

УДК 621.375.826:681.3

## **Численный анализ влияния частотной подставки на выходную характеристику лазерного гироскопа**

Енин В. Н.<sup>1,\*</sup>, Санеев В. И.<sup>1</sup>

\* [enin@bmstu.ru](mailto:enin@bmstu.ru)

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

---

Численным методом исследуется влияние на статическую выходную характеристику ЛГ двух типов частотной подставки: комбинированной подставки, состоящей из гармонического колебания и дополнительного «ошумления» и периодической подставки специального типа без «ошумления». Представлена методика численного анализа динамических зон синхронизации, разработанная с учетом необходимости проведения серий вычислительных экспериментов для получения выходной статической характеристики с погрешностью не хуже 0.005°/час. Проводится сопоставление полученных результатов с результатами ранее проведенных независимых исследований на основе приближенных аналитических, экспериментальных и численных методов

**Ключевые слова:** лазерный гироскоп, ЛГ, погрешности ЛГ, зона синхронизации, гармоническая виброподставка, численный метод, частотная подставка, выходная характеристика

---

### **Введение**

Основной проблемой в технике лазерных гироскопов (ЛГ) является борьба с неприемлемой по величине статической зоной нечувствительности  $\Omega_{ст}$  [1]. Из известного многообразия технических предложений, позволяющих существенно снизить величину зоны нечувствительности без ухудшения других точностных характеристик, например, нестабильности дрейфа нуля, наиболее плодотворным является использование режима периодических крутильных колебаний чувствительного элемента (ЧЭ) ЛГ относительно основания (режим виброподставки (ВП)). Первые теоретические исследования показали [2], что режим периодической ВП позволяет существенно снизить (уменьшить) величину  $\Omega_{ст}$  до величины динамической зоны нечувствительности (в дальнейшем - динамической зоны синхронизации (ДЗС)), что, однако, оказалось недостаточным для прецизионных измерений. Дальнейшее теоретическое исследование обосновало возможность возникновения на выходной характеристике ЛГ дополнительных областей синхронизации высоких порядков на частотах, кратных частоте ВП (параметрическая синхронизация) и

сопоставимых по порядку величины с ДЗС нулевого порядка (динамическая зона захвата (ДЗЗ))[3,4].

В современной практике наиболее распространенным способом снижения погрешностей измерения в областях ДЗС различного порядка является использование комбинированной ВП, состоящей из периодической и шумовой составляющих [1].

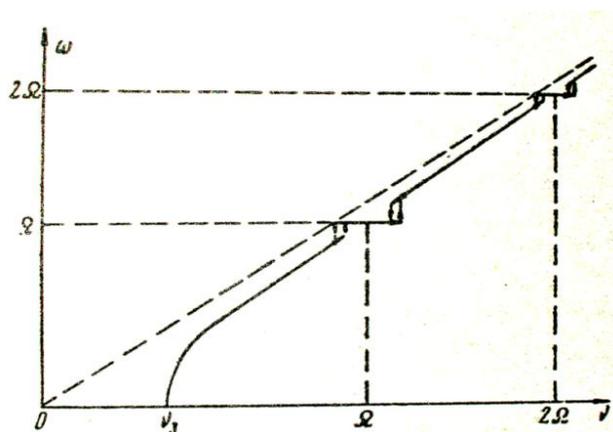
С другой стороны искусственное «ошумление» ВП значительно увеличивает шумы на выходе ЛГ, что обостряет проблему фильтрации выходного сигнала и снижения времени измерения, особенно, в режиме автономной начальной выставки системы ориентации.

Альтернативным вариантам измерения с помощью периодической подставки без «ошумления», например, использование режима периодической ВП специального типа [5], уделяется незаслуженно малое внимание в научной литературе.

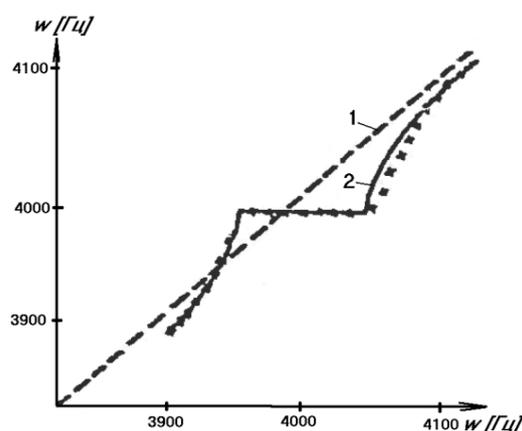
Большинство работ, посвященных ЛГ с комбинированной частотной подставкой, основаны на аналитическом рассмотрении физических основ работы ЛГ, содержат приближенные и зачастую неоднозначные или противоречивые оценки и не предназначены для использования при проектировании.

Проблемы получения адекватных аналитических оценок усложняются при учете реальных (а не идеализированных моделей) параметров «ошумления». Редкие публикации, основанные на базе численных методов [6] не затрагивают весь спектр вопросов по теме статьи, не содержат оценок точности полученных результатов.

В качестве примера на рис. 1...5 представлены выходные характеристики ЛГ, полученные различными авторами в работах [3,4,6,7,8,9]. Существенное отличие характеристик и других результатов работ обусловлено сложностью приближенных аналитических методов и сложностью экспериментальных методов исследования.



**Рис 1** – Выходная характеристика лазерного гироскопа с зонами параметрической синхронизации [3]



**Рис 2** – Уточненная выходная характеристика ЛГ вблизи зоны параметрической синхронизации [4]: 1 – асимптота, 2 – теоретическая кривая, крестиками – экспериментальные точки

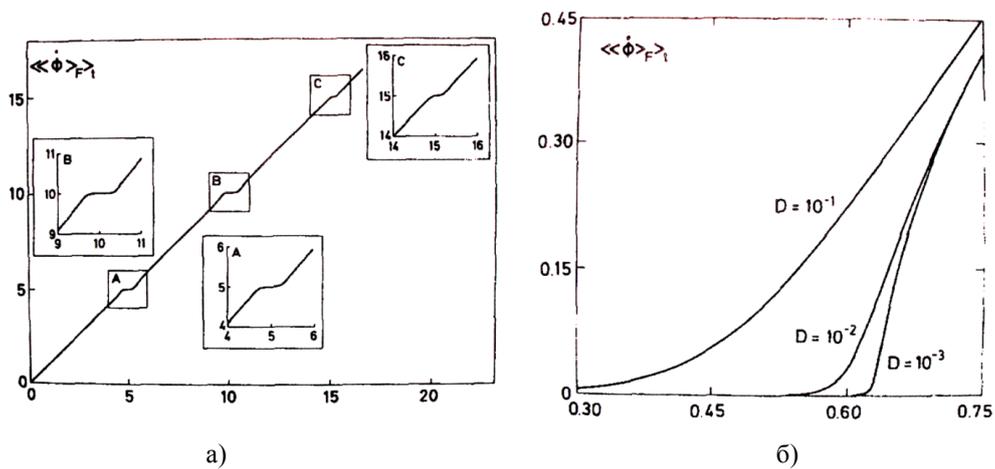


Рис 3 – а) Выходная характеристика лазерного гироскопа с зонами параметрической синхронизации [7], б) зависимость выходной характеристика лазерного гироскопа вблизи динамической зоны синхронизации от амплитуды шума [7].

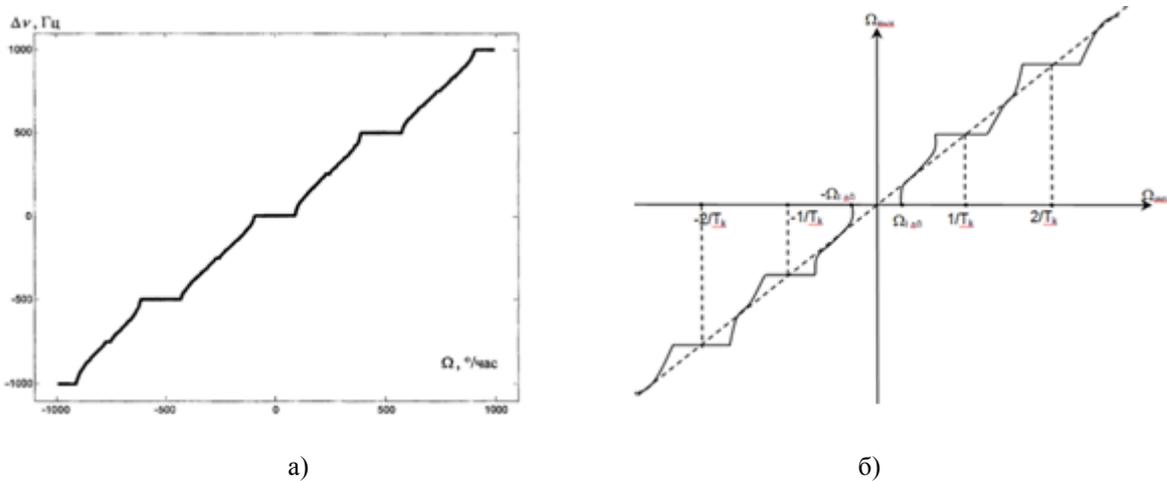


Рис 4 – Выходные характеристики лазерного гироскопа а) по [8], б) по [9].

