

Алгоритм проектного расчета планетарных фрикционных передач с цилиндрическими рабочими телами

04, апрель 2015

Воробьев А. Н.^{1,*}, Верещака В. А.¹

УДК: 621.839.36

¹Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

^{*}dm-rk-3@yandex.ru

По сравнению с другими видами передач, фрикционные передачи с цилиндрическими рабочими телами, как правило, обладают лучшими показателями по нагрузочной способности, уровню шума и характеру вибраций. Кроме того, они содержат простые по форме тела качения, обеспечивающие равномерность вращения при высоких скоростях, а также обладают высоким к.п.д. Трибологическими исследованиями установлено [1], что выход из строя механизмов с фрикционными передачами обусловлен повреждением поверхностей рабочих тел, являющимся результатом износа и усталостного выкрашивания. Так как истирание поверхностей рабочих тел является следствием их проскальзывания, то точное определение пути трения при проскальзывании рабочих тел. Необходимого при расчете по критерию износа, затруднительно. Поэтому расчет планетарных фрикционных передач выполнен по контактной прочности, как это принято для зубчатых передач.

Расчет выполнен на примере простой планетарной передачи (рис.1), состоящей из центрального (солнечного) колеса d_1 , охватывающего колеса (эпицикла) d_3 , промежуточных тел (сателлитов) d_2 и водила 4, в пазах которого расположены оси сателлитов.

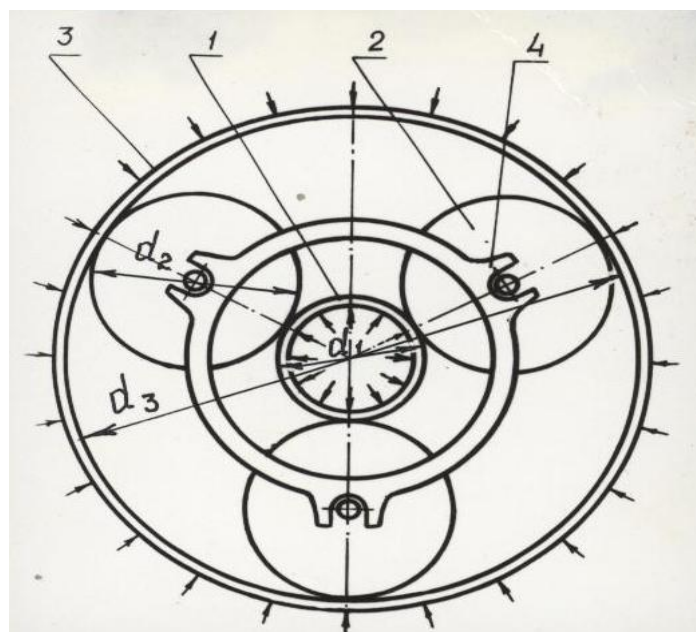


Рис. 1. Планетарная фрикционная передача

Передаточное отношение для простой планетарной передачи, в которой закреплено охватывающее колесо

$$U = 1 + \frac{d_{3\min}}{d_{1\max}}$$

Минимальное передаточное отношение определяется размером подшипников, устанавливаемых в сателлит, а максимальное – соседством сателлитов. Как и для планетарной простой зубчатой передачи интервал рациональных передаточных отношений фрикционной передачи составляет 3,2...12,5. Для получения больших передаточных отношений соединяют последовательно в одном корпусе несколько таких передач.

Если прижатие рабочих тел осуществляют за счет начального натяга при сборке редуктора, который приводит к изменению геометрических размеров рабочих тел, а также деформации в местах приложения сил, то изменяется и теоретическое передаточное отношение. Поэтому после определения геометрических размеров рабочих тел теоретическое передаточное отношение уточняется. В зависимости от исполнительных допусков передаточное отношение будет изменяться в следующих пределах

$$U_{\min} = 1 + \frac{d_{3\min}}{d_{1\max}} \quad U_{\max} = 1 + \frac{d_{3\max}}{d_{1\min}}$$

где $d_{1\min}$ и $d_{1\max}$ - минимальный и максимальный исполнительный диаметр центрального колеса; $d_{3\min}$ и $d_{3\max}$ - минимальный и максимальный исполнительный диаметр охватывающего колеса.

При работе фрикционных передач всегда имеет место упругое скольжение в контакте. Поэтому фактическое передаточное отношение U_{ϕ} несколько меньше теоретического

$$U_{\phi} = U(1 - \xi)$$

где ξ - коэффициент упругого скольжения.

