электронный научно-технический журнал
ИНЖЕНЕРНЫЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51036. ISSN 2307-0595

Расчет больших перемещений резинокордной оболочки эласто-винтового движителя от действия локальной нагрузки бессеточным методом

12, декабрь 2014

Сорокин Ф. Д., Попков М. В., Машков К. Ю., Бяков К. Е.

УДК: 629.03 + 539.3

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
mihpmv@gmail.com

Введение

Шнековый (роторно-винтовой) движитель представляет собой два или более вращающихся винтов Архимеда, которые устанавливаются по бортам транспортного средства соосно с направлением движения. Шнекоходы обладают уникальной проходимостью в таких трудных грунтовых условиях, как глубокий снег, песок, переувлажненные болотистые и илистые участки местности. Для некоторых разновидностей опорных оснований данный движитель является практически единственным, способным обеспечивать перемещение машины.

Первый шнекоход был изобретён в 1868 г. Якобом (Джейкобом) Моратом и с тех пор конструкция движителя практически не подвергалась значительным изменениям. При этом существенным недостатком шнекороторного движителя, наряду с затруднениями, возникающими при движении машины по твердым основаниям и высокими энергетическими затратами является низкая адаптивность, вытекающая из жестких конструктивных ограничений, накладываемых уже на этапе проектирования транспортного средства. Возможность варьирования таких конструктивных параметров, как угол наклона винтовой линии и высота лопасти, может значительно повысить адаптивные качества движителя [1, 2]. С этой целью традиционный жесткий шнек предлагается заменить эластичной резинокордной оболочкой, нагруженной внутренним давлением, на поверхность которой изнутри воздействуют ролики вращающихся механизмов (рис. 1).

1. Эласто-винтовой движитель

Принцип работы движителя заключен в следующем. Ролики формируют волну на поверхности резинокордной оболочки, которая имитирует вращение шнека. Наклон меха-

низмов генерации волны и смещение роликов друг относительно друга позволяют формировать лопасти разного угла наклона и высоты.

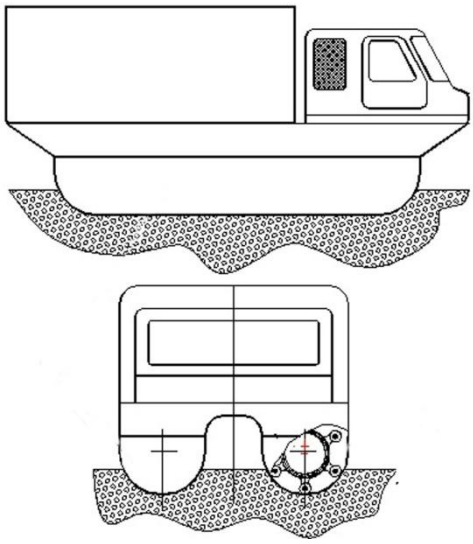


Рис. 1. Транспортное средство с эласто-винтовым движителем

Предлагаемая конструкция эласто-винтового движителя практически не исследована. В работе [2] рассчитано лишь начальное напряженно-деформированное состоянии резинокордной оболочки движителя под действием внутреннего давления. Там же предложена методика вычисления углов укладки нитей, усилий в нитях и формы меридиана оболочки в начальном состоянии.

Ролики при взаимодействии с оболочкой должны формировать волну достаточно большой амплитуды, иначе движитель не будет эффективным. Это означает, что задача расчета напряженно-деформированного состояния оболочки в зоне контакта с роликами является геометрически нелинейной.

В данной статье задача о взаимодействии ролика и резинокордной оболочки движителя решается в обращенной постановке, т.е. предполагается, что контактное давление со стороны ролика на оболочку является известным и рассчитывается форма деформированной поверхности оболочки и натяжения в нитях.

2. Бессеточный метод в приложении к задачам механики резинокордных оболочек

Для решения указанной задачи механики резинокордных оболочек с учетом больших перемещений, авторами был применен бессеточный метод (БМ) [3]. Радиус-вектор деформированной поверхности оболочки задавался набором традиционных базисных функций БМ:

$$\mathbf{r}(s,\varphi,t)=\sum_{i,j}\mathbf{r}_{ij}(t)\,g(s-i\Delta s,\varphi-j\Delta\varphi)$$
$$g(s,\varphi)=\exp\left(-\left(\frac{s}{\Delta s}\right)^2-\left(\frac{\varphi}{\Delta\varphi}\right)^2\right) \quad (1)$$

где s, φ — меридиональная и окружная координаты; Δs, $\Delta\varphi$ — интервалы между узлами бессеточной модели; $g(s,\varphi)$ — базисные функции.