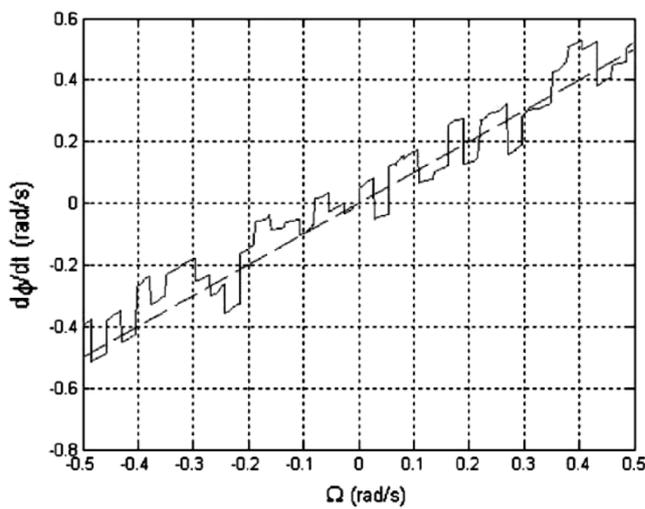


Рис 5 – Выходная характеристика ЛГ вблизи динамической зоны захвата, полученная численным методом [6]

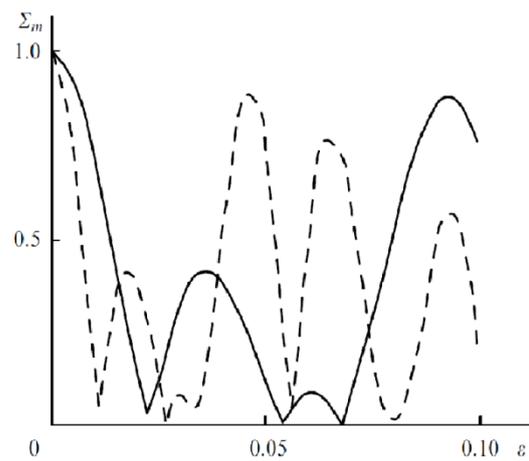


Рис 6 – Зависимость размера ДЗЗ и первой полочки ДЗС (ДЗС<sub>1</sub>) от амплитуды  $\epsilon$  специального модулированного периодического воздействия [5].

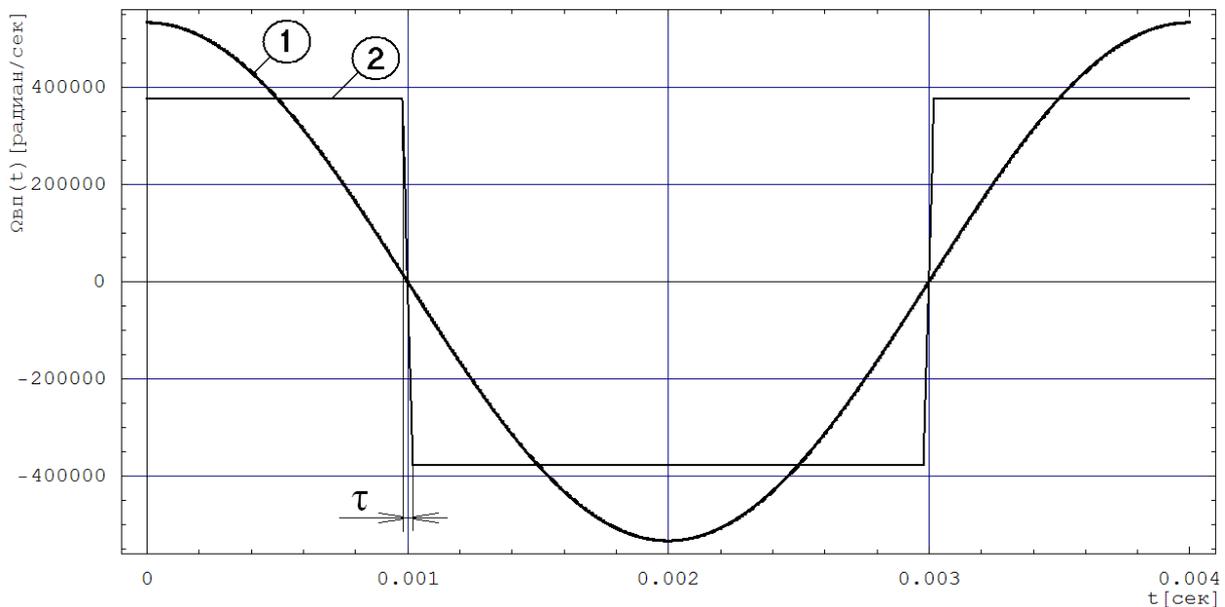
Целью настоящей работы являются:

✓ уточнение численным методом (с точностью, удовлетворяющей современным и перспективным требованиям к ЛГ) степени влияния комбинированной частотной ВП с «ошумлением» и периодической ВП специального типа без ошумления на стационарную выходную характеристику ЛГ с учетом реальных параметров современных ЛГ прецизионного класса;

✓ проверка степени адекватности используемой методики численного анализа на основе сопоставления с результатами независимых аналитических, экспериментальных и численных исследований.

### Математическая модель динамики разности фаз встречных волн для ЛГ с виброподставкой и «ошумлением»

В известном уравнении разности фаз встречных волн [1] учтем наличие ВП  $\Omega_{ВП}(t)$ , которую, для торсионных ЛГ примем в виде гармонического колебания с постоянной частотой и амплитудой, а для ЛГ с магнитооптической частотной подставкой (например, на эффектах Фарадея, Зеемана или Керра) в виде меандра с конечным временем переключения  $\tau$  (рис 7).



**Рис 7** – Вид частотных подставок: (1) – для торсионного ЛГ, (2) – для ЛГ с магнитооптической частотной подставкой.  $\tau$  – время переключения невзаимного смещения частот встречных волн в кольцевом лазере.

Амплитуды частотных подставок выбраны так, чтобы при одинаковых масштабных коэффициентах и одинаковом коэффициенте передачи импульсно-фазового детектора (КИФД) среднеквадратичные значения частот подставок были одинаковы:

$$A_{ВП} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \Omega_{ВП}(t)^2 dt},$$

где  $T$  – период частотной подставки, величина постоянная, равная 0.004 сек при частоте подставки 250 Гц,  $\Omega_{ВП}(t)$  – угловая скорость виброподставки.

В качестве примера выберем значение  $A_{ВП} = 0.6755$  рад/сек или, для скорости изменения разности фаз встречных волн,  $A_{ВП} \cdot K_{п} = 377000$  рад/сек – номинальное среднеквадратичное значение амплитуд частотных подставок. Понятие «номинальное значение» использовано здесь для того, чтобы в дальнейшем при поиске максимального значения ширины ДЗС иметь возможность изменять  $A_{ВП}$  в небольших пределах  $\pm(1-2)\%$  от номинального значения.

При моделировании «ошумления»  $\epsilon(t)$  пренебрежем влиянием, вносимым гармоническим осциллятором, состоящим из моноблока и торсионов, и нелинейностями невзаимного элемента для магнитооптической частотной подставки, обеспечив тем самым тождественность «ошумляющих» воздействий для гироскопов с торсионной и магнитооптической подставкой.

С учетом принятых допущений и упрощений уравнение разности фаз встречных волн [1] и для ЛГ с моноблоком на торсионном подвесе и для ЛГ с магнитооптической частотной подставкой будет иметь вид (1):

$$\varphi'(t) + \Omega_{ст} \cdot K_{п} \cdot \sin(\varphi(t) + \varphi_0) = (\Omega_{ВП}(t) + \epsilon(t) + \Omega_{изм}) \cdot K_{п} \quad (1),$$

где:  $\Omega_{ст}$  – статическая зона захвата в рад/сек;

$$K_{п} = \frac{2\pi}{\left(\frac{МК \cdot КИФД}{60 \cdot 60 \cdot 57.2958}\right)} - \text{коэффициент передачи кольцевого лазера в (рад/сек)/(рад/сек),}$$

отношение скорости изменения разности фаз встречных волн к угловой скорости вращения основания прибора, где МК – общепринятый масштабный коэффициент ЛГ в угл.сек/имп. КИФД (коэффициент передачи импульсно-фазового детектора) – количество импульсов на выходе импульсно-фазового детектора при изменении разности фаз встречных волн на каждые  $2\pi$ ;

$\varphi_0$  – начальная разность фаз встречных волн, при моделировании имеет постоянное значение, равное 0, так как многократные запуски со случайным значением  $\varphi_0$  от запуска к запуску в диапазоне от  $-\pi$  до  $+\pi$  показали отсутствие влияния начального значения разности фаз на статистические параметры разброса выходного сигнала при времени измерения более 50 секунд;

$\Omega_{ВП}(t)$  – угловая скорость, вносимая виброподставкой, в рад/сек;

$\epsilon(t)$  – угловая скорость, вносимая «ошумлением» виброподставки, в рад/сек, состоящего из принудительного искусственного «ошумления»  $\epsilon_{и}(t)$ , выбранная с учетом реального диапазона частот от 30 до 70 Гц с равномерной спектральной плотностью распределения угловых скоростей, также близкой к реальной, и естественных шумов активной среды  $\epsilon_{е}(t)$  в диапазоне частот от 3 до 5000 Гц с равномерной плотностью распределения амплитуд колебаний;

$\Omega_{изм}$  – измеряемая угловая скорость в рад/сек, при моделировании имеет постоянное, не зависящее от времени, значение:

$\Omega_{ст} = 100^\circ/\text{час}$  или  $4.848 \cdot 10^{-4}$  рад/сек, величина постоянная во всех вычислительных экспериментах;

$K_{п} = 558140$  (рад/сек)/(рад/сек) для  $MK=1.161''/\text{импульс}$  и  $KИФД=2$ ;