Для стальных рабочих тел из стали ШХ15 коэффициент упругого скольжения ξ , определенный экспериментально в зависимости от нагрузки, имеет значения в диапазоне 0,0002...0,0004 [2]. Малая величина упругого скольжения свидетельствует о том, что разница между теоретическим и фактическим передаточными отношениями ничтожно мала (всегда меньше 0,1%). Поэтому в расчетах силовых фрикционных передач можно принимать равными значения фактического и теоретического передаточных отношений. А расчет вести по теоретическому передаточному отношению U , связанному с геометрическими размерами рабочих тел.

Нагрузочная способность фрикционных передач с валами, разгруженными от сил прижатия рабочих тел, определяется не прочностью валов и ресурсом подшипников, а прочностью рабочих тел. Поэтому рабочие тела могут быть изготовлены из стали с упрочняющей термообработкой, допускающей высокие контактные напряжения на площадках контакта.

В настоящее время еще нет достаточно проверенных рекомендаций по допускаемым контактным напряжениям для фрикционных передач. По условиям контактирования ра-

бочих тел фрикционные передачи наиболее близки к цилиндрическим роликоподшипникам. Поэтому и допускаемые контактные напряжения для фрикционных передач в первом приближении можно допускать такими же, как для роликоподшипников [3].

На основании приведенных в литературе данных для фрикционных тел из закаленных шарикоподшипниковых сталей или высоколегированных сталей, подвергнутых цементации и закалке до 59...63 HRC можно принимать:

$$[\sigma]_{HO} = 2000 \dots 2500 \text{ МПа при работе со смазочным материалом;}$$

$$[\sigma]_{HO} = 2500 \dots 3000 \text{ МПа при работе без смазочного материала.}$$

Для фрикционных передач, рабочие тела которых выполнены из улучшенных сталей с $HB \leq 320$,

$$[\sigma]_{HO} = (3,5 \dots 4,0) HB, \text{ МПа,}$$

где HB – средняя твердость материала, МПа.

Заниженное значение допускаемых контактных напряжений против допускаемых для роликоподшипников объясняется, во-первых, трудностью контроля сил прижатия во фрикционных передачах. В основном, силы прижатия контролируются косвенно по моменту, передаваемому передачей в статических условиях нагружения. Во-вторых, тем, что в контакте фрикционных тел имеются и касательные силы, оказывающие влияние на прочность за счет некоторого увеличения глубинных касательных напряжений.

Приведенные значения допускаемых контактных напряжений для фрикционных тел соответствуют пределам контактной усталости. При ограниченном ресурсе передач допускаемые контактные напряжения следует определять:

При твердости материала $HRC \geq 59$ колесо

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{HO} \cdot \sqrt[9]{\frac{2 \cdot 10^8}{N_{HE}}}$$

При твердости материала $HB \leq 320$

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{HO} \cdot \sqrt[9]{\frac{2 \cdot 10^8}{N_{HE}}}$$

где N_{HE} – эквивалентное число циклов нагружений.

Эквивалентное число циклов нагружений зависит, прежде всего, от характера действия механизма прижатия фрикционной передачи. При постоянном (статическом) механизме прижатия контактные напряжения практически не изменяются с изменением режима нагружения и эквивалентное число цикло нагружений подсчитывается:

$$N_{HE} = 60 \cdot t_{\Sigma} \cdot n \cdot i$$

где t_{Σ} – ресурс передачи, час; n – частота вращения рабочего тела, об/мин.; i – число контактов рабочего тела за один оборот.

Частоту вращения рабочих тел берут, относительно водила « n_4 », т.е. при остановленном водиле

$$n_{14} = /n_1 - n_4 /$$

$$n_{24} = /n_2 - n_4 /$$

$$n_{34} = n_4$$

При расчете числа контактов рабочего тела за один оборот принимают для центрального и охватывающего колес $i = 3$, для сателлитов $i = 2$.

Если силы прижатия рабочих тел изменяются с изменением передаваемой нагрузки, то изменяются и контактные напряжения. С учетом изменения контактных напряжений эквивалентное число циклов

$$N_{HE} = 60 \cdot t_{\Sigma} \cdot n \cdot n_3 \sum_{i=1}^n \left(\frac{T_i}{T_1} \right)^{\frac{m}{2}} \cdot \frac{t_i}{t_{\Sigma}} \cdot \frac{n_i}{n_1}$$

где T_1 , n_1 – крутящий момент и частота вращения, соответствующие режиму с наибольшей нагрузкой; T_i , n_i , t_i – соответственно крутящий момент, частота вращения и время i -го режима нагружения.

Значения T_i , n_i , t_i берутся из циклограммы нагружения.

