электронный научно-технический журнал
ИНЖЕНЕРНЫЙ ВЕСТНИК
Издатель ФГБОУ ВПО "МГТУ им. Н.Э. Баумана". Эл No. ФС77-51036. ISSN 2307-0595

Расчет облегченного сегмента составного главного зеркала телескопа

11, ноябрь 2014

проф., д.т.н. Сычев В. В., Ширшов А. А.

УДК: .520.2.062

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
viktorsychev@list.ru

I. Введение

В работах [1,2] описан оригинальный метод изготовления облегченных зеркал, основанный на использовании тетраэдрических структур в качестве силового каркаса оптической отражающей поверхности, позволяющий существенно улучшить технические характеристики зеркал в части

- степени облегчения конструкции зеркала……8-10 раз,
- снижения коэффициента температуропроводности….100-1000 раз,
- избавления от разгрузочной конструкции,
- увеличения жесткости и прочности,
- простоты изготовления и обслуживания,
- снижения себестоимости.

Такие облегченные зеркала могут быть перспективны в части модернизации морально и технически устаревшего 6-метрового Российского телескопа БТА и нескольких других телескопов 1,0-1,5-метрового класса почтенного возраста. Замена деградирующих зеркал на облегченные может придать устаревшим телескопам новое качество.

В России есть опыт в разработке и создании современного класса оптических телескопов с использованием средств адаптивной оптики [3]. Начиная с конца 70-х годов прошлого столетия целый ряд научных и промышленных организаций (ГУП «НПО Астрофизика» - головная) совместно с отраслевыми институтами РАН и ВУЗами страны успешно создавали научно-технический потенциал, позволяющий реализовать самые передовые проекты в области астрономического телескопостроения [4].

Однако этот опыт и потенциал не был должным образом востребован в нашей стране, т.к. наступил период перестройки и акценты актуальности сместились в сторону коммерческих предложений. Образовался разрыв поколений, молодежь ушла зарабатывать деньги на жизнь, а ученые и специалисты, создававшие потенциал и нарабатывающие

опыт в деле создания совершенных телескопов, заметно постарели и невозвратно перешли в категорию пенсионеров. Некому стало передавать этот опыт и потенциал.

Реализация крупного проекта, каковым является адаптивный супертелескоп АСТ-25, возможна только, в частности, с помощью нового метода изготовления облегченных оптических зеркал.

Создание крупных телескопов на базе новых технологий позволит науке и технике решать целый ряд очень важных и неотложных проблем. Одной из таких проблем является, например, проблема астероидной опасности.

II. Расчет облегченного зеркального сегмента

Сегмент составного главного зеркала телескопа (в отечественной литературе чаще всего используется термин «элементарное зеркало») представляет собой пластину в форме правильного шестиугольника, описанного вокруг окружности радиусом R. Конструктивная схема зеркального сегмента показана на рис 1. Один из вариантов реализации такого зеркала представлен на рис. 2. Для придания жесткости зеркалу оно может быть наклеено на пластину из многослойного углепластика, с которой скреплена верхняя ферменная платформа (решетка), набранная из углепластиковых стержней одинаковой длины, образующих равносторонние треугольные звенья. Верхняя решетка соединена с нижней ферменной платформой (решеткой) стержнями той же длины, образуя тетраэдры. К нижней решетке прикреплена шестиугольная пластина из текстолита, которая через жесткое опорное кольцо (на рис.1 не показано) закреплена в трех точках

