

УДК 81.29.14

Определение зазора между ротором и статором молекулярно–вязкостного вакуумного насоса с помощью численных методов

Свичкарь Е. В.^{1,*}, Никулин Н. К.¹

^{*}svic@bk.ru

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Одним из основных параметров, влияющих на откачные характеристики молекулярно-вязкостного вакуумного насоса, является зазор между статором и ротором насоса. Его величина изменяется в зависимости от частоты вращения ротора, температур газа и рабочих поверхностей, и т.д. Зазор между ротором и статором в динамическом состоянии значительно отличается от статического из-за наличия теплового расширения материала ротора и увеличение диаметра ротора за счет центробежных сил. В данной работе проводится исследование изменения величины зазора в зависимости от геометрических и динамических параметров насоса, а также влияние величины зазора на откачные параметры насоса. Основные характеристики получены с использованием численных методов в программном комплексе SolidWorks Simulation.

Ключевые слова: молекулярно–вязкостный вакуумный насос; МВВН; зазор; вакуум; частота вращения; численный метод

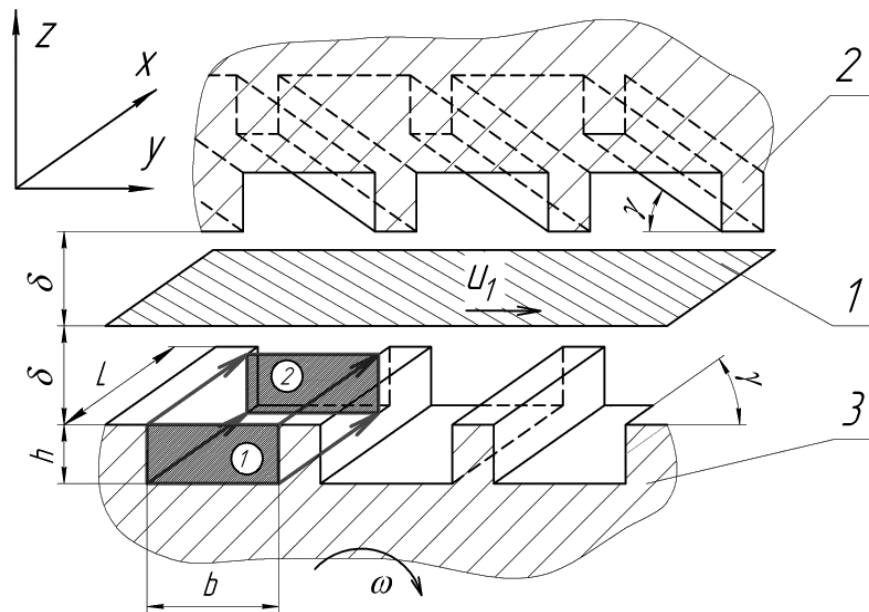
Введение

Основной задачей данной работы является исследование изменения радиального зазора δ между поверхностями ротора и статора молекулярно-вязкостного вакуумного насоса (МВВН) [1, 2]. Величина зазора меняется в зависимости от частоты вращения ротора насоса, температур рабочих поверхностей насоса, геометрии рабочих каналов. Такое изменение зазора может привести к изменению характера течения газа в проточной части насоса, режима течения газа и как следствие изменению откачных параметров насоса. Расчетная схема проточной части МВВН представлена на рис.1.

На смежных поверхностях ротора и статора выполнены винтовые каналы специального профиля, по которым газ перемещается в направлении нагнетательного канала. Выбор профиля каналов зависит от режима работы и требуемых откачных параметров насоса.

Величина зазора в статическом состоянии определяется рядом факторов, например, технологией изготовления и сборки деталей насоса. Однако величина зазора значительно

уменьшиться при рабочем режиме насоса. Это происходит вследствие увеличения диаметра ротора под действием центробежных сил и теплового расширения ротора. К тому же ротор и статор представляют собой два коаксиально расположенных цилиндра и изменение зазора между ними будет не постоянным ввиду конструкции ротора. Важным фактором определения величины зазора является скорость вращения ротора.



1 – фиктивная поверхность; 2 – статор; 3 – ротор

Рис.1. Расчетная схема проточной части МВВН

На данный момент не существует методик описания изменения размеров зазора в МВВН. Однако конструкция МВВН близка к конструкции молекулярного вакуумного насоса (МВН) Хольвека (рис.2) и можно с рядом допущений рассматривать математические модели и методики описания рабочих процессов в МВН.

