

Расчет оптимального числа лопаток рабочего колеса центробежного насоса

11, ноябрь 2014

Протопопов А. А., Боровин Г. К.

УДК: 62-253.5

Россия, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

proforg6@yandex.ru

Существующие методики расчета [1], [2], [3] центробежных насосов при определении числа лопаток рабочего колеса в большинстве случаев исходят из статистических данных по эксплуатации большого количества насосов и поиска некоторого подобия у различных машин.

В качестве параметра, влияющего на число лопаток, зачастую выступает коэффициент быстроходности, зависящий от расхода, напора и частоты вращения вала.

Такой подход имеет следующий недостаток – отсутствие учета толщины лопаток при определении их количества. Если при расчете высоконапорных насосов с большой подачей влияние толщины лопатки не столь существенно, то для малорасходных насосов влияние толщины столь существенно, что число лопаток, полученное только с учетом коэффициента быстроходности, будет неверно. Этим обуславливается необходимость нахождения универсальной формулы для оптимального числа лопаток рабочего колеса при любых соотношениях толщины, расхода и частоты вращения вала насоса.

Сформулируем основные допущения при решении этой задачи. Предположим, что все существенные конструктивные параметры насоса - частота вращения вала насоса, диаметры входа и выхода рабочего колеса, ширина лопаток на входе и на выходе рабочего колеса, углы установки лопастей на входе и на выходе лопасти и конструкция отвода на момент определения оптимального числа лопаток, уже определены и неизменны. Также предполагается, что данный расчет делается при фиксированном расходе. Конструктивная схема рассматриваемого насоса – одноступенчатый консольный насос со спиральным отводом. Чтобы решить такую задачу определимся с критерием оптимизации – напор насоса, так как это один из важнейших параметров насоса.

Запишем формулу для теоретического напора с учетом поправки на конечное число лопастей z и коэффициента стеснения ψ [1]:

$$H_T = \frac{\omega}{g} \cdot \left(R_2^2 \cdot y \cdot \omega - \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot b_2 \cdot \psi \cdot \operatorname{tg}(\beta_{л2})} \right), \quad (1)$$

где ω – угловая частота вращения, y – поправочный коэффициент на конечное число лопастей, g – ускорение свободного падения, R_2 – радиус выхода с рабочего колеса, Q – расход насоса, b_2 – ширина лопасти на выходе из рабочего колеса, $\beta_{л2}$ – угол установки лопасти на выходе.

Из [1] поправочный коэффициент на конечное число лопастей:

$$y = 1 - \frac{\pi \cdot \sin(\beta_{л2})}{z} \quad (2)$$

Из [2] коэффициент стеснения:

$$\psi = 1 - \frac{z \cdot \delta}{\pi \cdot D_2 \cdot \sin(\beta_{л2})} \quad (3)$$

где δ – толщина стенки лопасти на выходе.

Подставив формулы (2) и (3) в (1) и выполнив необходимые преобразования, получим:

$$H_T = \frac{\omega}{g} \cdot \left(R_2^2 \cdot \left(1 - \frac{\pi \cdot \sin(\beta_{л2})}{z} \right) \cdot \omega - \frac{Q \cdot \cos(\beta_{л2}) \cdot R_2}{b_2 \cdot (\pi \cdot D_2 \cdot \sin(\beta_{л2}) - z \cdot \delta)} \right) \quad (1a)$$

Для определения оптимального значения числа лопастей вычислим производную $H_T(z)$:

$$\frac{dH_T}{dz} = \frac{\omega}{g} \cdot \left(R_2^2 \cdot \frac{\pi \cdot \sin(\beta_{л2})}{z^2} \cdot \omega - \frac{Q \cdot \cos(\beta_{л2}) \cdot R_2 \cdot \delta}{b_2 \cdot (\pi \cdot D_2 \cdot \sin(\beta_{л2}) - z \cdot \delta)^2} \right) \quad (4)$$

Приравняем $\frac{dH_T}{dz}$ к нулю для нахождения экстремума:

$$\frac{\omega}{g} \cdot \left(R_2^2 \cdot \frac{\pi \cdot \sin(\beta_{л2})}{z^2} \cdot \omega - \frac{Q \cdot \cos(\beta_{л2}) \cdot R_2 \cdot \delta}{b_2 \cdot (\pi \cdot D_2 \cdot \sin(\beta_{л2}) - z \cdot \delta)^2} \right) = 0 \quad (4a)$$