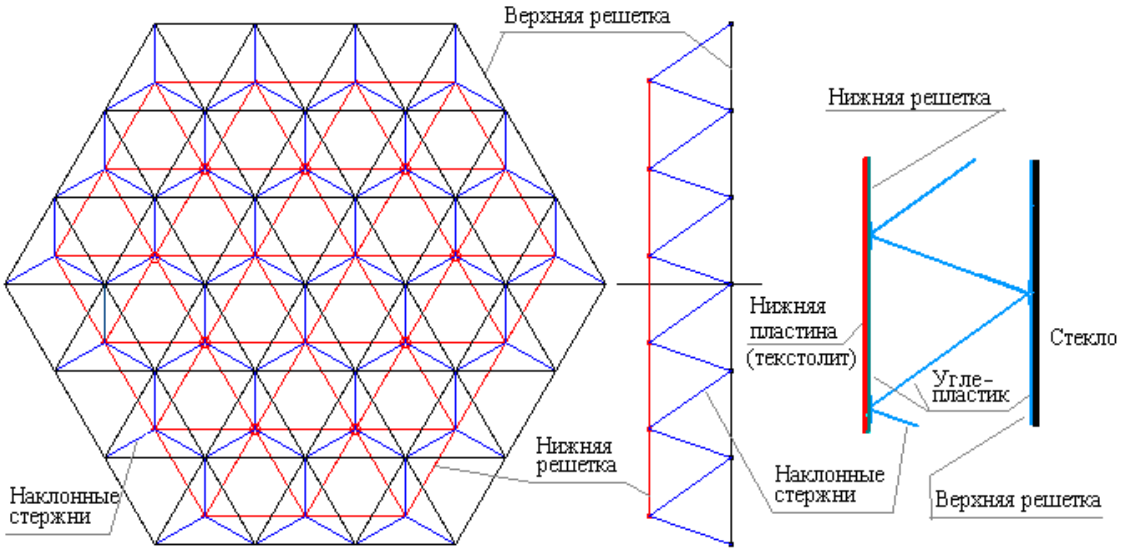

Рис.1 – Конструктивная схема зеркального сегмента телескопа

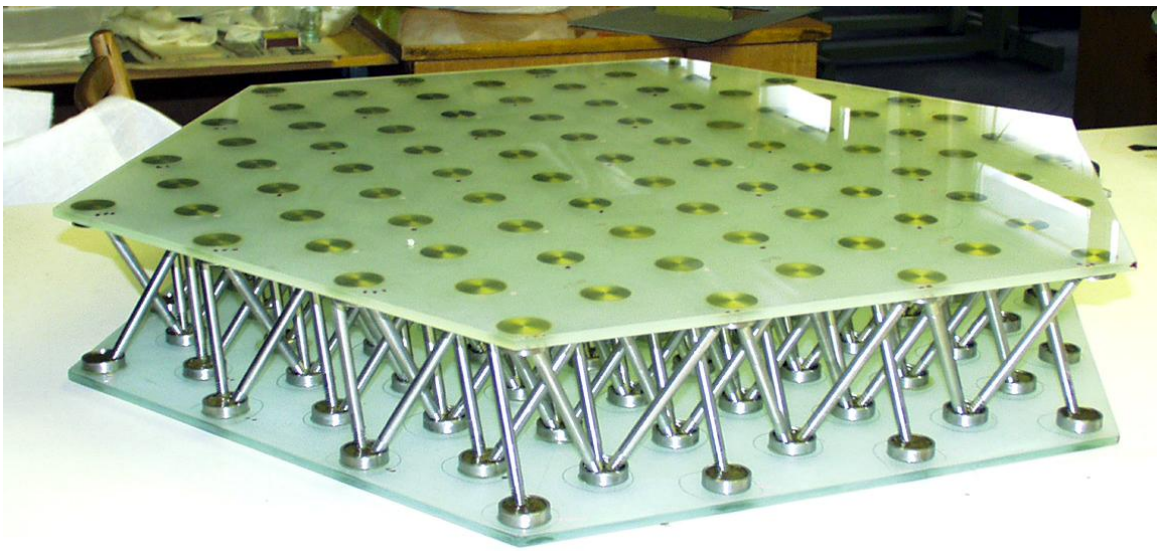

Рис. 2 Вариант реализации облегченного зеркала без отражающего покрытия

В качестве нагрузки выступает вес элементов конструкции и тепловое воздействие.

Определяющим требованием к работоспособности конструкции является высокая жесткость, обеспечивающая минимальные нормальные прогибы верхней пластины. Критерием оценки жесткости зеркала служит среднее квадратичное отклонение (СКО) прогибов.

Сравнительно малое число стержней в платформах и соединительном слое не позволяет использовать континуальную модель многослойной пластины для всего зеркала. По этой причине были выбраны две расчетные схемы. В основу первой расчетной схемы положена пространственная стержневая ферма. К узлам нижнего и верхнего слоев прикреплены мембранные пластины, работающие только на растяжение - сжатие и сдвиг в своих плоскостях. Вторая расчетная схема описывает изгиб верхней многослойной пластины (углепластиковое основание и слой стекла) в пределах отдельного треугольного звена. При этом рассмотрены как внутреннее звено, опирающееся по трем сторонам, так и крайнее звено, опирающееся только по двум сторонам.

Для каждой из расчетных схем выполнялось два расчета, в результате которых определялись вертикальные (нормальные к поверхности зеркала) перемещения:

1) - нагружение конструкции только собственным весом;
2) - только температурное воздействие при $\Delta T = 10°$.

III. Расчет на общий изгиб пространственной стержневой фермы с мембранными пластинами.

Расчет на общий изгиб ферменной платформы с прикрепленными пластинами выполнен на основе метода конечных элементов (МКЭ). Отдельный стержень был представлен отдельным пространственным стержневым конечным элементом [5]. Все стержни фермы имеют одинаковую длину a = 0,192 м. Весь решетчатый каркас был набран из 234

стержневых конечных элементов, причем, нижняя решетка состоит из 63 стержней; верхний каркас - из 90 стержней и соединительный решетчатый каркас из 81 наклонного стержня. Высота тетраэдра, образованного наклонными стержнями h = 0,157 м.

Верхняя и нижняя пластина были набраны треугольными многослойными мембранными конечными элементами, в пределах отдельной треугольной ячейки использовался один конечный элемент. Таким образом, для нижней пластины понадобилось 37 конечных элементов, а для верхней - 54. Суммарное количество узлов - 64. Общее количество узловых перемещений 192. В узлах, соединенных с жестким кольцом и отмеченных красным кружком на рис. 1, были запрещены все перемещения.

Углепластиковые стержни - трубчатые со средним радиусом 15 мм из 10 слоев углепластика КМУ-4 с толщиной слоя δ = 0,12 мм. Структура слоев - [90°/0/45°/45°/0°/45°/-45°/90°/...]; осевая жесткость 7,38 10^6 Н; температурная составляющая осевой силы 9,23 Н/град; погонный вес 1,55 Н/м.

Для нижней пластины из текстолита были приняты следующие механические характеристики [6]: модуль упругости E = 20 ГПа; коэффициент Пуассона μ = 0,3; коэффициент линейного температурного расширения (КЛТР) - α = 10 10^{-6} 1/град; плотность - ρ = 2400 кг/м^3.

В качестве верхнего слоя рассматривалось оптическое стекло со следующими механическими характеристиками: E = 60 ГПа; μ = 0,3; α = 2 10^{-6} 1/град; ρ = 2500 кг/м^3; δ =10 мм.