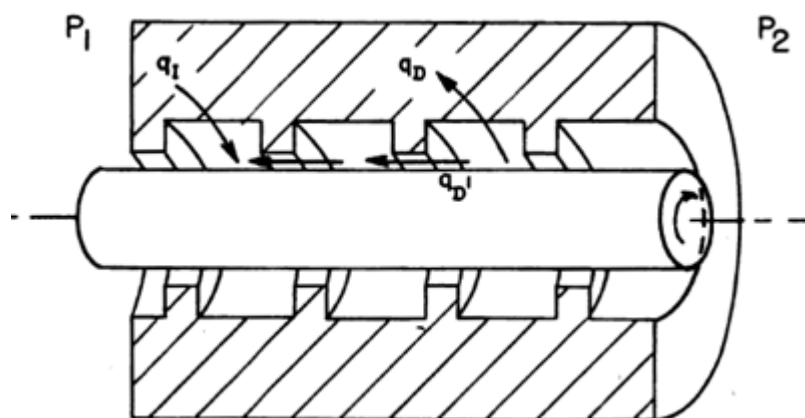


Рис.2. Расчетная схема проточной части МВН Хольвека

Отличительной особенностью последнего насоса является отсутствие рабочих каналов на роторе. Величина зазора в конструкции МВН порядка 0,01 мм, что в свою очередь приводит к ряду серьезных требований к изготовлению и сборке проточной части насоса, подшипниковым узлам, и возможному попаданию частиц пыли пространство зазора. Зазор в МВН уменьшается в целях сокращения потока перетекающего газа из одного канала в другой, т.к. такие конструкции чаще всего использовались в молекулярном режиме течения газа. В настоящее время молекулярные проточные части все чаще стали устанавливать в комбинированных турбомолекулярных насосах, где они могут работать не только в молекулярном, но и в переходном, и в вязкостном режимах течения. В результате изменения режима течения газа в проточной части насоса начинает преобладать вязкостное трение и соответственно повышается температура газа, рабочих поверхностей ротора и статора. В итоге появилась необходимость увеличения зазора в проточной части молекулярного насоса, несмотря на увеличение перетекания газа через него. Поэтому сейчас ряд исследователей занимаются вопросом определения оптимальной величины зазора, которая, не удорожая и не усложняя конструкцию насоса, позволит получить наилучшие откачные параметры при минимальных габаритах и минимальных потерях.

Обзор существующие методов определения величины зазора в проточной части молекулярного вакуумного насоса

В работах [3, 4] авторы учитывают радиальную деформацию ротора за счет центробежных сил (приблизительно 0,1 мм) и теплового расширения ротора (приблизительно 0,04 мм за счет разницы температур между ротором и статором около 40 К), полученных методом конечных элементов. Эти эффекты уменьшают статическое значение зазора, равного 0,38 мм, который затем в динамическом состоянии варьируется между значениями 0,24 мм и 0,32 мм. Исследования показали, что расчетное давление газа чувствительно к такому изменению зазора. Так как все каналы на роторе одинаковы, авторы исследуют только один из каналов в программном комплексе гидрогазодинамики CFD. Это позволяет уменьшить количество ячеек в расчетной сетке и упростить сам расчет. Впрочем, при таком подходе в решении задачи не учитывается перетекание газа через зазор, так как считается, что весь газ проходит по каналу со стороны всасывания на сторону нагнетания.

Существует ряд работ с аналогичным описанием рабочих процессов в МВН, когда рассматривается течение газа через рабочий канал проточной части насоса и не учитывается перетекание газа через зазор [5, 6], из-за чего влиянием зазора пренебрегается. Либо течение газа через зазор рассматривают как течение газа в отдельном канале [7] в основном за счет обратной диффузии.

В работе [5] показано, что зазор имеет большое значение для обеспечения наибольшей разности давлений. По мере увеличения скорости вращения ротора

возрастает влияние зазора и температуры газа, что требует дополнительного исследования.

