## электронный научно-технический жу ИНЖЕНЕРНЫЙ ВЕСТНИК

Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51036. ISSN 2307-0595

## Концентрация напряжений в толстостенных цилиндрических оболочках и корпусных деталях при действии давления

# 05, май 2015 Семенов-Ежов И. Е.<sup>1</sup>, Ширшов А. А.<sup>1,\*</sup>

УДК: 539.4.013.3

<sup>1</sup>Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана \*chirchovaa@mail.ru

Концентрация напряжений – один из основных факторов, определяющих прочность и долговечность конструкций. Сведения о значениях теоретического коэффициента концентрации напряжений (ККН) позволяют выбрать рациональную форму детали уже на стадии проектирования.

В работе [1] приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований, посвященных ККН в прессовых соединениях. В монографии Р. Петерсона [2] приведены данные о ККН около одиночного отверстия, нагруженного давлением, которое расположено в центре прямоугольной пластины и несимметрично около прямого угла пластины; в трубе с одиночным эксцентрично расположенным отверстием, а также для труб с тремя и четырьмя цилиндрическими каналами малого диаметра, равномерно расположенными на окружности, радиус которой *R* равен половине наружного диаметра трубы *b* при *b/R* = 2. В настоящей работе приведены результаты исследования концентрации напряжений в различных деталях, нагруженных давлением, опубликованные после выхода работы [2].

В литературе можно встретить различные обозначения теоретического ККН. Основываясь на рекомендациях справочника [3], будем обозначать его  $\alpha_{\sigma}$ . При одноосном напряженном состоянии его принято определять как отношение максимального напряжения  $\sigma_{\max}$  к номинальному напряжению  $\sigma_n$ :  $\alpha_{\sigma} = \sigma_{\max}/\sigma_n$ ; при неоодноосном напряженном состоянии - как отношение максимального эквивалентного напряжения  $\sigma_{emax}$  к номинальному:

$$\alpha_{\sigma} = \sigma_{emax} / \sigma_n \,. \tag{1}$$

Выбор номинального напряжения определяется из соображений удобства. Например, в толстостенных сосудах, нагруженных давлением, в очаге концентрации напряженное состояние, как правило, неоодноосное. В этом случае за номинальное напряжение удобно применять либо давление *p*, либо максимальное эквивалентное напряжение, определяемое решением задачи Ламе для трубы, нагруженной внутренним давлением, т.е.

$$\sigma_n = 2p/(l-\alpha^2), \tag{2}$$

где  $\alpha = a/b$  – отношение внутреннего радиуса к наружному.

Концентрация напряжений в деталях с цилиндрическими полостями (отверстиями), расположенными около цилиндрических поверхностей различной конфигурации, а также в стержне квадратного поперечного сечения с центральным круговым отверстием исследована в работе [4] методом конечных элементов (МКЭ). Зависимость ККН от отношении b/a показана на рис.1.

Было установлено, что для рассмотренных случаев при фиксированном отношении b/a напряжения в сечении *AB* отличаются не более чем на 10%. Поэтому кривая 1, отражающая зависимость ККН от относительной толщины перемычки b/a в сечении *AB*, является единой кривой для всех рассматриваемых вариантов. Причем, при отношении b/a < 1,5 более опасны точки на наружной поверхности (т. *A*), а при b/a > 2 – точки на внутренней поверхности (т. *B*). В интервале отношения от 1,5 до 2 эквивалентные напряжения в точках A и B, определяемые по энергетическому критерию, различаются не более чем на 10%. За номинальное напряжение принято внутреннее давление *p*, т.е.  $\alpha_{\sigma} = \sigma_{e\,max}/p$ . Кривая 2 построена по решению Ламе для толстостенной трубы, наружный диаметр которой равен 2*b*. Отметим, что при b/a > 1,75 обе кривые практически сливаются. Близкие результаты получены в работах [2, 5] для одиночного отверстия, расположенного в центре детали, имеющей квадратное поперечное сечение и в углу прямоугольной пластины.