В качестве материала многослойной верхней пластины был выбран углепластик КМУ - 4 со следующими механическими характеристиками однонаправленного слоя [7]: E_1 = 115 ГПа; E_2 = 28 ГПа; G_{12} = 5,6 ГПа; μ_{12} = 0,33; α_1 = -1,5 10^{-6} 1/град; α_2 = 17 10^{-6} 1/град; ρ = 1400 кг/м^3; δ = 0,12 мм. Здесь E_1 , E_2 , G_{12} - модули упругости на растяжение вдоль направления армирования, в поперечном направлении и модуль сдвига в плоскости слоя соответственно; μ_{12} - коэффициент поперечной деформации при растяжении вдоль направления армирования; α_1 и α_2 - КЛТР вдоль направления армирования и поперек направления армирования соответственно.

За критерий оценки рациональности многослойного пакета принимались наименьшие приведенные мембранные и изгибные коэффициенты температурной деформации.

Для многослойного пакета, воспринимающего мембранные и изгибные силовые факторы, соотношения упругости с учетом температурных деформаций можно представить следующим образом [5]:

$$N = D\,\varepsilon - N_t, \qquad (1)$$

или

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} & C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} & C_{13} & C_{23} & C_{33} \\ C_{11} & C_{22} & C_{13} & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & D_{12} & D_{22} & D_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & D_{13} & D_{23} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_{xt} \\ N_{yt} \\ N_{xyt} \\ M_{xt} \\ M_{yt} \\ M_{xyt} \end{bmatrix},$$

где коэффициенты блока мембранных жесткостей $B_{ij} = \sum_{k=1}^{n} E_{ij}^{[k]} \left(z_{k+1} - z_k \right)$;

коэффициенты блока смешанных жесткостей $C_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} E_{ij}^{[k]} \left(z_{k+1}^2 - z_k^2 \right)$;

коэффициенты блока изгибных жесткостей $D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n} E_{ij}^{[k]} \left(z_{r+1}^3 - z_k^3 \right)$.

Здесь n - число слоев;

z_k, z_{k+1} - нижняя и верхняя координаты k - го слоя (за координатную плоскость z = 0 принята срединная плоскость многослойного пакета);

$E_{ij}^{[k]}$ - коэффициенты упругости k - го слоя, определенные в системе координат конструкции (x, y, z).

$$\left[E_{ij}^{[k]} \right] = E^{[k]} = \beta_{[k]}^T E_*^{[k]} \beta_{[k]}, \qquad (2)$$

$$\beta_{[k]} = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi_k & \sin^2 \varphi_k & \sin \varphi_k \cos \varphi_k \\ \sin^2 \varphi_k & \cos^2 \varphi_k & -\sin \varphi_k \cos \varphi_k \\ -\sin 2\varphi_k & \sin 2\varphi_k & \cos^2 \varphi_k \end{bmatrix},$$

φ_k - угол наклона k - го слоя представляет угол между осью x и направлением армирования;

$$E_*^{[k]} = \begin{bmatrix} \overline{E}_1 & \mu_{21} \overline{E}_1 & 0 \\ \mu_{12} \overline{E}_2 & \overline{E}_2 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix},$$

где $\overline{E}_j = E_j / \left(1 - \mu_{12} \mu_{21} \right)_{j=1,2}$; $\mu_{21} E`_1 = \mu_{12} E_2$.

Для случая равномерного распределения изменения температуры ΔT по толщине многослойного пакета компоненты температурных составляющих силовых факторов N_T вычисляют следующим образом.

$$\left[N_{xt}, N_{yt}, N_{xyt}\right]^T = \sum_{k=1}^{n} \sigma_t^{[k]}\left(z_{k+1} - z_k\right);$$

$$\left[M_{xt}, M_{yt}, M_{xyt}\right]^T = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} \sigma_t^{[k]}\left(z_{k+1}^2 - z_k^2\right); \qquad (3)$$

$$\sigma_t^{[k]} = \left[\sigma_{xt}^{[k]}, \sigma_{yt}^{[k]}, \tau_{xyt}^{[k]}\right]^T; \quad \sigma_t^{[k]} = \beta_{[k]}^T E_*^{[k]} \varepsilon_t^{[k]};$$

$$\varepsilon_t^{[k]} = \left[\alpha_1, \alpha_2, 0\right]^T \Delta T, \qquad (4)$$

Здесь верхний индекс T соответствует операции транспонирования.

При отсутствии силового воздействия на пластину внутренние силовые факторы N равны нулю и, следовательно, из (1)

$$\varepsilon = D^{-1} N_t. \qquad (5)$$

Вычислим компоненты N_t, при ΔT = 1°, на основании соотношений (3, 4). Для компонент вектора-столбца ε (5) введем следующие обозначения:

$$\alpha_x = \varepsilon_x; \alpha_y = \varepsilon_y; \alpha_{xy} = \gamma_x; \beta_x = \kappa_x h; \beta_y = \kappa_y h; \beta_{xy} = \chi_{xy} h,$$

где h - суммарная толщина многослойного пакета.

Коэффициенты $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_{xy}$ характеризуют мембранные температурные деформации; коэффициенты $\beta_x, \beta_y, \beta_{xy}$ характеризуют кривизну и крутку пластины при изменении температуры.

Средние модули многослойного пакета можно определить через мембранные жесткости:

$$\mu_{yx} = B_{12}/B_{11}; \; \mu_{xy} = B_{12}/B_{22};$$

$$E_x = B_{11}\left(1 - \mu_{xy}\mu_{xy}\right)/h;$$

$$E_y = B_{22}\left(1 - \mu_{xy}\mu_{xy}\right)/h; \quad G_{xy} = B_{33}/h.$$

Разность модулей E_x, E_y характеризует анизотропию упругих свойств многослойного пакета.