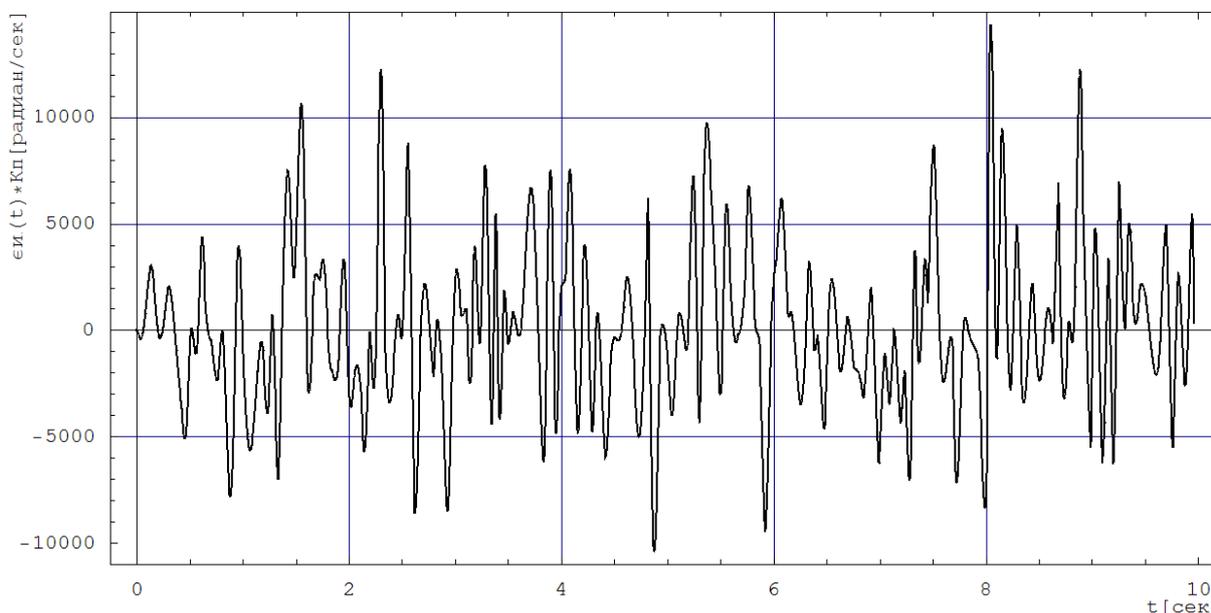
$$A_{\epsilon} = \sqrt{\frac{1}{T_{\text{Тизм}}} \int_0^{T_{\text{Тизм}}} \epsilon(t)^2 dt} \quad - \text{среднеквадратичное значение амплитуды}$$

«ошумляющего» воздействия  $\epsilon(t)$  (рис 8), при моделировании используется отношение  $A_{\epsilon}/A_{ВП}$ , представленное в процентах, где  $T_{\text{Тизм}}$  – время измерения постоянной угловой скорости  $\Omega_{\text{Тизм}}$ ;

$\tau$  – время переключения невзаимного смещения частот встречных волн в кольцевом лазере (рис 7), при моделировании неизменно и равно  $T/50 = 0.00008$  сек;

$\Omega_{\text{Тизм}}$  – величина постоянная в процессе одного вычислительного эксперимента, изменяется от ДЗС к ДЗС и в процессе определения ширины ДЗС.

Для формирования «ошумляющего» воздействия  $\epsilon_{и}(t)$  использован генератор случайных чисел, настроенный на выдачу значений интервалов времени в диапазоне от 0.5/70 сек до 0.5/30 сек с последующим функциональным преобразованием путем интерполяцией 4-го порядка для получения равномерной характеристики спектральной плотности в диапазоне частот от 30 до 70 Гц. Пример «ошумляющего» воздействия  $\epsilon_{и}(t) * K_{п}$  в частотном диапазоне от 30 до 70 Гц при среднеквадратичном значении  $\epsilon_{и}(t) * K_{п}$  амплитуды 3770 рад/сек, составляющей 1% от среднеквадратичного значения амплитуды частотных подставок, показан на рис 8.



**Рис 8** – Пример «ошумляющего» воздействия  $\epsilon_{и}(t) * K_{п}$  при среднеквадратичном значении  $\epsilon_{и}(t) * K_{п}$  3770 рад/сек, составляющей 1% от среднеквадратичного значения амплитуды частотных подставок.

## Оценка требуемой точности моделирования

Стабильность сдвига нуля от запуска к запуску современных прецизионных ЛГ лежит в диапазоне от 0.01°/час до 0.003°/час [10]. Точность математического моделирования динамики разности фаз встречных волн в кольцевом лазере должна быть не хуже достигнутой точности работы серийных приборов.

Полагаем, что математическая модель должна иметь точность вычисления угловой скорости изменения разности фаз ( $\varphi'$ ) выше, чем точность прецизионных ЛГ, то есть  $\Delta\varphi' < 0.0001$  °/час.

На практике, например, часто используется 100 секундное усреднение показаний прибора. При таком времени усреднения и заданной  $\Delta\varphi'$  заданное значение максимальной погрешности вычисления разности фаз не более  $\Delta\varphi = \Delta\varphi' * 100 = 0.01^\circ$ .

Полученные требования к точности  $\Delta\varphi$  и  $\Delta\varphi'$  необходимо обеспечить на фоне  $\Omega_{ВП}(t)$  рис 7, имеющей амплитуду гармонической подставки по скорости 533150 рад/сек при угловой амплитуде 340 рад разности фаз встречных волн. В относительных единицах требования к точности  $\Delta\varphi_{ОТН} = 5 * 10^{-7}$  и  $\Delta\varphi'_{ОТН} = 1.9 * 10^{-10}$ .

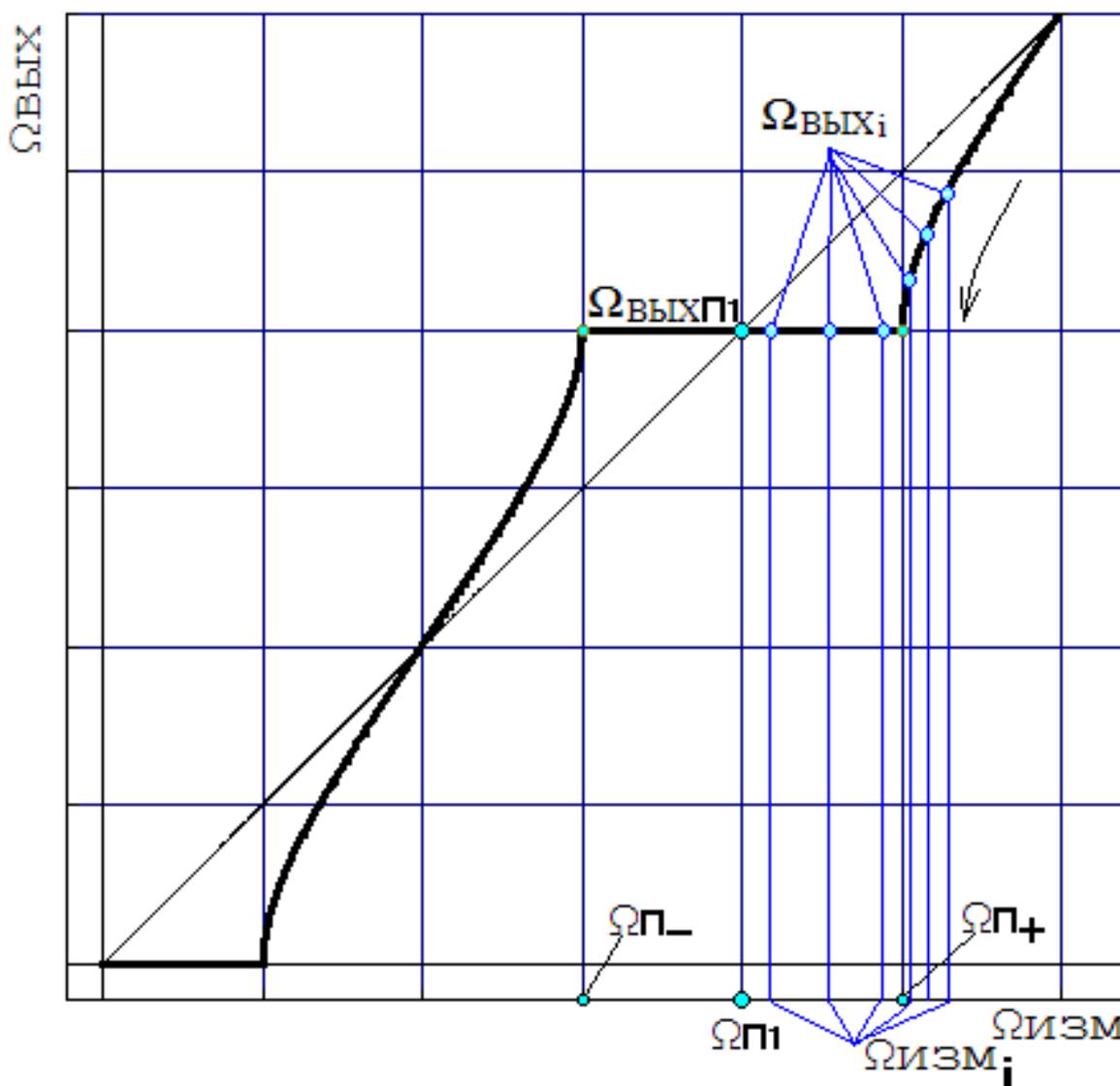
Для достижения требуемой точности моделирования в среде Mathematica Wolfram Research [11] сначала были получены ряд эталонных решений с точностью на несколько порядков выше требуемой с проведением вычислений с числами, имеющими количество значащих разрядов более 30-ти. Затем, в более быстросействующем режиме (с числами имеющими стандартную разрядность 16 знаков) с различными методами и параметрами интегрирования произведен многократных запуск математической модели и сравнение с эталонными решениями. Среди методов в Mathematica были выбраны методы, максимальные по быстросействию и соответствующие требуемым относительным точностям вычислений. Для достижения приемлемого времени проведения серий вычислительных экспериментов расчеты проводились на компьютере с процессором Intel Core i7-4790K 4.0 Гц с полной загрузкой всех 8-ми аппаратных потоков.