По заданным перемещениям восстанавливались меридиональная, окружная и сдвиговая деформации (из определения тензора Коши-Грина):

$$\varepsilon_1=\frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial s}\right)^2-1\right)$$
$$\varepsilon_2=\frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{R\partial\varphi}\right)^2-1\right)$$
$$\gamma_{12}=\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial s}\cdot\frac{\partial\mathbf{r}}{R\partial\varphi}$$

где R — радиус оболочки.

Деформации нитей правого и левого семейств:

$$\varepsilon_{П}=\varepsilon_1\cos^2\beta+\varepsilon_2\sin^2\beta-\gamma_{12}\cos\beta\sin\beta$$
$$\varepsilon_{Л}=\varepsilon_1\cos^2\beta+\varepsilon_2\sin^2\beta+\gamma_{12}\cos\beta\sin\beta$$

где β — начальный угол наклона нитей.

Полный потенциал резинокордной оболочки состоит из энергий деформации нитей, связующего и потенциала внутреннего давления и внешних нагрузок [4]:

$$\Pi=U_{н}+U_{c}+V,$$
$$U_{н}=\int_s\int_\varphi\left(E_{н}A\frac{\varepsilon_{П}^{\,2}}{2}+E_{н}A\frac{\varepsilon_{Л}^{\,2}}{2}\right)\frac{\nu}{2\pi\cos\beta}\,ds\,d\varphi,$$
$$U_{c}=\int_s\int_\varphi\frac{Eh_{пр}}{2\left(1-\mu^2\right)}\left(\varepsilon_1^{\,2}+2\mu\varepsilon_1\varepsilon_2+\varepsilon_2^{\,2}+\frac{1-\mu}{2}\gamma_{12}^{\,2}\right)ds\,R\,d\varphi, \quad (2)$$
$$V=-\int_s\int_\varphi\left(\frac{p}{3}\mathbf{r}\cdot\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial s}\times\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial\varphi}+R\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}\right)ds\,d\varphi.$$

где $E_{н}A$ — жесткость нитей; ν — количество нитей в полном цилиндре; E — модуль упругости резины; $h_{пр}$ — приведенная толщина по В.Л. Бидерману; μ — коэффициент Пуассона резины ($\mu=0.5$), p — внутреннее давление; q — вектор распределенной нагрузки [Па].

В сокращенном виде полный потенциал (2) упругой системы, которой является резинокордная оболочка, имеет вид:

$$\Pi=\int_s\int_\varphi F\,ds\,d\varphi \quad (3)$$

Уравнения равновесия оболочки получаются при варьировании функционала как необходимые условия экстремума:

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}_s}\right)+\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}_\varphi}\right)-\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}}=\mathbf{0},$$
$$\mathbf{r}_s=\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial s},\quad \mathbf{r}_\varphi=\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi}. \tag{4}$$

При подстановке произвольной функции $\mathbf{r}(s,\varphi)$ в правой части уравнения экстремалей (4) получается не нулевой вектор, а некоторая невязка, которая должна быть минимизирована:

$$\Delta\mathbf{q}=\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}_s}\right)+\frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}_\varphi}\right)-\frac{\partial F}{\partial \mathbf{r}}\to \min \tag{5}$$

Невязки, которые фактически являются неуравновешенными распределёнными нагрузками на поверхности оболочки, минимизировались методом установления за счет медленного изменения координат точек на поверхности. Установление осуществлялось интегрированием уравнений вязкого движения (6) для перемещений узловых точек:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}=-\frac{1}{b}\Delta\mathbf{q} \tag{6}$$

где b — фиктивная вязкость; $\Delta\mathbf{q}$ — невязка уравнений равновесия.