При выборе рациональной структуры основания верхней панели были исследованы три варианта многослойного углепластика. Для каждого варианта вычислялись механические характеристики при изменении ориентации системы координат конструкции от 0° до 180°. Результаты расчетов сведены в таблицу 1.

Таблица 1 Диапазоны изменения механических характеристик многослойного основания при изменении ориентации системы координат конструкции от 0° до 180°.

Параметры	Структура многослойного основания		
	[(30°/90°/-30°)$_3$]	**[(90°/0°/0°/90°)$_2$]**	**[(30°/90°/-30°)$_2$/(-30°/90°/30°)$_2$]**
Число слоев	9	8	12
Толщина [мм]	1,08	0,96	1,44
$E_x = E_y$ [ГПа]	52,4...52,4	72...19	52,4...52,4
G_{xy} [ГПа]	20,4...20,4	5..35	20,4...20,4
$\alpha_x \cdot 10^{-6}$	2,9...2,1	2,2	2,2...2,2
$\alpha_y \cdot 10^{-6}$	2,1...2,9	2,2	2,2...2,2
$\alpha_{xy} \cdot 10^{-6}$	± 0,74	0	0
$\beta_x \cdot 10^{-6}$	± 8	0	0
$\beta_y \cdot 10^{-6}$	± 8	0	0
$\beta_{xy} \cdot 10^{-6}$	± 16	0	0

Недостатком 9-слойной структуры [(30°/90°/-30°)$_3$] является то, что для нее характерны разные значения КЛТР ($\alpha_x \neq \alpha_y$; $\alpha_{xy} \neq 0$; $\beta_x \neq 0$; $\beta_y \neq 0$; $\beta_{xy} \neq 0$). При изготовлении такой панели будет происходить коробление, включающее сдвиг, изменение кривизны и крутку. Этого недостатка нет в следующих структурах: 8-слойной [(90°/0°/0°/90°)$_2$] и 12-слойной [(30°/90°/-30°)$_2$/(-30°/90°/30°)$_2$]. Однако, в 8-слойном углепластике сильно меняются модули. Для расчета была выбрана 12-слойная структура. Эта структура является квазиизотропной и механические характеристики, такие как модуль упругости и КЛТР, близки к механическим характеристикам оптического стекла (различие по модулям не более 13%, по КЛТР -10%). Структура имеет симметричный относительно срединной поверхности пакет, поэтому коробления при изготовлении не ожидается.

Было проведено два типа расчетов на общий изгиб пространственной стержневой фермы: на воздействие собственного веса и на тепловое воздействие.

Первый расчет на общий изгиб ферменной платформы с прикрепленными пластинами выполнялся при действии нагрузки от собственного веса. На рис. 3 даны (цветные) изолинии нормального перемещения. Наибольшие по абсолютной величине наблюдаются на краях пластины и составляют 8 10^{-4} мм. Прогиб центральной части около 4 10^{-4} мм.

Второй расчет на общий изгиб ферменной платформы с прикрепленными пластинами выполнялся на тепловое воздействие без учета нагрузки от собственного веса. Изолинии (цветные) нормального перемещения верхней пластины при тепловом воздействии (равномерный нагрев $\Delta T = 10$ К) показаны на рис.4.