Фрикционные передачи работают при наличии или отсутствия смазочного материала. Поэтому важным моментом при расчете фрикционных передач является выбор коэффициента трения скольжения.

Коэффициент трения скольжения для фрикционных передач в условиях чистого качения рабочих тел мало изучен. Практически прямых рекомендаций для выбора его значений в специальной технической литературе нет. Дело в том, что во фрикционных передачах качение рабочих тел не сопровождается скольжением, а в литературе имеются лишь данные для коэффициентов трения в зависимости от скорости скольжения.

На основании приведенных в литературе данных и небольшого экспериментального исследования фрикционных передач можно рекомендовать:

$f = 0,05 \dots 0,08$ при работе с жидким смазочным материалом (маслом);

$f = 0,07 \dots 0,09$ при работе с пластичным смазочным материалом;

$f = 0,15 \dots 0,25$ при работ без смазочного материала.

В случае применения фрикционных смазочных материалов коэффициент трения принимается в соответствии с рекомендациями по данному смазочному материалу.

Диаметр центрального (солнечного) колеса из условия сопротивления контактной усталости для стальных рабочих тел:

$$d_1 = 530 \sqrt[3]{\frac{K_{нф} \cdot T_1}{\varphi \cdot f \cdot n_w [\sigma]_H^2} \cdot \frac{U}{U - 2}}$$

где T_1 – момент на ведущем валу, Н·м;

$K_{нф}$ – коэффициент запаса сцепления, зависящий от характера нагрузки ($K = 1,2 \dots 1,4$ при спокойной нагрузке, $K = 1,5 \dots 1,7$ при значительных толчках и вибрациях);

φ – коэффициент ширины рабочих тел, рекомендуется $\varphi = 0,2 \dots 0,8$;

n_w – число сателлитов.

Диаметры охватывающего колеса d_3 и сателлитов d_2 равны

$$d_3 = d_1(U - 1)$$

$$d_2 = 0,5d_3 - d_1 = 0,5d_1(U - 2)$$

Рабочая длина контакта

$$l_w = \varphi d_1$$

Расчетную рабочую длину контакта целесообразно назначать для промежуточных тел, а длину образующих диаметров d_1 и d_3 принимать:

$$l_2 = l_w$$

$$l_1 = l_3 = l_w + (2...4)_{\text{мм}}$$

Если диаметр центрального колеса d_1 принят конструктивно, то передачу проверяют на прочность по контактным напряжениям

$$\sigma_H = 1,23 \cdot 10^4 \sqrt{\frac{K_{H\Phi} \cdot T_1}{d_1^2 \cdot l_w \cdot n_w \cdot f} \cdot \frac{U}{U - 2}} \leq [\sigma]_H$$

После определения геометрических размеров рабочих тел разрабатывается их конструкция. Центральное колесо по причине малых размеров выполняется чаще всего сплошным. При больших размерах центральное колесо, так же, как и сателлиты, выполняется в виде кольца (диска).

Необходимая сила прижатия рабочих тел подсчитывается:

$$F_n = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot K_{H\Phi} \cdot T_l}{d_1 \cdot n_w \cdot f}$$

Для планетарной фрикционной передачи, в которой оси сателлитов подвижны, следует учитывать центробежные силы сателлитов, которые будут уменьшать силу начального прижатия к центральному колесу и увеличивать силу прижатия к охватывающему колесу.

Центробежная сила подсчитывается:

$$F_y = m_c \cdot r_c \cdot \omega_{H2}^2$$

где m_c – масса сателлита вместе с установленными на нем деталями, кг; r_c – расстояние от оси центрального колеса до оси сателлита, м; $\omega_{H2} = (\pi n_4) / 30$ – угловая скорость водила, сек⁻¹.

Для сохранения силы прижатия между центральным колесом и сателлитами в работающей передаче необходимо назначить суммарную силу прижатия, равную:

$$F_{n\Sigma} = F_n + F_y$$

Следует отметить, что при небольших центробежных силах ($F_y \leq 0,2 F_n$) можно не увеличивать силу прижатия. Некоторое снижение запаса сцепления между центральным колесом и сателлитами за счет центробежных сил не является опасным. Во-первых, потому, что наибольшие нагрузки в передаче возникают при пусках, когда центробежных сил

нет. Во-вторых, уменьшение запаса сцепления в работающей передаче компенсируется динамическими силами вращающихся масс.