### Описание процедуры моделирования и определения величин полочек

При каждом новом запуске генератор случайных чисел настраивается независимо от предыдущих запусков, генерируемые им случайные числа используются для построения новой функции  $\epsilon(t)$  и для определения нового значения  $\varphi_0$ .

Первые 4 секунды моделирования в общий результат не включаются для устранения влияния переходных процессов при включении. Затем с шагом в 1 секунду выходное значение разности фаз встречных волн  $\varphi(t)$  заносится в массив и «проводится» прямая линия регрессии по всем накопленным посекундным значениям  $\varphi(t)$ . Для каждой новой линии регрессии вычисляется ее угол наклона, который определяет выходное приборное значение измеряемой угловой скорости  $\Omega_{ВЫХi}$ . Моделирование  $\varphi(t)$  и определения новых значений  $\Omega_{ВЫХi}$  производится до тех пор, пока в коридоре  $\pm 0.005^\circ/\text{час}$  окажется не менее 40 идущих подряд значений  $\Omega_{ВЫХi}$ .

Определения величин ДЗС с левой ее стороны и с правой производится методом половинного деления отрезка на оси  $\Omega_{изм}$  (рис 9) до тех пор пока процесс определения ширины не сойдется с точностью  $\pm 0.005^\circ/\text{час}$

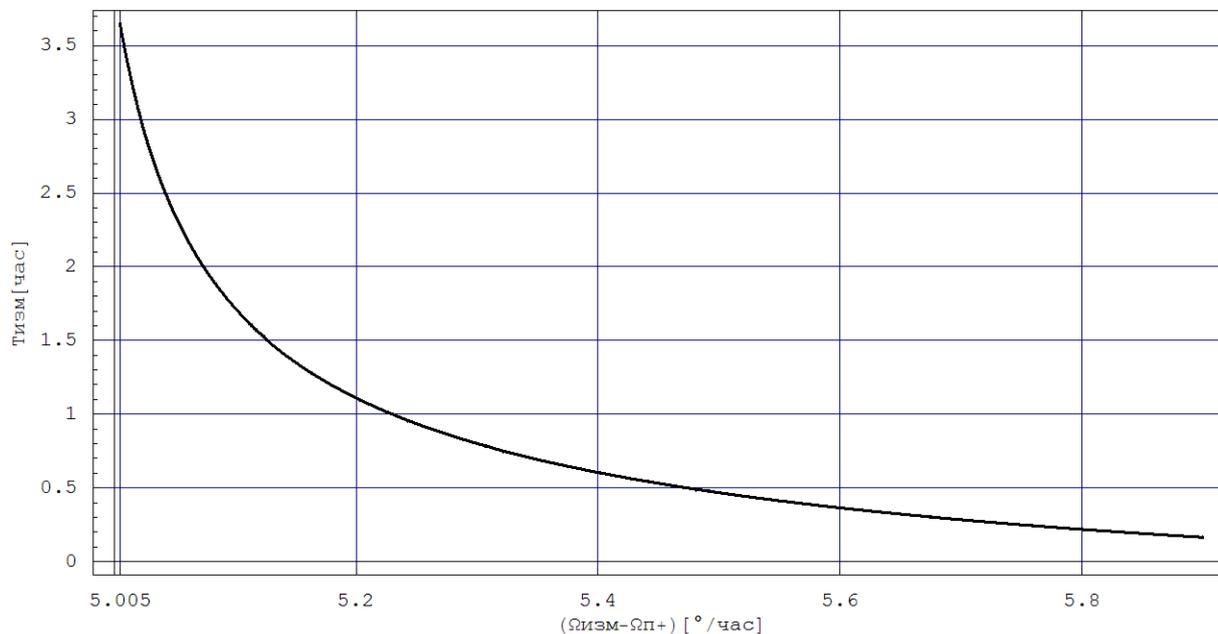


**Рис 9** – Графическое пояснение процедуры поиска ширины ДЗС ( $\Omega_{П-}$ ,  $\Omega_{П+}$  – значения измеряемой угловой скорости, при которых происходит срыв захвата слева и справа.  $(\Omega_{П+} - \Omega_{П-})$  – ширина ДЗС).

Отметим, что вблизи ДЗС при движении  $\Omega_{изм}$  к точке  $\Omega_{П+}$  справа (на рис 9 помечено стрелкой) время измерения  $T_{изм}$  для достижения разброса в запуске выходного значения ЛГ  $\Omega_{ВЫХ}$  не хуже  $0.005^\circ/\text{час}$  резко возрастает и при  $\Omega_{изм} = \Omega_{П+} + 0.005^\circ/\text{час}$  становится около 3.5 часов.

Зависимость времени измерения  $T_{изм}$  (времени, в течение которого производится одноразовое измерение  $\Omega_{изм}$  без изменения каких-либо режимов работы или ориентации прибора или параметров воздействия или прибор) от величины измеряемой угловой

скорости  $\Omega_{изм}$  представлена на рис 10, получена путем численного моделирования уравнения (1) при полном отсутствии «ошумления».



**Рис 10** – Зависимость времени измерения  $T_{изм}$  от  $\Omega_{изм}$  для ограничения разброса выходного значения ЛГ  $\Omega_{вых}$  не хуже  $0.005^\circ/\text{час}$  в процессе моделирования вблизи ДЗС.

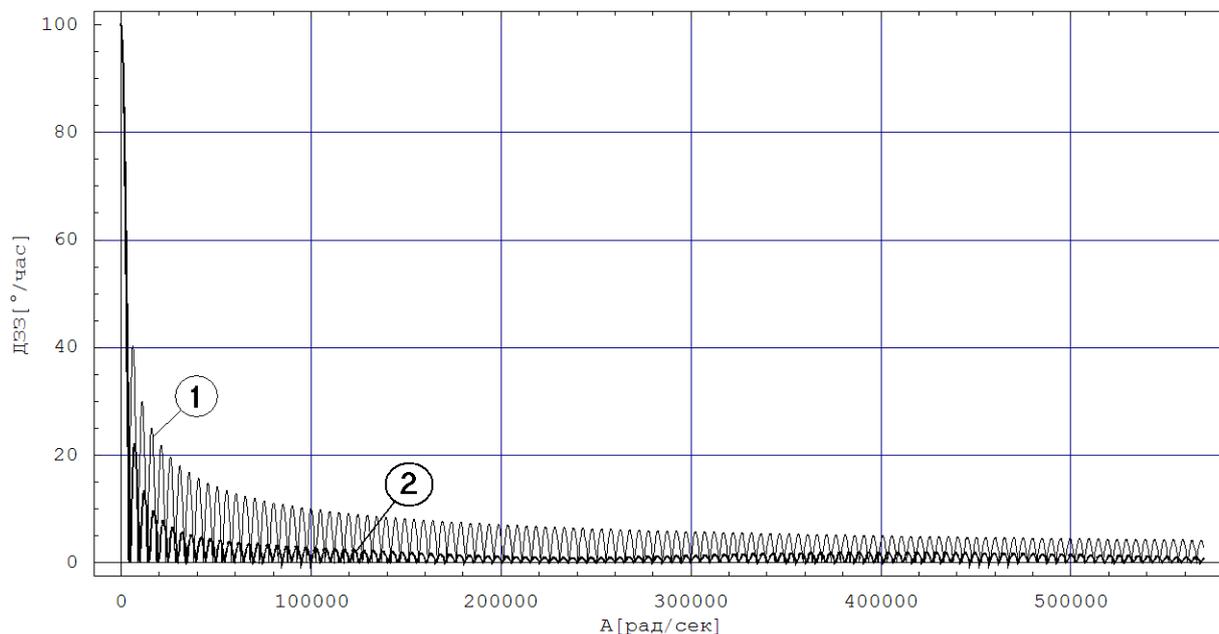
### **Зависимость величин ДЗС от амплитуды подставки в отсутствии «ошумления»**

В [1,2,4,7,9] приводятся выражения для величины ДЗС, полученные аналитическим путем из уравнения (1) без «ошумления» при условии  $A_{вп} \gg \Omega_{ст}$ . В настоящей работе эти зависимости исследованы как для больших амплитуд подставки так и для малых. Результат математического моделирования (рис 11-14) отличается от приближенных решений, представленных в [1,2,4,7,9]. Для больших амплитуд подставок при гармонической подставке величины ДЗС отличаются незначительно (не более 2%), для меандра с переключением – до 27%. Для малых амплитуд подставок отличия и для гармонической подставки и подставки в виде меандра с переключением в отдельных точках достигают 40%. Зависимость ширины (точнее полуширины) ДЗС от амплитуд подставок без «ошумления» показаны на рис 11 и 12.