**Рис.1.** Коэффициенты концентрации в окрестности цилиндрической полости вблизи криволинейной поверхности полупространства

Концентрация напряжений в трубе с одиночным круговым отверстием, расположенным эксцентрично ( $\alpha = a/b = 0,5$ ) нагруженным давлением, рассмотрена в работах [2 и 6]. При относительно малом эксцентриситете (e/b < 0,3) максимальные напряжения возникают на внутреннем контуре отверстия в ослабленном сечении. При большем эксцентриситете (e/b > 0,3) максимум перемещается на наружный контур. Значение ККН определяли как отношение максимального окружного напряжения к внутреннему давлению.

В [2] приведены графики ККН в трубе с тремя и с четырьмя цилиндрическими отверстиями одинакового диаметра d, нагруженными одинаковым давлением. Центры отверстий расположены на окружности радиуса  $R_0$ , равного половине наружного радиуса трубы R. Диаметр отверстий d = 0,2R. Максимальные напряжения возникают на поверхности отверстий в трубе с тремя отверстиями вблизи наружной поверхности трубы, а в трубе с четырьмя отверстиями – на прямой, соединяющей центры отверстий.

Концентрация напряжений в трубе с вырезами сложной формы, нагруженной давлением исследована экспериментально методом фотоупругости в работе [7]. Значение ККН зависит от размеров и формы выреза, числа вырезов *N*, толщины стенки w = b - a вне выреза. На рис. 2 приведен график зависимости  $\alpha_{\sigma}$  от относительной ширины выреза для четырех цилиндрических вырезов с радиусом кривизны вершины выреза  $a_1$  при отношении w/b = 0,5. При увеличении числа вырезов значение ККН снижается обратно пропорционально  $\sqrt[3]{N}$ . Например, при шести вырезах и w/b = 0,5 и  $w/a_1 = 9,95$   $\alpha_{\sigma} = 2,26 - 2,43$ , а при w/b = 0,7 и  $w/a_1 = 10,4$   $\alpha_{\sigma} = 1,8 - 2,07$ . Отличие в значениях ККН при одинаковых параметрах w/b и  $w/a_1$  объясняется методикой его определения [7].



Рис. 2 - График зависимости  $\alpha_{\sigma}$  от относительной толщины стенки у дна выреза

Если вершина выреза имеет форму отличную от круговой, то ККН определяют по выражению

$$\alpha_{\sigma l} = \alpha_{\sigma} \cdot K_l,$$

где  $\alpha_{\sigma}$  - ККН в вершине с круговым контуром, а  $K_{I}$  - поправочный коэффициент, зависящий от параметров и формы вершины выреза. Графики поправочного коэффициента  $K_{I}$ , приведены на рис. 3. Буквами *A* и *B* отмечены кривые, соответствующие зонам концентрации. С увеличением отношения  $a_{1}/c$  (рис.3а) или r/c (рис. 3б) максимальные напряжения возникают в окрестности т. *B*.

Концентрация напряжений в трубе с неглубокими широкими вырезами в зависимости от радиуса скругления исследована экспериментально [8] и численно [9].



Рис.3 – Графики поправочного коэффициента К<sub>1</sub>

Исследование концентрации напряжений в корпусе аксиально – поршневой гидромашины проведено численно МКЭ [10, 11]. Конструктивно блок цилиндров представляет собой полый цилиндр с рядом отверстий (чаще всего 7 или 9) расположенных на равном расстоянии от оси вращения (рис.4), часть из которых заполнена рабочей жидкостью. Причем, уровень рабочей жидкости в цилиндрах различен – максимальный в центральном цилиндре.