В исследовании рабочих процессов МВН Хольвека [8] для определения откачных характеристик насоса автором разработан численный алгоритм для моделирования молекулярного потока в насосе на основе метода пробных частиц Монте-Карло. Результаты, полученные этим методом для винтового канала насоса с учетом скорости вращения ротора, с достаточной точностью согласуются с результатами измерений [9] при низких давлениях, где рабочий канал заменяется двумя плоскими поверхностями. В описании геометрических размеров проточной части насоса указан зазор равный 0,45 мм при высоте канала 4 мм. Автор не указывает в статическом или динамическом режиме измерен зазор. Возможно, он уменьшается под действием центробежных сил и теплового расширения ротора. После сравнения полученных данных автор указывает не соответствие полученных данных в работах [8, 9, 10] вследствие существенного различия между молекулярным течением газа в винтовом канале насоса и в его представлении в виде двух плоских поверхностей.

Влияние зазора между ротором и статором на степень сжатия и скорость откачки молекулярного насоса рассмотрено в работе [11]. В работе отображено изменение максимального отношения давления от отношения скоростей для двух наборов лопаток конечной высоты, имеющих нулевой и ненулевой зазоры. Таким образом, результаты показывают, что знание угла наклона лопаток и отношения сторон профиля канала достаточно для прогнозирования соотношения давления газа и скорости откачки насоса, предполагая, высоту лопатки бесконечной для больших углов наклона лопаток. Хотя определение соотношения давления и скорости откачки для малых углов наклона лопаток, малого отношения сторон и больших степеней зазоров должно быть сделано только с учетом влияния зазоров. Сопоставляя полученные значения со значениями в условиях относительно высоких давлений, авторы обнаружили, что соотношение сторон, угол наклона боковой стенки канала и соотношение ширины к высоте схожи с условиями течения газа со скольжением, однако величина зазора приобретает большее значение. Таким образом, можно сделать вывод, что при понижении давления рабочие каналы должны становиться глубже.

С учетом экспериментальных результатов в работе [12] предложены оптимизированные геометрические параметры для МВН: соотношение геометрических размеров $\xi \geq 2$, угол наклона винтовой линии $\alpha = 15^\circ$ и параметр зазора $\beta = 3 \sim 5$.

Все описанные выше теоретические расчеты, характеристики, полученные с помощью численных методов, качественно согласуются с экспериментальными характеристиками, но имеют значительные расхождения в количественном соотношении при расчете молекулярного вакуумного насоса.

Математическая модель определения величины зазора в проточной части молекулярно-вязкостного вакуумного насоса

Для определения величины зазора необходимо определить величину диаметра ротора насоса с учетом теплового расширения материала и действия центробежных сил во время работы насоса. При этом можно предположить, что деформации от нагрева вращающихся деталей и от действия центробежных сил независимыми друг от друга.

Существуют ряд методик в теории сопротивления материалов, позволяющих предположить, что в упрощенном варианте для оценки радиальной деформации ротора от действия центробежных сил имеет допускается рассмотрение ротора в виде вращающегося диска [13]. Такая модель расчета имеет аналитическое решение и может быть принята для оценки результатов более сложных моделей, реализуемых методом конечных элементов. Для нее принимаются следующие допущения [14] :

1. В выделенном элементе ротора отсутствуют меридиональные напряжения, имеет место плоское напряженно–деформированное состояние.
2. Напряжения распределены равномерно по оси ротора. Следовательно, напряжения, деформации и перемещения являются только функциями радиуса.
3. Не учитывается зависимость модуля упругости первого рода от температуры
4. Не учитывается неравномерное температурное распределение по радиусу ротора.

Эти допущения не отображают все параметры, влияющие на реальную деформацию ротора при вращении с учетом того, что в действительности он представляет собой цилиндр с расположенными на его внешней поверхности рабочими каналами. Однако учесть их можно с помощью метода конечных элементов, реализованного в одном из соответствующих программных комплексов.

Для определения теплового расширения используется следующее уравнение:

$$\alpha = \frac{1}{L} \frac{dL}{dT},$$

где α - коэффициент теплового расширения; L - длина элемента (в нашем случае это радиус), м.

Используя данные представленные в [2, 15, 16], составлена система уравнений для определения возникающих напряжений:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu \cdot e}{1-2\nu} + \varepsilon_r \right) - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot T \\ \sigma_t = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu \cdot e}{1-2\nu} + \varepsilon_t \right) - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot T \\ \sigma_z = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu \cdot e}{1-2\nu} + \varepsilon_z \right) - \frac{E}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot T \end{cases} \quad (1)$$

$$e = \varepsilon_r + \varepsilon_t + \varepsilon_z$$

где E - модуль упругости; ν - коэффициент Пуассона; ε - деформация в соответствующем направлении; e - первый инвариант тензора напряжений (след матрицы).