При численном интегрировании уравнения (6) вектор перемещений медленно движется в сторону противоположную невязке. Невязка при этом уменьшается и постепенно достигается положение равновесия. Переход от уравнений в частных производных (6) к обыкновенным дифференциальным уравнениям (7) для перемещений узловых точек осуществлялся по традиционной схеме Б.Г. Галёркина с использованием базисных функций БМ (1):

$$\frac{d\mathbf{r}_{ij}}{dt}=-\frac{1}{\lambda b}\int_{i\Delta s-h_s}^{i\Delta s+h_s}\int_{j\Delta\varphi-h_\varphi}^{j\Delta\varphi+h_\varphi}\Delta\mathbf{q}\,g\left(s-i\Delta s,\varphi-j\Delta\varphi\right)dsd\varphi$$
$$\lambda=\int_{h_s}^{h_s}\int_{-h_\varphi}^{h_\varphi}g^2\left(s,\varphi\right)dsd\varphi \tag{7}$$

где h_s, h_φ — размеры интервала интегрирования по координатам s и φ.

Следует отметить, что в (7) опущено влияние соседних базисных функций, т.е. формулы (7) являются приближенными. Однако это никак не сказывается на результате вычислений, так как при достижении установления левые части (7) оказываются равными нулю, поэтому стремятся к нулю и правые части (7), т.е. невязки уравнений равновесия.

3. Расчётная модель

Поскольку характер деформирования оболочки предполагается локальным, как и нагрузка на неё при воздействии ролика, рассматривается не вся оболочка. БМ при расчёте мягких и сетчатых оболочек (в том числе и резинокордных) в условиях локальной нагрузки позволяет рассматривать лишь область около нагрузки, при этом нет необходимости ставить граничные условия [3].

Для расчёта были приняты следующие параметры резинокордной оболочки: радиус $R = 600$ мм, толщина $h_{пр} = 10$ мм, модуль упругости связующего $E = 3$ МПа, внутреннее давление $p = 0.01$ МПа, угол укладки нитей $\beta = 54.7°$, количество нитей $\nu = 1000$, жёсткость нитей $E_н A = 500$ Н.

Численная реализация выполнялась при следующих параметрах БМ: интервал между узлами по меридиану $\Delta s = 0.05$ м, интервал между узлами по окружной координате $\Delta\varphi = \pi / 20$, количество узлов по меридиональной и окружной координате $n_s = n_\varphi = 5$ (всего 25 узлов БМ).

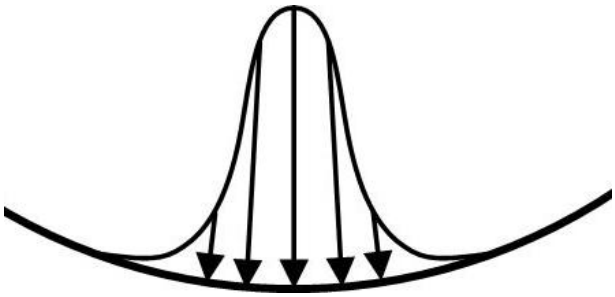


Рис. 2. Распределение нагрузки на оболочку

Воздействие ролика на оболочку было заменено распределённой нагрузкой (см. рис. 2):

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1000\,p \\ 0 \end{pmatrix} g(s,\varphi) \qquad (8)$$

Результаты

По завершении описанного выше процесса установления напряженно-деформированное состояние резинокордной оболочки оказалось найденным. Результатом решения являются форма деформированной поверхности (рис. 3) и усилия в нитях (рис. 4) при заданном распределении контактной нагрузки на резинокордную оболочку.