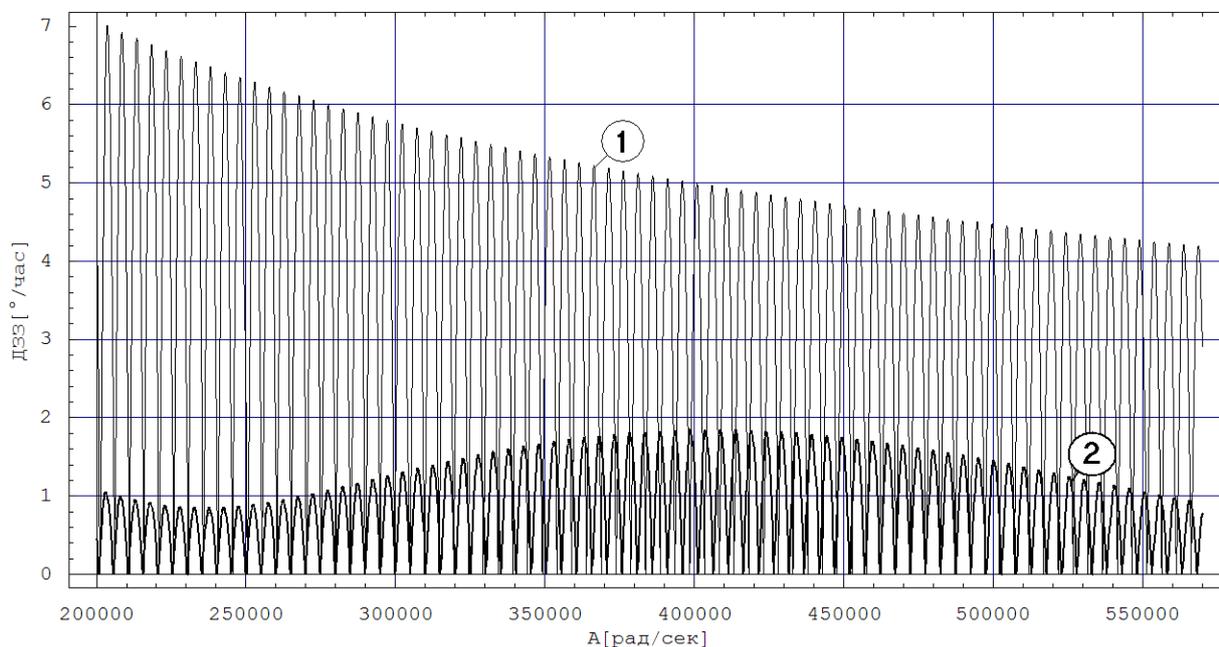
Таким образом, учитывая зависимость размеров ДЗС от амплитуд подставок уточним понятие размера (ширины) ДЗС.

Обозначим через  $ДЗС_{0...N\Omega_{вп}}$  динамические зоны синхронизации (ДЗЗ и полочки синхронизации), определенные для каждого конкретного значения амплитуды подставки

и номера полочки так, что ДЗЗ около нуля измеряемой угловой скорости будет обозначаться  $ДЗС_{0\Omega_{ВП}}$ , (или ДЗЗ), а полочки синхронизации  $ДЗС_{1...N\Omega_{ВП}}$  (рис 12,14).



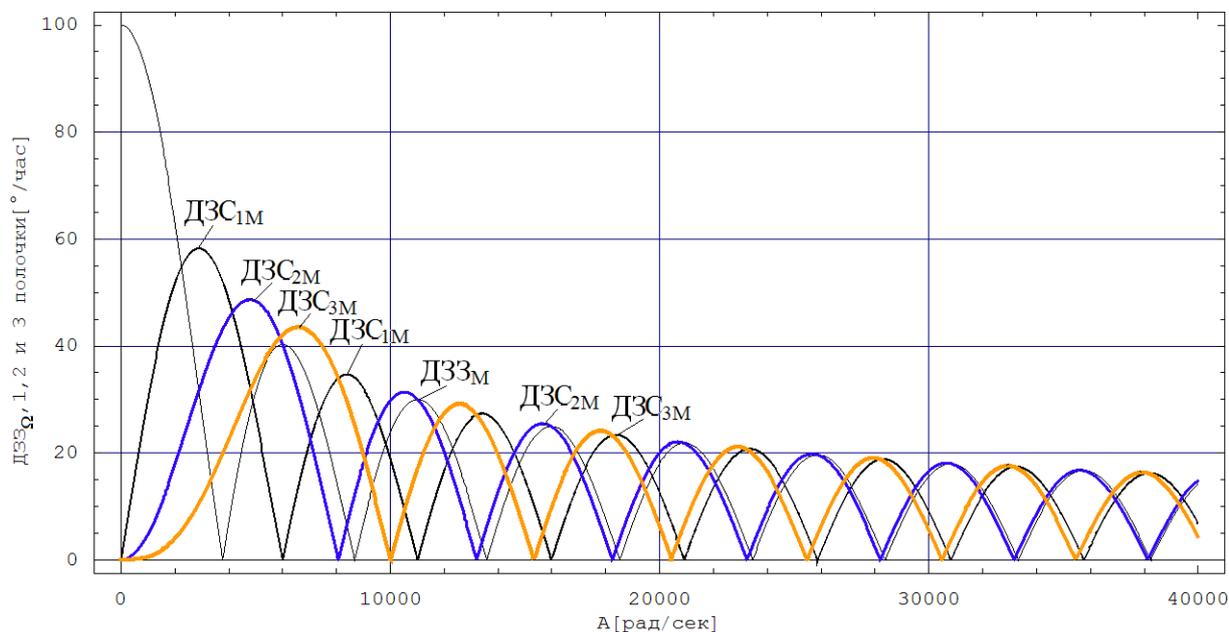
**Рис 11** – Зависимость полуширины ДЗС для (1) – гармонической подставки, (2) – для подставки меандр с переключением.



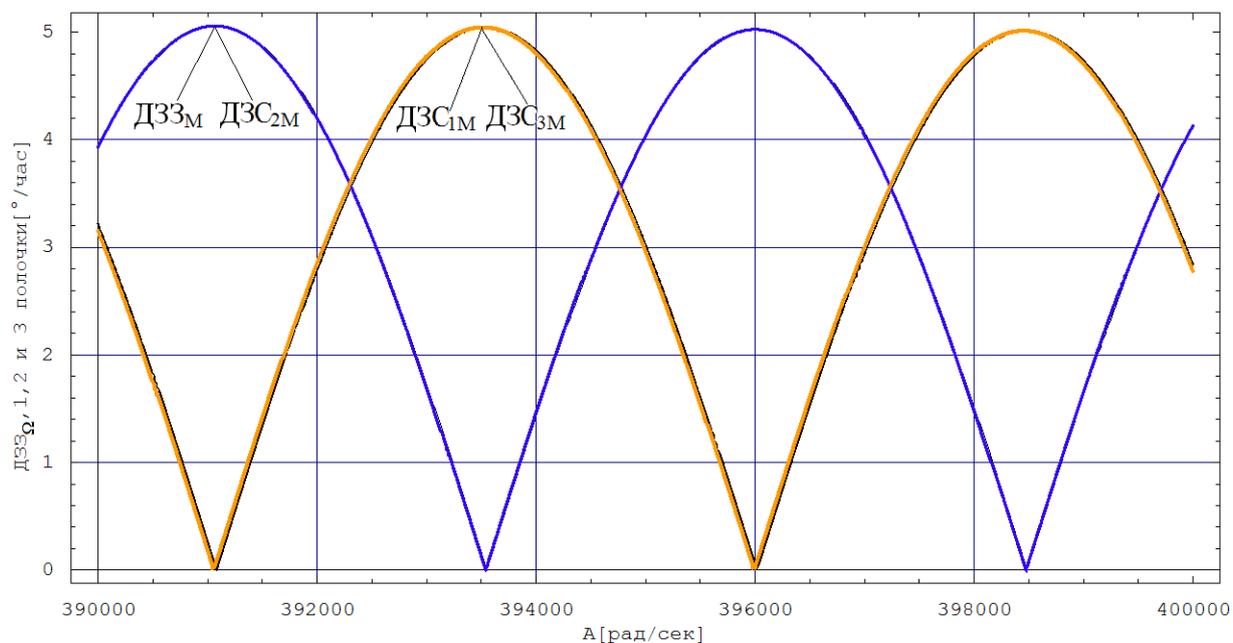
**Рис 12** – Зависимость полуширины ДЗС при больших значениях амплитуды подставки для (1) – гармонической подставки, (2) – для подставки меандр с переключением (увеличенный масштаб правой части рис 11).

Максимальное значение динамической зоны синхронизации, ближайшее к некоторому выбранному значению амплитуды подставки, обозначим как  $DZ_{0...NM}$ .

На рисунках 13 и 14 показаны зависимости полуширины  $DZ_{\Omega_{ВП}}$  для ДЗЗ и первых 3-х полочек от амплитуды гармонической подставки (отдельными точками указаны значения  $DZ_{3M}$ , рис 13,14).



**Рис 13** – Зависимость полуширины  $DZ_{\Omega_{ВП}}$  от амплитуды подставки (отдельными точками указаны значения  $DZ_{3M}$ ).



**Рис 14** – Зависимость полуширины  $DZ_{\Omega_{ВП}}$  от амплитуды подставки для часто применяемых значений амплитуд (отдельными точками указаны значения  $DZ_{3M}$ ).

На рисунке 15 показаны зависимости выходного установившегося значения  $\Omega_{\text{ВЫХ}}$ , полученных путем моделирования процесса измерения постоянной угловой скорости  $\Omega_{\text{ИЗМ}}$  при различных эффективных значениях амплитуды «ошумляющего» воздействия  $\epsilon(t)$ . Фактически графики (1-4) на рис 15 близко прилегают к биссектрисе настолько, что нет возможности показать наглядно, что происходит с размером ДЗС при увеличении амплитуды  $\epsilon(t)$ . Поэтому отклонения от биссектрисы пропорционально увеличены для обеспечения наглядности.