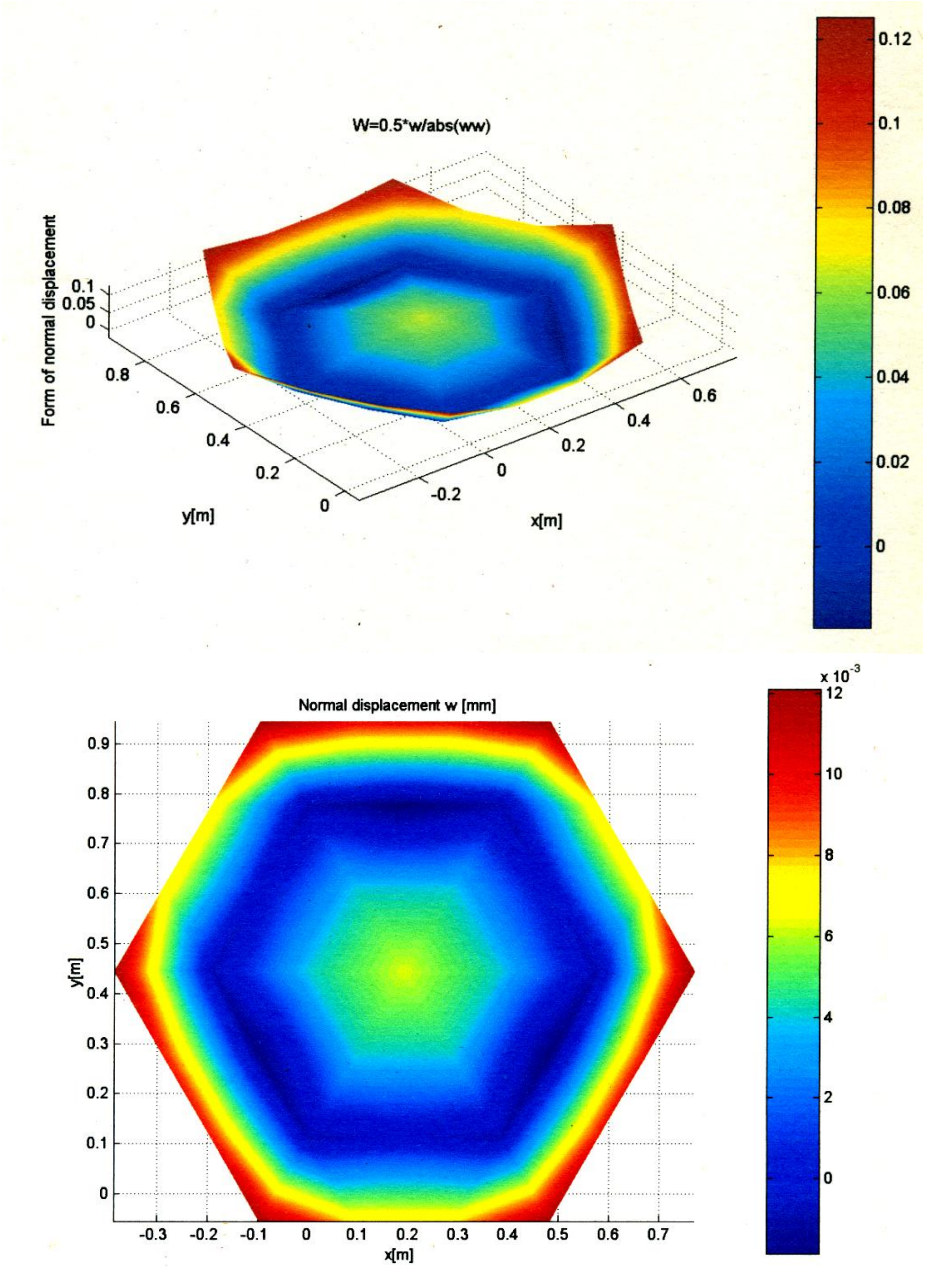

Рис. 3 - Изолинии нормального перемещения зеркала из-за изгиба ферменной платформы при действии нагрузки от собственного веса

Из анализа рис. 3 и 4 видно, что верхняя пластина принимает форму вогнутого купола. При отрицательном перепаде температуры верхняя пластина примет форму выпуклого купола и прогибы на краях пластины будут отрицательны.

Наибольшее нормальное перемещение имеет место на краях пластины, достигая 1,2 10^{-3} мм/градус. такая форма деформирования объясняется тем, что КЛТР нижней пластины (текстолит) больше приведенного КЛТР верхней пластины. При нагреве нижняя пластина в большей степени увеличивает свои размеры, чем верхняя. Следует отметить, что прогибы от температурных деформаций при изменении температуры на 1 градус имеют тот же порядок что и прогибы от действия собственного веса.

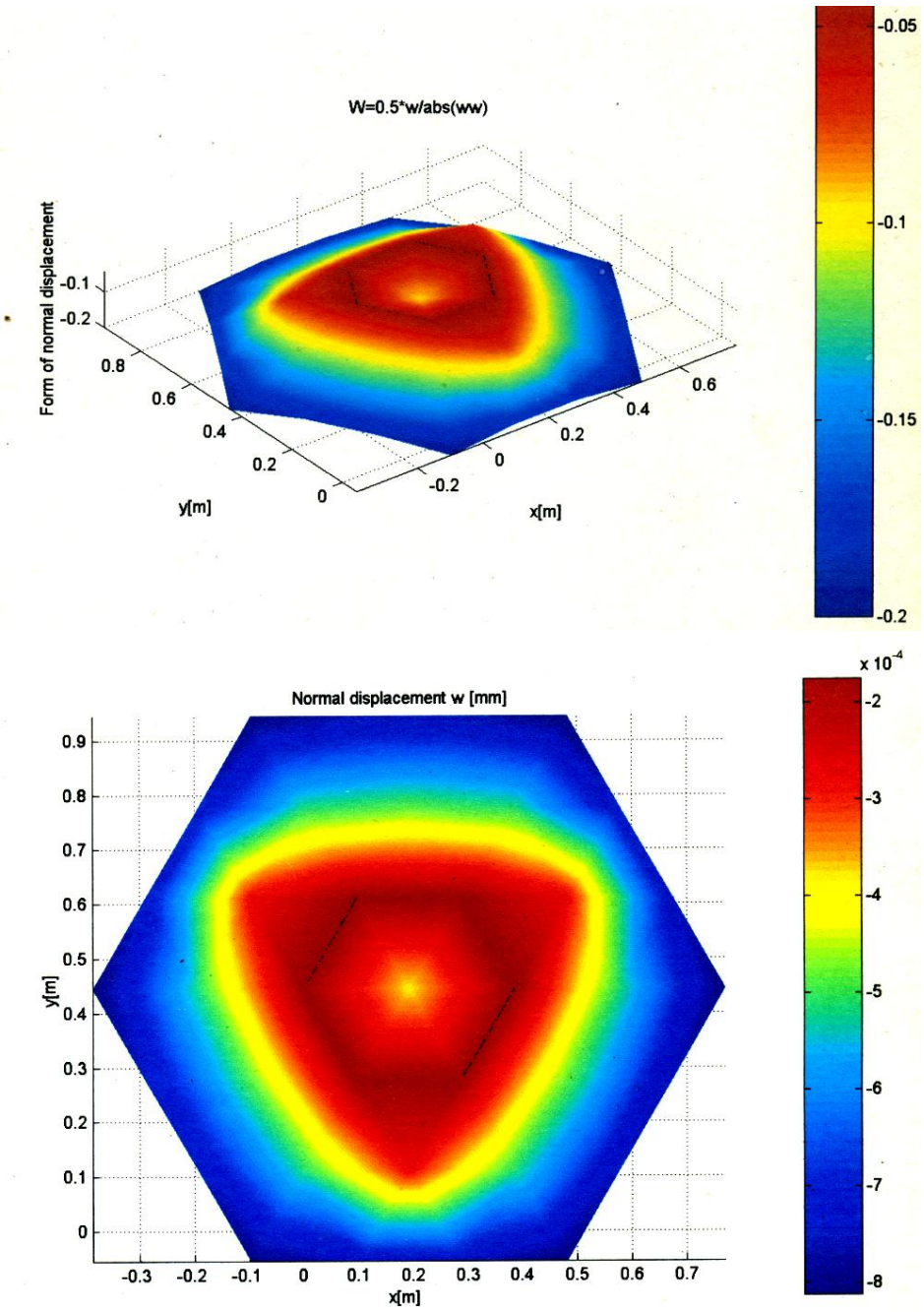

Рис. 4 - Изолинии нормального перемещения зеркала из-за изгиба ферменной платформы при равномерном нагреве (ΔT = 10 K)

