьбы с потерями из-за отходов, получающихся при раскрое материала, получил метод изготовления мелких заготовок из отходов, получающихся при раскрое более крупных. Сопоставим процент использования материала при данном методе раскроя с процентом использования по оптимальному плану.

Если раскраивать стержень длиной 150 см только на один вид заготовки, то из него можно изготовить: 7 заготовок длиной 19 см, или 5 заготовок длиной 27 см, или 4 заготовки длиной 33 см. Отход материала при этом будет составлять соответственно 17,15 и 18 см. Эти отходы нельзя будет направить на изготовление самой короткой заготовки длиной 19 см. Для изготовления 163 заготовок длиной 19 см потребуется 23,3 стержня , для изготовления 206 заготовок длиной 27 см потребуется 41,2 стержня, для изготовления

151 заготовки длиной 33 см потребуется 37,7 стержня. Суммарная потребность в стержнях для выполнения производственной программы составит 102,2 стержня. Суммарные потери от отходов материала составят : 23,3 17 + 41,2 15 + 37,7 18 =1692,7 см.

Средний отход материала в расчете на каждый стержень составит:

1692,7 : 102,2 =16,5 см.

По отношению к длине стержня это составляет 11,0%, что соответствует использованию материала на 89,0%.

Планирование совместных раскроев, основанное на общих принципах линейного программирования позволило повысить уровень использования материала на 5%.

Реализация оптимальных планов раскроя естественно приведет к сокращению издержек производства, увеличению прибыли и повышению рентабельности производства.

В источниках [6,7] было показано, что оптимизация производственной программы по критерию максимума прибыли приводит к увеличению ее объема. В связи с этим целесообразно объединить в комплекс модель оптимизации производственной программы с моделью рационального раскроя промышленных материалов. Потребное количество заготовок в задаче раскроя должно обеспечивать выполнение оптимальной производственной программы.

Список литературы

1. Аксенов А.П., Берзинь И.Э., Иванова Н.Ю., Карманова В.А., Ключко В.Н., Пикунова С.А., Савченко Н.Н., Фалько С.Г. Экономика предприятия: Учебник / Под ред. С.Г. Фалько. М.: КНОРУС. 2011. 352 с.
2. Канторович Л.В., Залгаллер В.А. Рациональный раскрой промышленных материалов. 2-е изд., испр. и доп. Новосибирск: Наука. 1971. 300 с.
3. Paull A.E. Linear Programming: A Key to Optimum Newsprint Production // Pulp and Paper Magazine of Canada. 1956. v.57. № 4. P. 17-25.
4. Metzger R.W. Elementary Mathematical Programming. Book Review. N.Y.: John Wiley & Sons. Inc. 1958. 356 p.
5. Орлов А.И. Теория принятия решений. Учебник. Изд. 2-е, пер. и доп. М.: Экзамен. 2007. 576 с.
6. Покровский М.А. Оптимизация использования производственных мощностей машиностроительного предприятия с предметной формой специализации при стратегическом планировании // Журнал Контроллинг. 2012. № 3 (45). С. 72-75.
7. Покровский М.А. Оценка возможных потерь оптимизированного объема прибыли промышленным предприятием при изменении рыночных условий производства и реализации продукции // Журнал Контроллинг. 2014. № 2 (52). С. 18-25.