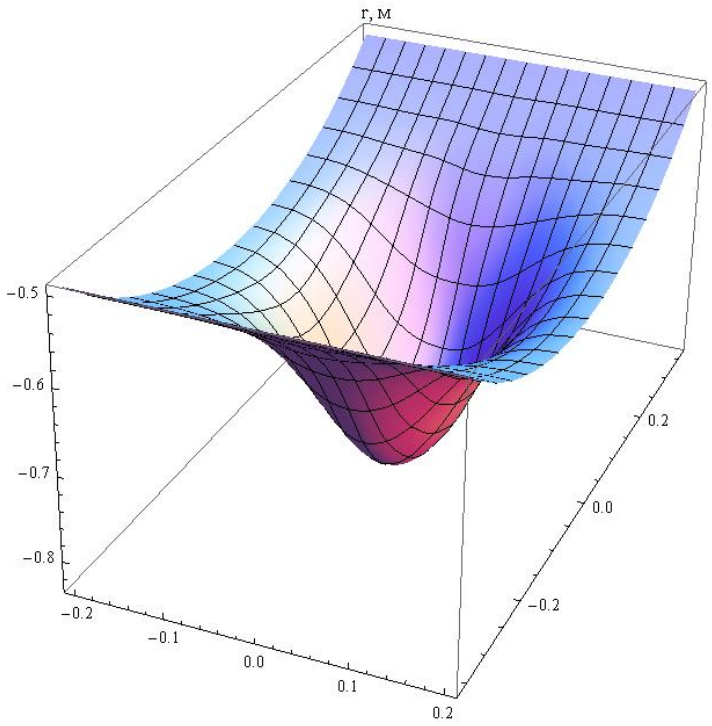


Рис. 3. Форма деформированной поверхности резинокордной оболочки в зоне локального нагружения, м

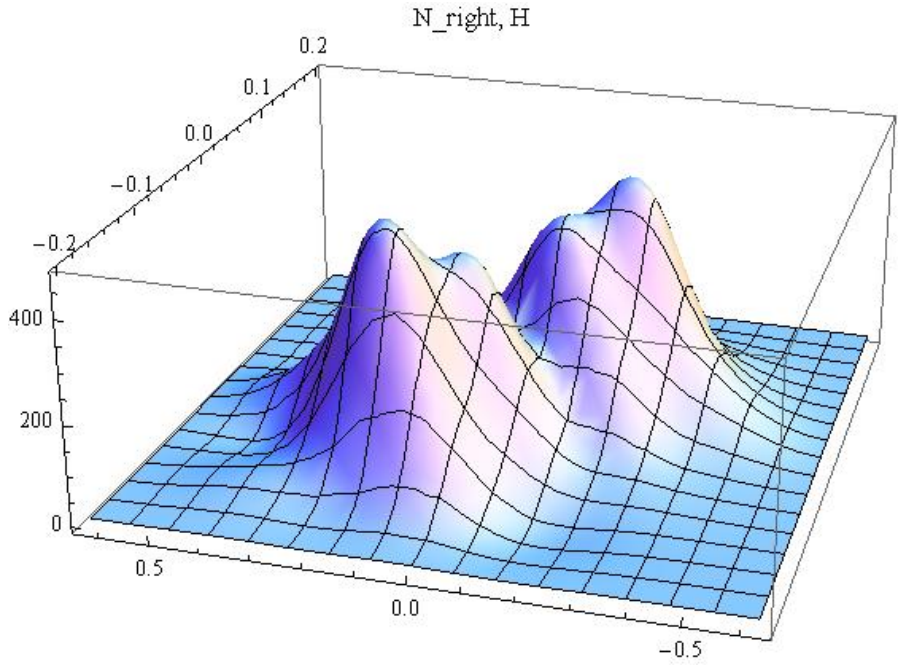


Рис. 4. Натяжение нитей правого семейства деформированной резинокордной оболочки в зоне локального нагружения, Н

Заключение

Продемонстрирована эффективность бессеточного метода в форме метода установления при решении геометрически нелинейных задач механики резинокордных оболочек.

Успешное определение формы деформированной поверхности при заданной нагрузке можно рассматривать как базу для последующего решения контактной задачи о взаимодействии резинокордной оболочки и ролика генератора волн.

Список литературы

1. Наумов В.Н., Бяков К.Е. Улучшение роторно-винтового движителя мобильного робота путем использования технологий эластичной механики // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. Журн. 2012. № 10. Режим доступа: http://engjournal.ru/articles/416/416.pdf (дата обращения 05.12.2014).
2. Бяков К.Е., Чан Ки Ан, Сорокин Ф.Д., Машков К.Ю. Транспортное средство высокой проходимости с эласто-винтовым движителем // Известия вузов. Сер. Машиностроение. 2014. № 5. С. 38–43.
3. Попков М.В., Сорокин Ф.Д. Применение бессеточного метода для расчета взаимодействия опор внутрисосудистого микроробота со стенками кровеносного сосуда // Известия вузов. Сер. Машиностроение. 2014. № 12. С. 13–21.
4. Сорокин Ф.Д. Расчеты сетчатых оболочек при больших перемещениях: дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1990. 159 с.