На участках ОА, АВ и ВС изменена на меньшую величину также и  $A_{\text{ВП}}$  для получения максимальных размеров ДЗЗ, ДЗС<sub>1М</sub> и ДЗС<sub>2М</sub>. В отсутствие этого изменения, то есть при постоянном значении  $A_{\text{ВП}}$  для всех значений  $\Omega_{\text{ИЗМ}}$  при максимальной ДЗЗ размер 1-й полочки минимален (см. рис 13).

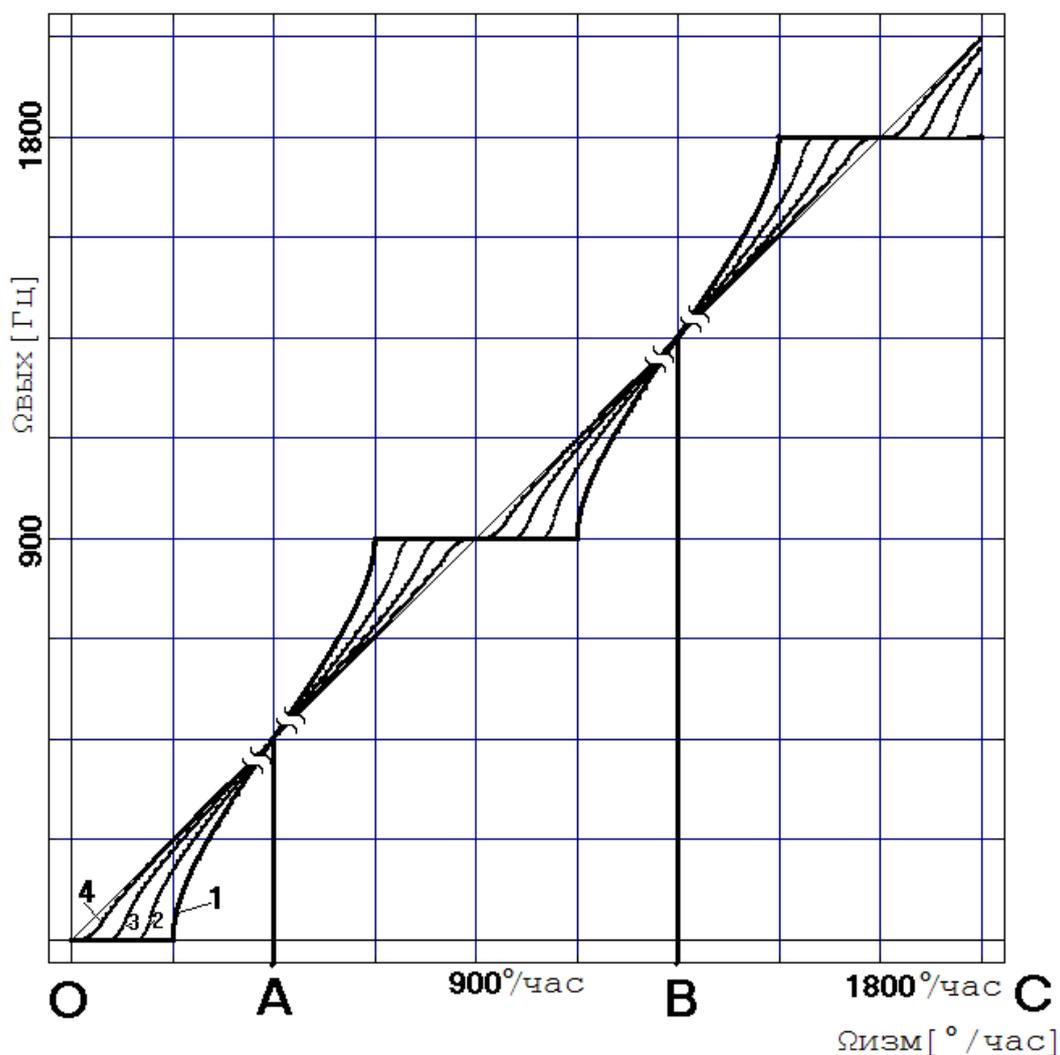
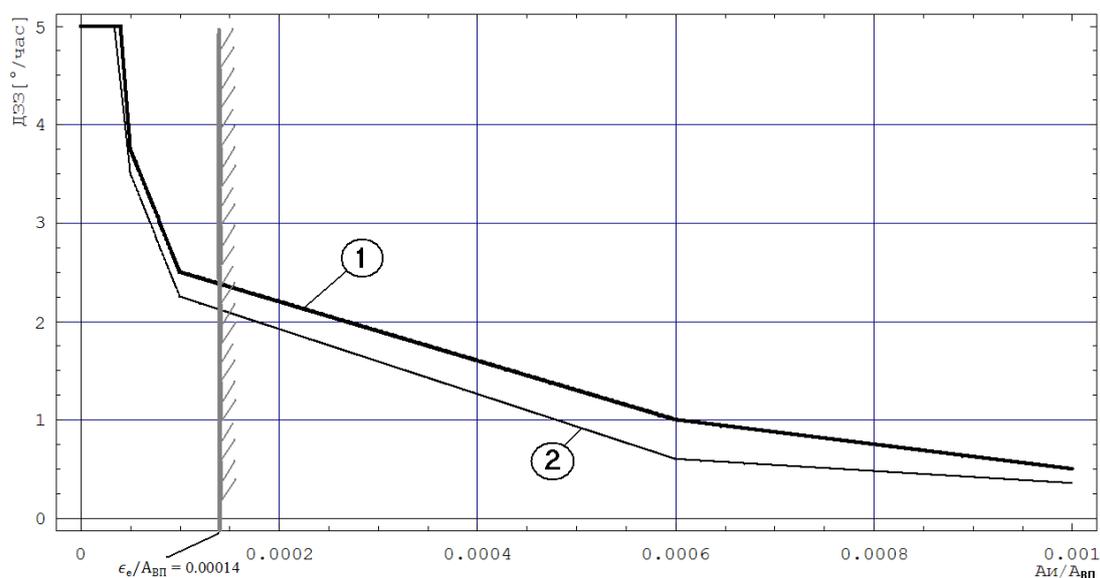


Рис 15 – Статическая выходная характеристика ЛГ. На участках ОА, АВ и ВС значение амплитуды ВП  $A_{\text{ВП}}$  изменено на меньшую величину для получения ДЗЗ<sub>М</sub>, ДЗС<sub>1М</sub> и ДЗС<sub>2М</sub>, (1) для  $A_{\epsilon} = 0$ , (2) для  $A_{\epsilon}/A_{\text{ВП}} = 0.00005$ , (3) для  $A_{\epsilon}/A_{\text{ВП}} = 0.00010$ , (4) для  $A_{\epsilon}/A_{\text{ВП}} = 0.0005$ . (Для наглядности изображения выходной характеристики масштабный коэффициент при моделировании ЛГ выбран равным МК = 1 "/импульс).

Необходимо также отметить, что при значениях  $\Omega_{изм}$  вблизи каждой ДЗС время выхода решения уравнения (1) на установившееся значение резко возрастает, поэтому количество точек графиков на рис 15 ограничено и представленные графики получены путем интерполирования полученных численных значений.

Зависимость ДЗЗ (нулевой ДЗС) для гармонической подставки и подставки в виде меандра с конечным временем переключения от амплитуды «ошумления» представлены на рис 16.

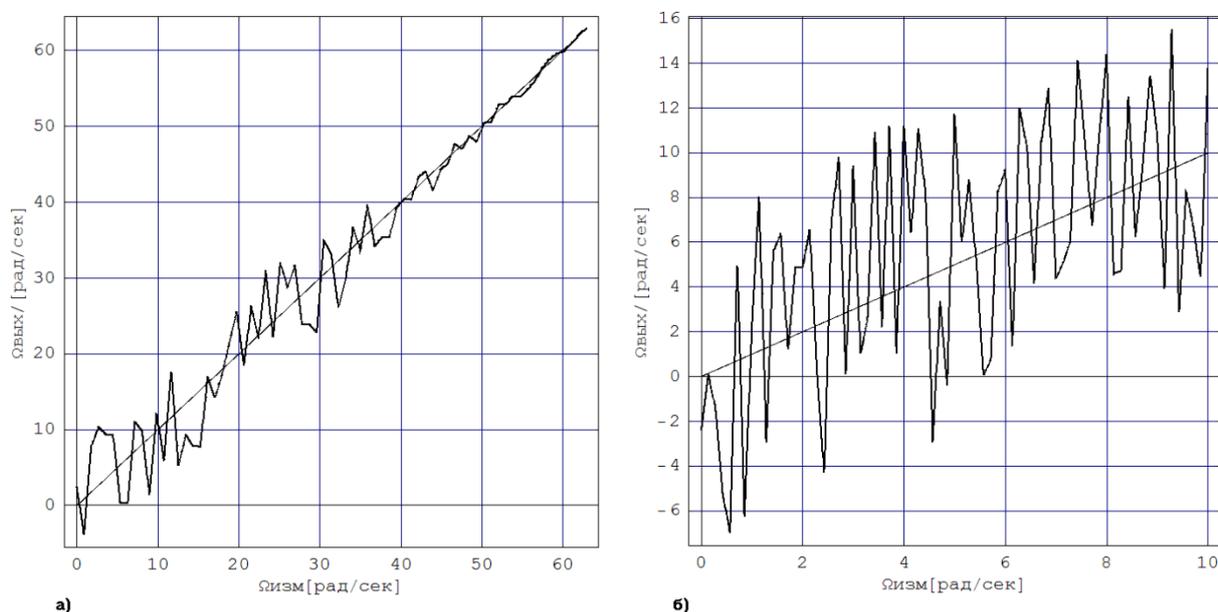


**Рис 16** – Зависимости ДЗЗ от  $A_i/A_{вп}$  для гармонической подставки (1) и меандра с конечным временем переключения для ЛГ с магнитооптической ВП (2). Вертикальной линией отмечена амплитуда естественного ошумления со значением  $A_{\epsilon\epsilon}/A_{вп} = 0.00014$ .