IV. Расчет местного изгиба верхней многослойной пластины (расчетная схема "Б").

Поскольку в расчетной схеме на общий изгиб ферменной платформы с прикрепленными пластинами сами пластины считались мембранными, то представляет интерес оценка местного изгиба верхней пластины в пределах ее треугольной ячейки. Стороны треугольной ячейки образованы стержнями верхнего решетчатого каркаса. Расчеты были проведены для треугольной ячейки, расположенной внутри пластины (три стороны опи-

раются), и для треугольной ячейки, расположенной на краю пластины (две стороны опираются, третья сторона свободна). Схемы ячеек показаны ни рис. 5 (слева - внутренняя ячейка, справа - ячейка на краю пластины). При этом каждая ячейка имела ту же структуру, что и верхняя панель, рассмотренная ранее, т.е. 12-слойное углепластиковое основание с прикрепленным сверху слоем оптического стекла толщиной 10 мм.

Для опертой стороны было принято условие шарнирного опирания. Такое допущение уменьшает жесткость ячейки и, как говорят, "идет в запас".

Нагружение в расчетной схеме «Б» аналогично нагружению в расчетной схеме «А». Расчет проведен МКЭ. Был применен специально разработанный шестиузловой конечный элемент многослойной оболочки, построенный на основе гипотез С.П. Тимошенко, т.е. позволяющий учитывать деформации поперечных сдвигов. Для получения матрицы жесткости конечного элемента применена смешанная формулировка задачи термоупругости, позволяющая задавать независимые аппроксимации полей перемещений и полей деформаций. В каждом узле элемент имеет пять степеней свободы: два касательных перемещения, нормальный прогиб и два угла поворота сечений пластины, что позволяет проводить расчеты многослойных пластин с несимметричной относительно срединной плоскости структурой пакета.

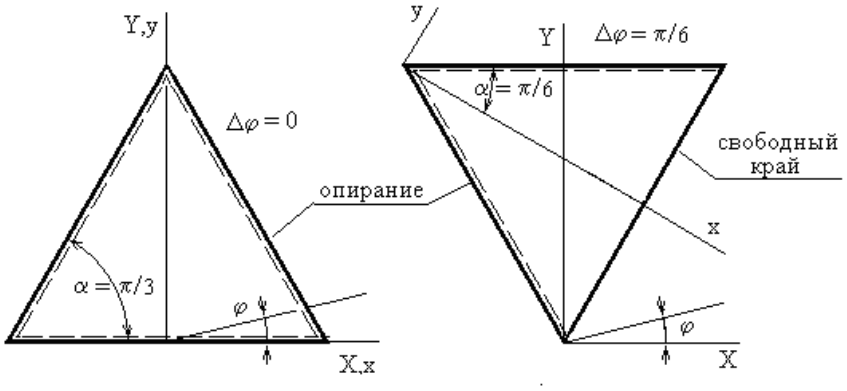

Рис. 5 – Схемы треугольных ячеек для расчета на местный изгиб; XY – глобальная система координат, xy – местная система координат, φ – угол укладки монослоя, Δφ - смещение угла укладки при переходе в местную систему координат.

Для рассматриваемых треугольных ячеек (рис.5) с учетом симметрии была выбрана область прямоугольного треугольника. Длина гипотенузы треугольника равна длине стержня. Угол α для внутренних треугольных ячеек составил $\pi/3$, для крайних треугольных ячеек $\alpha = \pi/6$. В расчетах учтена угловая ориентация местной системы координат x, y относительно глобальной системы координат X, Y (угол $\Delta\varphi$ на рис. 5). С использованием угла $\Delta\varphi$ проводился пересчет углов укладки слоев в местную систему координат.