Преобразуем (4a) к виду:

$$(\pi \cdot D_2 \cdot \sin \beta_{л2} - z \cdot \delta)^2 \cdot \frac{R_2 \cdot \pi \cdot \tan \beta_{л2} \cdot \omega \cdot b_2}{Q \cdot \delta} = z^2 \quad (4б)$$

Введем обозначения

$$A = \pi \cdot D_2 \cdot \sin \beta_{л2}, \quad B = \frac{R_2 \cdot \pi \cdot \tan \beta_{л2} \cdot \omega \cdot b_2}{Q \cdot \delta},$$

Тогда получаем такое уравнение

$$z^2 \cdot (1 - B \cdot \delta^2) + z \cdot (B \cdot 2 \cdot \delta \cdot A) - B \cdot A^2 = 0 \quad (4в)$$

Возможны три случая.

Если $1 - B \cdot \delta^2 > 0$ то уравнение (4в) имеет два корня:

$$z = \frac{A \cdot \sqrt{B}}{\pm 1 + \delta \cdot \sqrt{B}} \quad (5a)$$

При этом корень $z = \frac{A \cdot \sqrt{B}}{1 + \delta \cdot \sqrt{B}}$ будет минимумом, а корень $z = \frac{A \cdot \sqrt{B}}{-1 + \delta \cdot \sqrt{B}}$ – максимумом.

Если $1 - B \cdot \delta^2 < 0$ то уравнение (4в) имеет два корня:

$$z = \frac{A \cdot \sqrt{B}}{\mp 1 + \delta \cdot \sqrt{B}} \quad (5б)$$

При этом корень $z = \frac{A \cdot \sqrt{B}}{1 + \delta \cdot \sqrt{B}}$ будет максимумом, а корень $z = \frac{A \cdot \sqrt{B}}{-1 + \delta \cdot \sqrt{B}}$ – минимумом.

Если $1 - B \cdot \delta^2 = 0$ то уравнение (4в) имеет один корень:

$$z = \frac{A}{\delta \cdot 2} \quad (5в)$$

При этом этот корень всегда будет максимумом.

Таким образом, оптимальное число лопастей будет вычисляться по формуле:

$$Z_{onm} = \begin{cases} \frac{\pi \cdot D_2 \cdot \sin(\beta_{л2}) \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot b_2 \cdot R_2 \cdot \omega}{Q \cdot \delta \cdot ctg(\beta_{л2})}}}{-1 + \delta \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot b_2 \cdot R_2 \cdot \omega}{Q \cdot \delta \cdot ctg(\beta_{л2})}}}, & \text{при } 1 - \frac{\pi \cdot b_2 \cdot R_2 \cdot \omega \cdot \delta}{Q \cdot ctg(\beta_{л2})} > 0 \\ \frac{\pi \cdot D_2 \cdot \sin(\beta_{л2}) \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot b_2 \cdot R_2 \cdot \omega}{Q \cdot \delta \cdot ctg(\beta_{л2})}}}{-1 + \delta \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot b_2 \cdot R_2 \cdot \omega}{Q \cdot \delta \cdot ctg(\beta_{л2})}}}, & \text{при } 1 - \frac{\pi \cdot b_2 \cdot R_2 \cdot \omega \cdot \delta}{Q \cdot ctg(\beta_{л2})} < 0 \\ \frac{\pi \cdot D_2 \cdot \sin(\beta_{л2})}{\delta \cdot 2}, & \text{при } 1 - \frac{\pi \cdot b_2 \cdot R_2 \cdot \omega \cdot \delta}{Q \cdot ctg(\beta_{л2})} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Список литературы

1. Михайлов А.К., Малющенко В.В. Лопастные насосы. Теория, расчет и конструирование. М.: Машиностроение, 1977. 288 с.
2. Ломакин А.А. Центробежные и осевые насосы. М.: Машиностроение, 1966. 364 с.
3. Черкасский В.М. Насосы, вентиляторы, компрессоры. М.: Энергоатомиздат, 1984. 416 с.