Анализируя зависимость, представленную на рис 16, можно сделать вывод, что естественное «ошумление» с  $A_{\epsilon\epsilon}/A_{вп} = 0.00014$  уменьшает размер ДЗЗ в 2 раза, что подтверждает высокую чувствительность как ДЗЗ (так и всех других ДЗС) к «ошумлению» малой интенсивности.

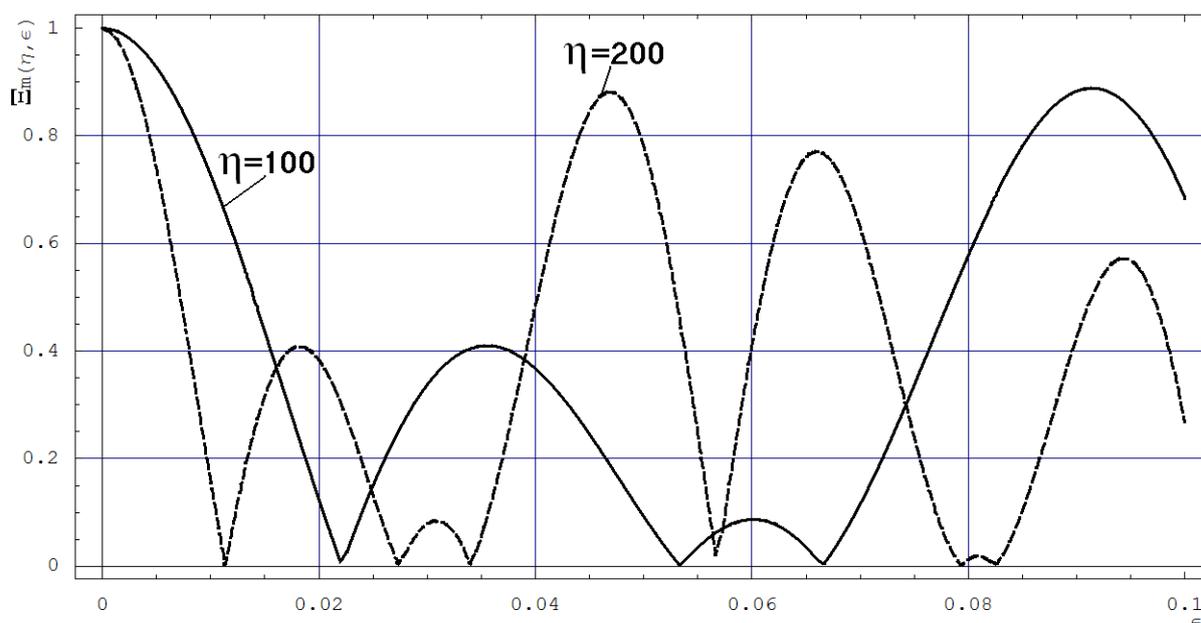
Величина естественного ошумления может меняться от прибора к прибору. Ее влияние становится более заметным с уменьшением периметра лазерного гироскопа. Это означает, что наличие естественного ошумления, вызванного собственными шумами активной среды, может вызывать срыв не только полочек синхронизации, но и ДЗЗ, а также может существенно препятствовать экспериментальному исследованию этого явления. В частности, для приборов с  $A_{\epsilon\epsilon}/A_{вп}$  в три раза меньше 0.00014, экспериментальное исследование ДЗЗ и полочек синхронизации возможно, так как интенсивности естественного ошумления недостаточного для срыва какой-либо зоны синхронизации. Для приборов с  $A_{\epsilon\epsilon}/A_{вп}$  в три раза больше 0.00014, наблюдается полный срыв зон синхронизации, и экспериментальное их исследование при таком уровне шумов уже не представляется возможным.

Сопоставляя результаты численного моделирования, проведенного в настоящей работе, с результатами численного моделирования в [6], отметим следующее. При проведении численного исследования ДЗС необходимо иметь в виду случайный характер данных на выходе ЛГ от запуска к запуску каждого вычислительного эксперимента. В связи с чем для получения выходной стационарной характеристики необходимо многократное проведение запусков вычислительных экспериментов и последующим усреднением получаемых результатов. На рис 17 показаны результаты моделирования процессов измерения постоянной угловой скорости при однократном запуске. Авторам настоящей работы повторить качественных характер выходной характеристики, полученной в [6] и представленной на рис 5, удалось только при однократных запусках вычислительных процессов. Вид повернутого случайного меандра на рис 5 автор работы, видимо, придал выходной характеристики для наглядности изображения.



**Рис 17** – Результаты моделирования выходной характеристики ЛГ при однократном запуске процесса измерения: а) диапазон измеряемых угловых скоростей больше величины ДЗЗ; б) диапазон измеряемых угловых скоростей меньше величины ДЗЗ. Для более наглядного сопоставления с результатами [6] измеряемая угловая скорость приведена к скорости разности фаз встречных волн в рад/сек.

Результаты моделирования зависимости ширины ДЗС от амплитуды специального периодического воздействия  $\epsilon$  (без «ошумления») представлена на рис 18. Полученная численным методом в настоящей работе зависимость ширины ДЗС  $\Xi_m(\eta, \epsilon)$  от амплитуды основной  $\eta$  и амплитуды  $\epsilon$  дополнительных подставок, совпадает с аналогичной зависимостью, полученной аналитическим путем (рис 5б) [5].



**Рис 18** – Зависимости коэффициента уменьшения ширины ДЗС  $\Xi_m(\eta, \epsilon)$  от амплитуды  $\epsilon$  специального периодического воздействия.

Стоит отметить, что существует такое  $\epsilon_{opt}$  (на рис 18 это значение лежит вблизи 0.08), при котором все ДЗС (в том числе и ДЗЗ) имеют размер, близкий к нулю, что сводит к минимуму нелинейность выходной характеристики. Это важная особенность, полученная в [5] аналитически и подтвержденное вычислительным моделированием в настоящей работе, может быть использована в ЛГ с целью повышения точности при измерении малых постоянных угловых скоростей.

### Анализ результатов

Математическое моделирование подтверждает наличие ДЗЗ и ДЗС<sub>1</sub> на рис 1 и 2, однако, смещение центра полочек относительно биссектрисы не наблюдается.

Выходная характеристика рис 3а качественно не совпадает с результатами численного моделирования (2-я полочка имеет относительно большую величину, в этом случае ДЗЗ должна иметь ненулевую величину), а рис 3б – не совпадает количественно (диапазон изменения относительного значения амплитуды ошумляющего воздействия отличается на порядок).

Выходные характеристики на рис 4а,б качественно совпадают с результатом численного моделирования, но при условии подбора амплитуд подставки (по величине  $\pm 1\%$ ) при переходе от одной полочки к другой, на что авторы работ [8] и [9] не указывают, как и многие другие авторы, получающие аналогичный вид выходных характеристик.

Выходная характеристика на рис 5 в [6], является результатом численного моделирования, вероятно, получена при однократном запуске вычислительного процесса имеет значительный разброс вокруг установившегося значения стационарной выходной

характеристики. Для ликвидации такого разброса при построении выходной стационарной характеристики в настоящей работе каждое новое значение  $\Omega_{\text{ВЫХ}}$  для заданной  $\Omega_{\text{ИЗМ}}$  вычислялось как среднее значение нескольких десятков запусков со квазислучайным «ошумлением», генерируемым заново для каждого запуска. Этим объясняется плавное изменение значений выходной стационарной характеристики. При одноразовом запуске (рис 17а,б), особенно при небольших значениях измеряемой угловой скорости, близкой к динамической зоне захвата, выходная характеристика становится похожей на график со случайным забросом значений  $\Omega_{\text{ВЫХ}}$ .

## Выводы

В результате анализа зависимостей  $\Omega_{\text{ВЫХ}}$  от  $\Omega_{\text{ИЗМ}}$ , полученных путем численного решения уравнения (1) при различных амплитудах «ошумляющего» воздействия, можно сделать следующие выводы:

- 1) Размеры ДЗС зависят от амплитуды подставки  $A_{\text{ВП}}$  по закону, близкому к функции Бесселя, особенно при  $A_{\text{ВП}} \gg \Omega ct$ ;
- 2) Максимальные значения размеров (ширины) ДЗС<sub>ИМ</sub>, полученные путем небольшой вариации амплитуды подставки  $A_{\text{ВП}}$ , не изменяются от полочки к полочки и равны друг другу;
- 3) Размеры ДЗС, полученные при постоянной амплитуде подставки  $A_{\text{ВП}}$ , изменяются от полочки к полочки существенно, а характер этого изменения зависит от значения амплитуды подставки  $A_{\text{ВП}}$ . При максимальном значении ДЗЗ первая полочка ДЗС<sub>1ΩВП</sub> обращается при больших  $A_{\text{ВП}}$  в ноль, вторая имеет максимум. Существует такое значение  $A_{\text{ВП}}$ , при котором ДЗЗ и полочки равны друг другу, но при этом они будут иметь значение в  $\sqrt{2}$  раз меньше, чем их максимальные значения ДЗЗ<sub>ИМ</sub> и ДЗС<sub>1...NM</sub>;
- 4) Малое «ошумляющее» воздействие в частотном диапазоне от 30 до 70 Гц при среднеквадратичном значении «ошумления», составляющей 0.00005 от среднеквадратичного значения частотной подставки вызывает частичный срыв синхронизации и уменьшение размеров ДЗС на 20-30%;
- 5) При увеличении амплитуды «ошумляющего» воздействия на порядок (до 0.0005 от среднеквадратичного значения амплитуды частотной подставки) происходит почти полный срыв синхронизации - размеры ДЗС уменьшаются до 10-15% от первоначально значения. Однако при этом наблюдается значительное увеличение разброса (случайной составляющей в выходном сигнале прибора в широком диапазоне частот), что приводит к многократному увеличению времени измерения, либо требует установки сглаживающих фильтров для подавления шумов;
- 6) Для получения плавности стационарной выходной характеристики ЛГ необходимо моделирование серии запусков для одного значения измеряемой угловой скорости. Так например, для получения требуемой сигмы разброса выходного значения с