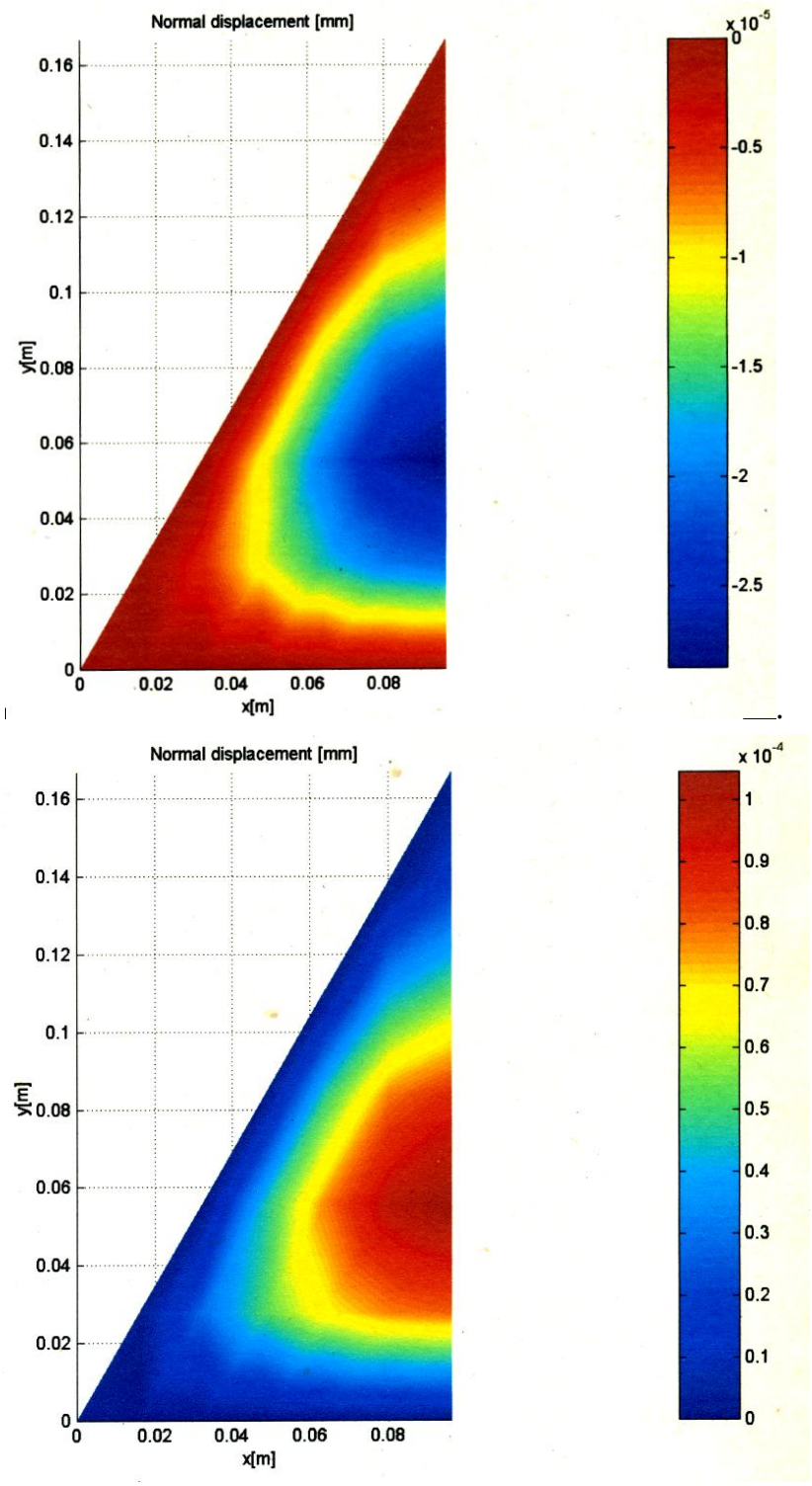

Рис.6 - Изолинии нормального перемещения внутренней ячейки при действии нагрузки от собственного веса (вверху) и при равномерном нагреве (внизу)

На рис. 6 показаны изолинии нормального перемещения для внутренней ячейки при действии нагрузки от собственного веса (вверху) и при равномерном нагреве (внизу). На рис. 7 показаны изолинии нормального перемещения для крайней ячейки при тех же условиях нагружения.