Рис.4. Модель блока цилиндров с 9 отверстиями

Значение ККН  $\alpha_{\sigma}$  определяли по формуле (1), за номинальное напряжение принимали внутреннее давление. В [10] была рассмотрена плоская модель сектора блока цилиндров, нагруженного давлением. В [11] анализ напряженного состояния был проведен на объемной модели. Давление прикладывалось по части цилиндрической поверхности цилиндра в зависимости от положения поршней в цилиндрах. При этом не учитывались технологические канавки в цилиндре, выпускные отверстия в дне блока цилиндров рассматривались в виде прорезей, образованных дугами окружностей (рис.5), и не учитывалось давление на стенки цилиндра вдоль образующей поршня. Осевая нагрузка компенсировалась уравновешивающим давлением с наружной стороны днища.



**Рис. 5** – Зависимость ККН от относительной толщины стенки корпуса; кривая 1 – объемная модель, кривая 2 – плоская модель

Попутно исследовано также влияние толщины дна h корпуса на концентрацию напряжений в придонной части [11]. График зависимости ККН от относительной толщины дна дан на рис.6.



Рис. 6 – Зависимость ККН от относительной толщины дна h

Результаты экспериментального исследования методом фотоупругости на объемных моделях напряженного состояния в придонной части толстостенной трубы, нагруженной внутренним давлением, с днищами различной формы приведены в работе [12]. Были исследованы две модели с плоскими днищами разной толщины (модели 1 и 2) и одна со сферическим днищем (модель 3). В качестве примера на рис.7 представлены графики напряжений, оказавшихся наибольшими, для модели 1. Распределение эквивалентных напряжений, отнесенных к давлению, на внутренней поверхности модели показано справа, а на наружной поверхности - слева. Цифрами даны максимальные значения  $\overline{\sigma}_e$ 



Рис.7 – Распределение относительных эквивалентных  $\overline{\sigma}_e$  напряжений на внутренней (справа) и наружной (слева) поверхностях

В таблице 1 приведены значения ККН  $\alpha_{\sigma}$ , для исследованных моделей, определенные как отношение максимального эквивалентного напряжения  $\sigma_{emax}$ , полученного на моделях, к номинальному эквивалентному напряжению, подсчитанному по формуле (2).

№ модели	ασ	α	R/a	H/a
1	1,63	0,67	0,167	0,67
2	1,18	0,5	0,167	1
3	1,09	0,5	1	1

Таблица 13начения α<sub>σ</sub> для моделей с различными геометрическими параметрами

Для частного случая толстостенной трубы с днищами ( $\alpha = a/b = 0,655$ , R/a = 0,133) (рис.7) в работе [4] получено значение ККН  $\alpha_{\sigma} = 1,28$  ( $\sigma_{emax} = 4,1p$ ), что несколько отли-

чается от результатов, пприведенных в [12]. Это может быть следствием различия в методиках определения ККН.

В этой же работе проведено исследование влияние формы днища, имеющего коническую воронку, на концентрацию напряжений. На рис.8 показаны графики зависимости относительных эквивалентных напряжений  $\overline{\sigma}_{emax}$ , которые могут быть приняты за теоретический ККН при номинальном напряжении  $\sigma_n = p$ , в вершине воронки от относительной глубины воронки  $\overline{s} = s/B$  и относительной толщины днища  $\overline{B} = B/H$  (H = b - a) при фиксированных размерах a = 15 мм, b = 23 мм, R = 2 мм и  $\gamma = 60^{\circ}$ . Из графиков следует, что безопасная глубина конической воронки может составлять до половины толщины днища.



Рис.8 - Графики зависимости  $\overline{\sigma}_{emax}$ , от относительной глубины воронки  $\overline{s} = S/B$  и относительной толщины днища  $\overline{B} = B/H$ 

В работах [13 – 15] приведены результаты экспериментального исследования, выполненного методом оптически чувствительных вклеек, напряженного состояния в полимерной модели элемента прямоугольного корпуса, состоящего из двух цилиндрических полостей, соединенных каналом (r = 14,5 мм, b = 39 мм ( $\alpha = 0,745$ ),  $l_0 = 34$  мм, l = 79 мм, рис.9) при нагружении внутренним давлением обеих полостей. Основное внимание было уделено влиянию формы и размеров соединительного канала на концентрацию напряжений. Было отмечено также возрастание напряжений в зоне перехода от стенок каналов к днищу корпуса, хорошо согласующееся с данными работы [12]. При этом значение ККН оказались несколько меньше приведенного в таблице 1 для модели 2.