двумя точными значащими цифрами ( $\pm 1\%$ ) количество запусков должно быть не менее 260;

- 7) Качественное и количественное совпадение результатов численного моделирования с результатами некоторых независимых исследований подтверждает адекватность математической модели ЛГ и использованного метода ее численного решения, а для других исследований дает основания для анализа причин расхождений;
- 8) Приведенная методика численного решения уравнения ЛГ и приведенные уточненные оценки влияния «ошумления» и параметров частотной подставки на выходную характеристику лазерного гироскопа с учетом реальных характеристик приборов могут быть использованы при проектировании ЛГ повышенной точности.

### Список литературы

1. Aronowitz F. Fundamentals of the ring laser gyro // In: Optical gyros and their application. RTO-AG-339 / ed. by D. Loukianov, R. Rodloff, H. Sorg, B. Stieler. RTO/NATO, 1999. Art. no. 3, pp. 3-1 – 3-45.
2. Курятов В.Н., Ланда П.С., Ларионцев Е.Г. Частотные характеристики кольцевого лазера на колеблющейся подставке // Известия вузов. Сер. Радиофизика. 1968. Т. 11, № 12. С.1839-1847.
3. Круглик Г.С., Пестов Э.Г., Покровский В.Р., Куцак А.А. Параметрический резонанс в кольцевом ОКГ // Журнал прикладной спектроскопии. 1970. Т. XII, вып. 3. С. 433-440.
4. Круглик Г.С., Пестов Э.Г., Покровский В.Р., Куцак А.А. О частотной характеристики кольцевого ОКГ вблизи параметрического резонанса // Журнал прикладной спектроскопии. 1970. Т. XIII, вып. 5. С. 913-914.
5. Курятов В.Н., Судаков В.Ф. Динамические зоны синхронизации кольцевого лазера при использовании периодической подставки // Квантовая электроника. 2008. Т. 38, № 8. С. 739-743.
6. Kedong W., Lei Y., Qitai G. The influence of noise on output of Ring Laser Gyroscope // Sensors and Actuators A: Physical. 2005. Vol. 119, no. 1. P. 75-83. DOI: [10.1016/j.sna.2004.09.006](https://doi.org/10.1016/j.sna.2004.09.006)
7. Schleich W., Dobiash P. Noise Analysis of Ring-Laser Gyroscope with Arbitrary Dither // Optics Communications. 1984. Vol. 52, no. 1. P. 63-68. DOI: [10.1016/0030-4018\(84\)90074-9](https://doi.org/10.1016/0030-4018(84)90074-9)
8. Суханов С.В. Методы и алгоритмы повышения точностных характеристик лазерного гироскопа: дис. ... канд. техн. наук. Н.Новгород, 2009. 136 с.
9. Azarova V.V., Golyaev Yu.D., Dmitriev V.G., Drozdov M.S., Melnikov A.V., Nazarenko M.M., Svirin V.N., Soloviova T.I. Zeeman Laser Gyroscope // In: Optical gyros and their

application. RTO-AG-339 / ed. by D. Loukianov, R. Rodloff, H. Sorg, B. Stieler. RTO/NATO, 1999. Art. no. 5, pp. 5-1 – 5-29.

10. Лукьянов Д., Филатов Ю., Голяев Ю., Курятов В., Виноградов В., Шрайбер К.У., Перлмуттер М. 50 лет лазерному гироскопу. Ч. 2 // Фотоника. 2014. № 2. С. 20-37.

11. McIntire T. The Science and Art of Mathematica (about Michael Trott) // Apple science profile, 2007. Available at: <http://www.apple.com/science/profiles/trott/index.html>

## **Numerical Analysis of Frequency Dither Influence on the Output Characteristic of the Ring Laser Gyroscope**

V. N. Enin<sup>1,\*</sup>, V.I. Saneev<sup>1</sup>

\*[enin@bmstu.ru](mailto:enin@bmstu.ru)

<sup>1</sup>Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

---

**Keywords:** ring laser gyroscope, RLG, errors RLG, synchronization zone, harmonic dithering, numerical method, frequency dither, output characteristic

---

Numerical method examines the impact of the static output characteristics of two types of frequency dithering LG: combination dithering consisting of harmonic oscillations and additional frequency noisy and periodic stand without a special frequency noisy type. The paper considers the technique of numerical analysis of dynamic synchronization zones, designed to meet the need for a series of computational experiments for static output characteristics with an accuracy of not worse than 0.005°/hour. A comparison of the results with those of the previously conducted independent research based on the approximate analytical, experimental, and numerical methods has shown qualitative and quantitative differences in the results of some researches and a good agreement with the results of others. The paper provides more accurate assessments of the impact of types and frequency dither parameters on the output stand stationary characteristic of LG with frequency noisiness, which by the nature and to extent is close to the frequency noisiness in devices used in practice.

### **References**

1. Aronowitz F. Fundamentals of the ring laser gyro. In: Loukianov D., Rodloff R., Sorg H., Stieler B., eds. *Optical gyros and their application. RTO-AG-339*. RTO/NATO, 1999, art. no. 3, pp. 3-1 – 3-45.
2. Kuryatov V.N., Landa P.S., Lariontsev E.G. Frequency characteristics of a ring laser on an oscillating support. *Izvestiya vuzov. Ser. Radiofizika*, 1968, vol. 11, no. 12, pp.1839-1847. (English version: *Radiophysics and Quantum Electronics*, 1968, vol. 11, iss. 12, pp. 1040-1046. DOI: [10.1007/BF01032968](https://doi.org/10.1007/BF01032968) ).
3. Kruglik G.S., Pestov E.G., Pokrovskii V.R., Kutsak A.A. Parametric resonance in the ring laser. *Zhurnal prikladnoi spektroskopii*, 1970, vol. 12, iss. 3, pp. 433-440 (English version: *Journal of Applied Spectroscopy*, 1970, vol. 12, iss. 3, pp. 331-337. DOI: [10.1007/BF00615710](https://doi.org/10.1007/BF00615710) ).

4. Kruglik G.S., Pestov E.G., Pokrovskii V.R., Kutsak A.A. Frequency characteristics of a ring laser near parametric resonance. *Zhurnal prikladnoi spektroskopii*, 1970, vol. 13, iss. 5, pp. 913-914. (English version: *Journal of Applied Spectroscopy*, 1970, vol. 13, iss. 5, pp. 1527-1528. DOI: [10.1007/BF00610547](https://doi.org/10.1007/BF00610547) ).
5. Kuryatov V.N., Sudakov V.F. Dynamic synchronisation regions of a ring laser with the use of a periodic support. *Kvantovaya elektronika*, 2008, vol. 38, no. 8, pp. 739-743. (English version: *Quantum Electronics*, 2008, vol. 38, no. 8, pp. 739-743. DOI: [10.1070/QE2008v038n08ABEH013505](https://doi.org/10.1070/QE2008v038n08ABEH013505) ).
6. Kedong W., Lei Y., Qitai G. The influence of noise on output of Ring Laser Gyroscope. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2005, vol. 119, no. 1, pp. 75-83. DOI: [10.1016/j.sna.2004.09.006](https://doi.org/10.1016/j.sna.2004.09.006)
7. Schleich W., Dobiasch P. Noise Analysis of Ring-Laser Gyroscope with Arbitrary Dither. *Optics Communications*, 1984, vol. 52, no. 1, pp. 63-68. DOI: [10.1016/0030-4018\(84\)90074-9](https://doi.org/10.1016/0030-4018(84)90074-9)
8. Sukhanov S.V. *Metody i algoritmy povysheniya tochnostnykh kharakteristik lazernogo giroskopa. Kand. diss.* [Methods and algorithms of improving the accuracy characteristics of a laser gyroscope. Cand. diss.]. N. Novgorod, 2009. 136 p. (in Russian).
9. Azarova V.V., Golyaev Yu.D., Dmitriev V.G., Drozdov M.S., Melnikov A.V., Nazarenko M.M., Svirin V.N., Soloviova T.I. Zeeman Laser Gyroscope. In: Loukianov D., Rodloff R., Sorg H., Stieler B., eds. *Optical gyros and their application. RTO-AG-339*. RTO/NATO, 1999, art. no. 5, pp. 5-1 – 5-29.
10. Luk'yanov D., Filatov Yu., Golyaev Yu., Kuryatov V., Vinogradov V., Shraiber K.U., Perlmutter M. Laser Gyroscope Is 50 Years Old. Part 2. *Fotonika = Photonics*, 2014, no. 2, pp. 20-37. (in Russian).
11. McIntire T. *The Science and Art of Mathematica (about Michael Trott)*. Apple science profile, 2007. Available at: <http://www.apple.com/science/profiles/trott/index.html>