При небольших центробежных силах может оказаться, что лимитирующими будут контактные напряжения на площадках касания сателлитов с охватывающим колесом. В этом случае для уменьшения действия центробежных сил следует установить кольца на оси сателлитов. Эти кольца будут частично (в зависимости от их жесткости) воспринимать центробежные силы и, таким образом, силы прижатия между центральным колесом и сателлитами будут снижаться в меньшей степени.

Конструктивно прижатие рабочих тел осуществляется либо специальными нажимными устройствами, либо за счет начального натяга рабочих тел при сборке редуктора. Расчет специальных нажимных устройств подробно освещен в технической литературе. Здесь рассмотрено прижатие рабочих тел за счет их начального натяга.

При нагружении рабочих тел сжимающей силой возникают контактные деформации и для тел, имеющих форму кольца – деформации изгиба. Деформации рабочих тел сами по себе не оказывают влияния на работу фрикционной передачи. Однако их знание необходимо для определения натяга.

Контактная деформация для случая касания цилиндров по общей образующей подсчитывается:

$$\delta_H = \frac{2F_n}{\pi \cdot l_w} \left[\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} \left(l_n \frac{d_1}{l_w} + 0,407 \right) + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \left(l_n \frac{d_2}{l_w} + 0,407 \right) \right]$$

где μ_1 и μ_2 – коэффициенты Пуассона материалов рабочих тел; E_1 и E_2 – модули упругости материала рабочих тел.

Для рабочих тел, изготовленных из стали с $\mu=0,3$ и $E=2,12 \cdot 10^5$ МПа, расчетные формулы для деформаций рабочих тел 1 и 2 принимают вид

$$\delta_{H1,2} = 2,75 \cdot 10^{-6} \frac{F_n}{l_w} \left(\ln \frac{d_1 \cdot d_2}{l_{1,2}^2} + 0,814 \right)$$

и рабочих тел 2 и 3

$$\delta_{H2,3} = 2,75 \cdot 10^{-6} \frac{F_n}{l_w} \left(\ln \frac{d_2 \cdot d_3}{l_{2,3}^2} + 0,814 \right)$$

Суммарная контактная деформация равна

$$\delta_{H\Sigma} = 2,75 \cdot 10^{-6} \frac{F_n}{l_w} \left(\ln \frac{d_1 \cdot d_2^2 \cdot d_3}{l_w^4} + 1,628 \right)$$

Деформация изгиба имеет место лишь для рабочих тел кольцевой формы. Ее значение в месте приложения силы прижатия подсчитывается [5]:

$$\delta_F = \frac{F_n \cdot R_0^3}{E \cdot J} \cdot \frac{1}{2 \sin^2 \frac{\pi}{i}} \left(\frac{\pi}{2i} + \frac{1}{4} \sin \frac{2\pi}{i} - \frac{i}{\pi} \sin^2 \frac{\pi}{i} \right)$$

где δ_F – деформация изгиба в направлении силы; R_0 – радиус нейтрального сечения кольца; E – модуль упругости материала кольца; J – момент инерции сечения кольца относительно нейтрального слоя, равный $J = (bh^3)/12$ (b – ширина, h – толщина кольца); i – число сил прижатия, равномерно расположенных по окружности; для сателлитов $i=2$, для центрального и охватывающих колес $i=3$.

Для центрального колеса, выполненного сплошным или в виде диска, а также сателлитов, выполненных в виде диска, изгибные деформации равны нулю.

В общем случае суммарная деформация от изгиба рабочих тел равна:

$$\delta_{F\Sigma} = \delta_{F1} + 2\delta_{F2} + \delta_{F3}$$

Полная радиальная деформация рабочих тел, складывающаяся из контактных и изгибных деформаций, равна их сумме:

$$\delta_{\Sigma} = \delta_{H\Sigma} + \delta_{F\Sigma}$$

При контактировании и обкатывании рабочих тел фрикционной передачи происходит сглаживание шероховатостей рабочих поверхностей. Поэтому при определении измеренной величины деформации учтем и сглаживание шероховатостей. Учет эффекта сглаживания учтем так же, как это делается в соединениях с натягом.

Измеренная величина диаметральной деформации равна:

$$\delta_u = 2 \left[\delta_{\Sigma} + 1,2(R_{Z1} + 2R_{Z2} + R_{Z3}) \right] \approx 2 \left[\delta_{\Sigma} + 5,5(R_{a1} + 2R_{a2} + R_{a3}) \right]$$

где R_{Z1} , R_{Z2} , R_{Z3} – микронеровностей профилей рабочих тел, R_{a1} , R_{a2} , R_{a3} – средние арифметические отклонения профилей рабочих тел.