Рис. 9 - Модель элемента корпуса с соединительным каналом

На рис.10 справа показано распределение безразмерных эквивалентных напряжений, определенных по критерию наибольших касательных напряжений, на контуре горизонтального соединительного кругового канала диаметром 7 мм канала. Там же слева показано распределение безразмерных эквивалентных напряжений на контуре горизонтального овального соединительного канала (d = 5 мм,  $2b_1 = 9$  мм). За номинальное напряжение принято внутреннее давление. На контуре овального канала происходит выравнивание напряжений и, как следствие, значение ККН  $\alpha_{\sigma}$  снижается с 12,1 до 7,2. <u>При одинаковой</u> <u>площади сечения канала кругового сечения и канала эллиптического или овального сечения приводит к снижению ККН на 30%.</u> Теоретический расчет методом граничных элементов подтвердил эту закономерность [13].



**Рис.10.** Распределение  $\overline{\sigma}_e$  на контуре горизонтальных соединительных овального (слева) и кругового

(справа) каналов

Кроме этого было исследовано методом фотоупругости [15] влияния угла наклона кругового соединительного канала  $\beta$  в плоскости ZX (рис.8) на концентрацию напряжений. Было установлено, что значения ККН практически не зависят от угла наклона канала.

Нагружение короткого цилиндра внутренним давлением по части длины образующей исследовано аналитически с использованием уравнений теории упругости в работе [16]. Рассмотрены четыре варианта трубы – длинная (длина в 10 раз превышает внутренний диаметр) и короткая (длина равна двум диаметрам) каждая с двумя значениями параметра  $\alpha = 1/3$  и  $\alpha = 2/3$ .

На рис.11 показана расчетная схема и приведены графики теоретического ККН  $\alpha_{\sigma}$ , подсчитанного по энергетическому критерию. Сплошные линии соответствует отношению h/a = 10, а штриховые – отношению h/a = 2. В поле графика указаны значения отношения b/a = 3 и b/a = 1,5. Опасное сечение в зависимости от геометрических параметров находится либо вблизи среднего сечения (z = 0), либо на границе нагруженной области.



Рис. 11 – Графики теоретического ККН α<sub>σ</sub>, подсчитанного по энергетическому критерию.

Аналогичная задача была решена экспериментально методом объемной фотоупругости на моделях с размерами a = 12 мм, b = 42 мм, l = 24 мм, h = 5 мм [17, 18]. Внутреннее давление моделировали осевым сжатием сплошного цилиндра, выполненного из резины. Предварительно экспериментально было установлено, что при рабочих нагрузках радиальное давление p, оказываемое на внутреннюю стенку, становится равным осевому давлению  $p_0$ . Там же приведена методика определения коэффициента бокового давления  $\xi = p/p_0$  при прессовании реальных порошков и приведены графики зависимости  $\xi$  от жесткостей матрицы и таблетки. Значение ККН для исследованной модели  $\alpha_{\sigma} = 1,5$ .

## Заключение

Приведенные в настоящем обзоре работы являются дополнением к классическим обзорам, опубликованным ранее. Повышению достоверности и практической ценности результатов определения ККН способствовало во многих случаях использование различных методов исследования – аналитических, численных и экспериментальных.