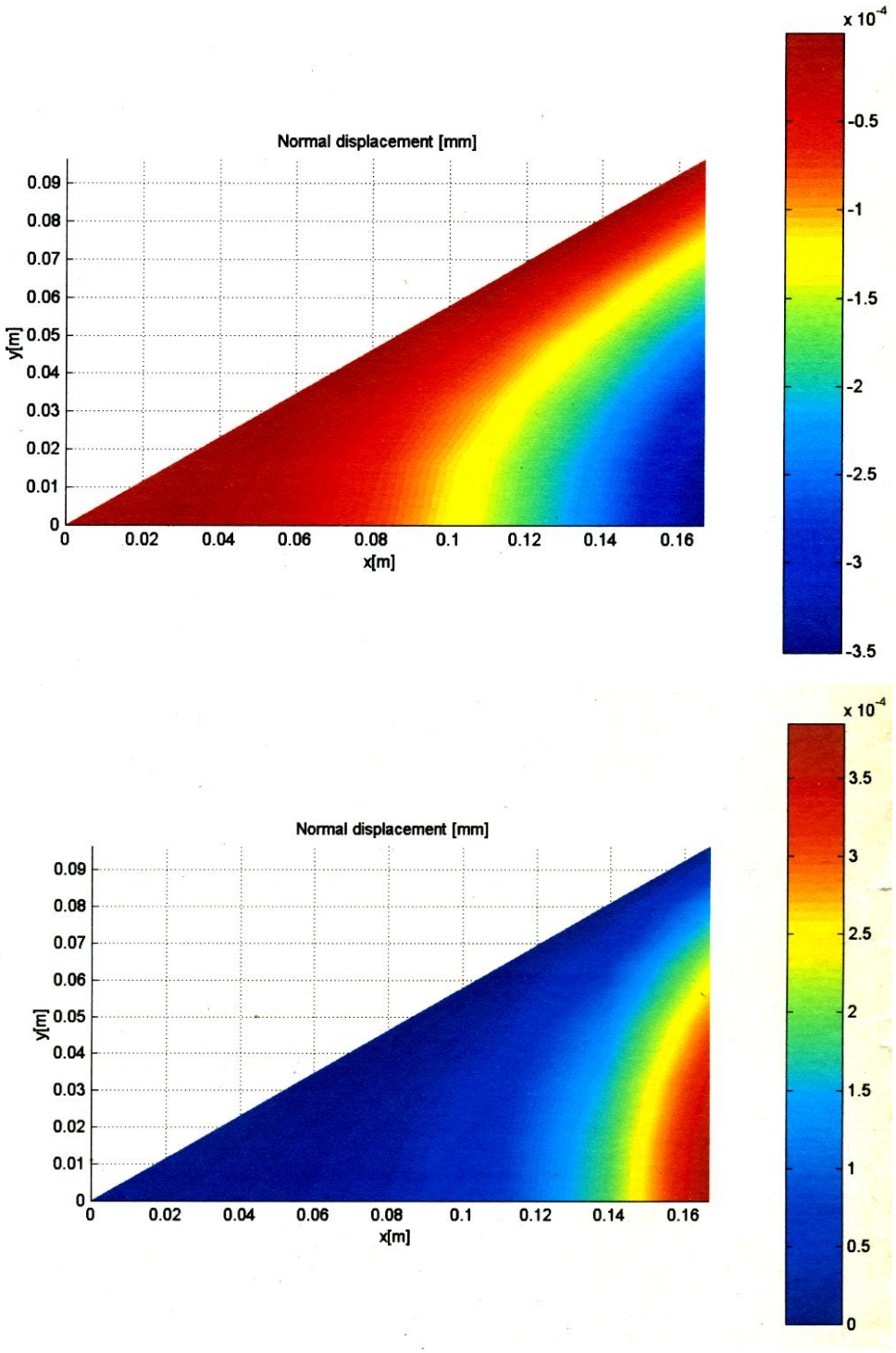

Рис.7 - Изолинии нормального перемещения крайней ячейки при действии нагрузки от собственного веса (вверху) и при равномерном нагреве (внизу)

По результатам расчета была проведена оценка среднеквадратичного отклонения (СКО) для прогиба. Поскольку площади треугольных элементов одинаковы, то вычисления среднеквадратичных отклонений были проведены по формуле:

$$CKO = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\overline{w} - w_i\right)^2}\ ;\ CKO_1 = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(\overline{w} - w_i\right)^2}\ ,$$

где $\overline{w} = \sum_{i=1}^{n} w_i / n$ - среднее значение прогиба верхней пластины, w_i - среднее значение прогиба в одном конечном мембранном элементе, Для расчетной схемы «А» n = 54 - число конечных элементов в верхней пластине; для расчетной схемы «Б» n = 36 число конечных элементов в половине ячейки верхней пластины.

Результаты расчетов сведены в таблицу 2. Поскольку СКО отличается от $СКО_1$ только на несколько единиц в третьем знаке, то в таблице приведены только значения СКО и наибольшего или наименьшего прогиба w.

Таблица 2 Расчетные значения перемещений верхней многослойной пластины

Тип нагружения	**Схема «А»**		**Схема «Б»**			
			внутренняя ячейка		**крайняя ячейка**	
мм	$W \cdot 10^4$	$СКО \cdot 10^4$	$w \cdot 10^5$	$СКО \cdot 10^5$	$w \cdot 10^5$	$СКО \cdot 10^5$
Собственный вес	-8,12	1,72	-2,87	0,770	-35,1	8,88
Нагрев $\Delta T = 1$ К	12,1	2,26	10,5	2,86	38,5	9,11

С целью выявления влияния толщины нижней пластины (текстолит) на деформации верхней пластины был проведен параметрический анализ. Анализ показал, что это влияние имеет вполне определенный минимум, зависящий от конкретного значения толщины пластины.

V. Заключение

Значения деформаций верхней пластины, эквивалентных искажениям рабочей (отражающей) поверхности элементарного зеркала (сегмента) для выбранных параметров сегмента, как показали расчеты, удовлетворяют требованиям по допустимым искажениям оптической отражающей поверхности для ближней и средней ИК-области спектра излучения. Для видимой области спектра потребуется решение компромиссной задачи обеспечения допустимой деформации отражающей поверхности (верхней пластины), соответствующей СКО = λ/100 (где λ – длина волны излучения), допустимого веса конструкции сегмента и выбора материала. Показано, что деформации каркаса оптических элементов на основе тетраэдрических структур находятся в допустимых пределах, а именно, в диапазоне от 0,1 ... 0,01 микрометров.

Приведенный в данной статье расчет позволяет решить эту задачу для широкого ряда весогабаритных характеристик сегмента, обеспечив необходимую жесткость конструк-

ции решетчатой платформы, исключающей использование дополнительных оправ и устройств разгрузки зеркала, равных по весу самому зеркалу.

Список литературы

1. Сычев В.В. Метод изготовления облегченных оптических элементов. http://technomag.edu.ru/doc/415359.html **04, апрель 2012**
2. Сычев В.В., Касперский В.Б., Тузов В.Г. и др. Облегченное зеркало и способ его изготовления. Патент SU N1811620. Бюллетень изобретений N 15 за 1993 год.
3. Сычев В.В. Новые технологии изготовления крупногабаритных облегченных конструкций. Журнал «Конверсия в машиностроении», № 6(55), 2002, С. 28-36.
4. Сычев В.В. Адаптивные оптические системы в крупногабаритном телескопостроении. Изд-во «Тонкие наукоемкие технологии», Старый Оскол, 2005г.
5. Кузьмин М.А., Лебедев Д.Л., Попов Б.Г. Решение задач механики методом конечных элементов. М.: ИКЦ «Академкнига». 2008. 160 с.
6. Физические величины. Справочник. Под ред. И.С.Григорьева, Е.З.Мейлихова.
7. Кузьмин М.А., Лебедев Д.Л., Попов Б.Г. Строительная механика и расчеты композитных конструкций на прочность. М.: ИКЦ «Академкнига». 2008. 192 с.