Для создания силы прижатия рабочих тел F_n необходимо, чтобы минимальный натяг при сборке $N_{\min}$ был не меньше измеренного

$$N_{\min} > \delta_u$$

Подбор допусков для обеспечения $N_{\min}$ удобно выполнить, задавая поле допусков для рабочего тела 1 по $k5$, $k6$ и охватывающего колеса 3 по $K5$, $K6$. Квалитет может быть назначен и более высоким; его выбор зависит от возможностей производственной базы. Далее из уравнения

$$N_{\min} = e_{i1} + e_{i2} + ES_3$$

определяют отклонение промежуточного тела 2:

$$e_{i2} = N_{\min} - e_{i1} - ES_3$$

где e_{i1} , e_{i2} , ES_3 – отклонения рабочих тел 1, 2, 3, мкм. По отклонению промежуточного тела e_{i2} определяют поле допуска этого тела также по 5 или 6 квалитету. Таким образом, обеспечен натяг, гарантирующий создание необходимой силы прижатия рабочих тел.

При сборке с натягом фактическая величина натяга может принимать максимальное значение

$$N_{\max} = eS_1 + eS_2 + EI_3 = N_{\min} + Td_1 + Td_2 + TD_3$$

где eS_1, eS_2 – верхние отклонения для рабочих тел 1 и 2; El_3 – нижнее отклонение для рабочего тела 3; Td_1, Td_2, TD_3 – поля допусков для рабочих тел 1, 2 и 3.

Определение максимального натяга необходимо для проверки на прочность рабочих тел. При реализации максимального натяга сила прижатия будет также максимальной.

$$F_{\max} = F_n \frac{N_{\max}}{N_{\min}}$$

По найденному значению $F_{\max}$ производят проверочный расчет на контактную прочность, на жесткость и прочность охватывающего колеса и сателлитов.

Максимальные контактные напряжения между солнечным колесом и сателлитом

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{\frac{F_{\max} \cdot E_{np}}{b_w} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)} \leq [\sigma]_H$$

Где r_1 и r_2 – радиус солнечного колеса и сателлита.

Для реализации максимальной силы прижатия необходимо обеспечить соответствующую жесткость охватывающего колеса.

Охватывающее колесо может выполняться в виде одной детали отдельно и устанавливаться в корпусе на шлицах, чтобы обеспечить его самоустановку, или вместе с нажимным устройством, плотно в корпусе. Во втором случае необходимо обеспечить плавание центральному колесу. При плотной установке охватывающего колеса в корпус при подсчете его жесткости учитывается жесткость корпуса и всех деталей, имеющих с ним поверхностный контакт.

В сечении охватывающего колеса под действием сил прижатия возникают перерезывающие и нормальные силы и изгибающий момент. Перерезывающие силы малы, а нормальные силы становятся существенными лишь при $i > 8$. Поэтому расчет на жесткость можно вести лишь по максимальному изгибающему моменту, возникающему в охватывающем колесе.

Изгибающий момент подсчитывается

$$M_{\max} = F_{\max} \cdot R_0 \left(\frac{i}{2\pi} - \frac{Ctg \frac{\pi}{i}}{2} \right)$$

Где R_0 – радиус нейтральной оси охватывающего колеса.

Для обеспечения жесткости необходимо выполнение условия

$$\sigma_U = \frac{10^3 M_{\max}}{W} \leq \sigma_n$$

где W – осевой момент сопротивления охватывающего колеса, равный $W = (bh^2) / 6$, мм^3 ; σ_n – предел пропорциональности материала охватывающего колеса.

Если в виде кольца выполняется и центральное колесо, то расчет его на жесткость выполняется аналогично охватывающему колесу [6].

Список литературы

1. Воробьев А.Н., Нажесткин Б.П., Ряховский О.А. Сравнительные испытания механизмов с зубчатыми и фрикционными передачами // Вестник машиностроения. 1997. № 2. С. 3-6.
2. Чесноков В.А. Фрикционные передачи // Тр. ВВИА им. Н.Е. Жуковского. 1954. Вып. 501. 68 с.
3. Перель Л.Я. Подшипники качения. Справочник. М.: Машиностроение. 1983. 543 с.
4. Биргер И.А., Пановко Я.Г. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник в 3 т. Т.2. М.: Машиностроение. 1968. 463 с.
5. Биргер И.А., Пановко Я.Г. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник в 3 т. Т.1. М.: Машиностроение. 1968. 831 с.
6. Воробьев А.Н., Нажесткин Б.П., Ряховский О.А. Основы расчета планетарных фрикционных передач с цилиндрическими рабочими телами // Вестник машиностроения. 1997. № 12. С. 6-9.