## Список литературы

- Буланов В.Б., Семенов-Ежов И. Е., Ширшов А. А. Концентрация напряжений в прессовых соединениях деталей // Машиностроение и инженерное образование. 2014. № 2. С. 21–28
- 2. Петерсон Р. Коэффициенты концентрации напряжений. Графики и формулы для расчета конструктивных элементов на прочность: пер. с англ. / пер. И. А. Нечай. М.: Мир, 1977. 302 с. [Пер. изд.: Stress Concentration Factors / R. E. Peterson. New York, 1974. 420 p.]
- 3. Кагаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. Справочник. М.: Машиностроение. 1985. 224 с.
- 4. Семенов-Ежов И.Е., Старшинин В.И., Ширшов А.А. Концентрация напряжений в корпусных деталях под действием внутреннего давления // Вестник машиностроения. 2001. № 10. С. 33-35.
- Дюрелли А., Рейли У. Введение в фотомеханику. (Поляризац.-оптич. метод): Пер. с англ. Б. Н. Ушакова / Под ред. проф. Н. И. Пригоровского. М.: Мир, 1970. 484 с. [Durelli A.J., Riley W.F. Introduction to Photomechanics / A.J. Durelli, W.F. Riley. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall. 1965. 233 p.]
- 6. Савин Г.Н., Тульчий В.Н. Справочник по концентрации напряжений. Киев: Вища школа. 1976. 410 с.
- 7. Ушаков Б.Н., Фролов И.П. Напряжения в композитных конструкциях, М.: Машиностроение. 1979. 133 с.
- 8. Буланов В.Б., Семенов-Ежов И.Е., Ширшов А.А. Концентрация напряжений в окрестности вырезов на внутренней поверхности толстостенной трубы // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1993. № 2. С. 24-27
- Семенов-Ежов И.Е., Старшинин В.И. Напряженно деформированное состояние блока цилиндров аксиально – поршневой гидромашины / Тр. ВЗИТЛП. Вопросы надежности и механики машин, прессов и изделий легкой промышленности. М.: ВЗМИ. 1987. Вып.1, С. 62-65.
- Семенов-Ежов И.Е., Старшинин В.И. Напряженно деформированное состояние многосвязных областей, ограниченных окружностями, при действии натяга и давления // Расчеты на прочность. М.: Машиностроение. 1990. Вып. 31. С. 103–106.
- Семенов-Ежов И.Е., Старшинин В.И., Ширшов А.А., Кауфман И.А. Концентрация напряжений в корпусе аксиально – поршневой гидромашины / Семенов-Ежов И.Е., Старшинин В.И., Ширшов А.А., Кауфман И.А. // Вестник машиностроения. 2001. №10 С. 36-37.

- 12. Махутов Н.А., Фролов К.В., Стекольников В.В., Щепинов В.П. и др. Экспериментальные исследования деформаций и напряжений в водо-водяных энергетических реакторах: монография. М.: Наука. 1990. 296 с.
- 13. Семенов-Ежов И.Е., Сергеев В.А., Ширшов А.А. Концентрация напряжений в соединительных каналах корпусных деталей // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1993. № 1. С. 35-39.
- 14. Семенов-Ежов И.Е., Сергеев В.А., Ширшов А.А. Концентрация напряжений в корпусе гидравлического дросселя // Вестник МГТУ. Сер. Машиностроение. 1994. № 3. С. 17-21.
- 15. Семенов-Ежов И.Е., Степанов Н.А., Ширшов А.А. Концентрация напряжений в наклонных соединительных каналах гидроагрегатов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1994. № 10-12. С. 25-28.
- 16. Колтунов М.А., Васильев Ю.Н., Черных В.А. Упругость и прочность цилиндрических тел. М.: Высшая школа. 1975. 525 с.
- Семенов-Ежов И.Е., Степанов Н.А., Сухарев И.П. Исследование напряжений в матрицах таблеточных прессов // Расчеты на прочность. М.: Машиностроение. 1977. Вып. 18. С. 300 - 307.
- 18. Семенов-Ежов И.Е., Романов К.И., Ширшов А.А. Моделирование процесса осадки цилиндрической заготовки в осесимметричной матрице // Известия высших учебных заведений. Машиностроение.1992. № 7-9. С. 20-23