Расчетная схема гладкого цилиндра представлена на рис. 3.

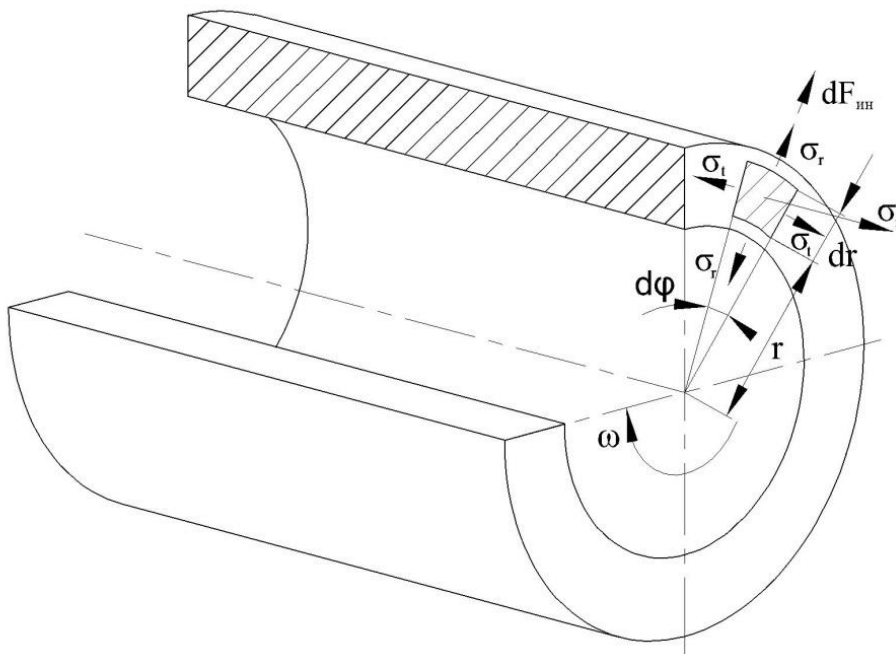


Рис. 3. Схема напряжений для вращающегося цилиндра.

Условие равновесия для вращающегося цилиндра с частотой ω может записано в виде:

$$\frac{d}{dr}(\sigma_r \cdot r) - \sigma_t + \gamma \cdot \omega^2 \cdot r^2 = 0 \quad (2)$$

Из уравнения (2) с учетом системы (1) мы можем получить следующее дифференциальное уравнение второго порядка для радиального смещения:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u^2}{r^2} - \alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{dT}{dr} + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu} \cdot \frac{\gamma \cdot \omega^2 \cdot r}{E} = 0$$

Предположим, что распределение температуры по радиусу - равномерно, тогда:

$$u = \alpha \cdot \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{r} \int_r T \cdot r dr - \frac{3(1+\nu)(1-2\nu)}{8(1-\nu)} \cdot \frac{\gamma \cdot \omega^2 \cdot r}{E} + \frac{C_1 \cdot r}{2} + \frac{C_2}{2}$$

где C_1 , C_2 - постоянные интегрирования.

Представленное аналитическое решение для определения теплового расширения и расширения ротора под действием центробежных сил соответствует решению для гладкого цилиндра. Для проверки аналитического решения с помощью численного эксперимента, необходимо провести оценочный расчет на гладком цилиндре, а затем использовать цилиндр с каналами на внешней поверхности. Ввиду того, что создание аналитической зависимости для цилиндра с неравномерно расположенными каналами на его внешней поверхности возможно только с помощью проведения численного эксперимента.

Результаты численного эксперимента

В качестве проверки теоретического решения было проведено численное моделирование напряжений и деформаций в системе трехмерного проектирования SolidWorks Simulation. Результаты аналитического и численного решений представлены на рис. 4, 5. В качестве объекта моделирования выбран цилиндр с внешним диаметром 58 мм, толщиной стенок 2 мм. Диапазон температур от 300 до 500 К, частоты вращения от 0 до 7000 об/мин. Материал - углеродистая сталь.

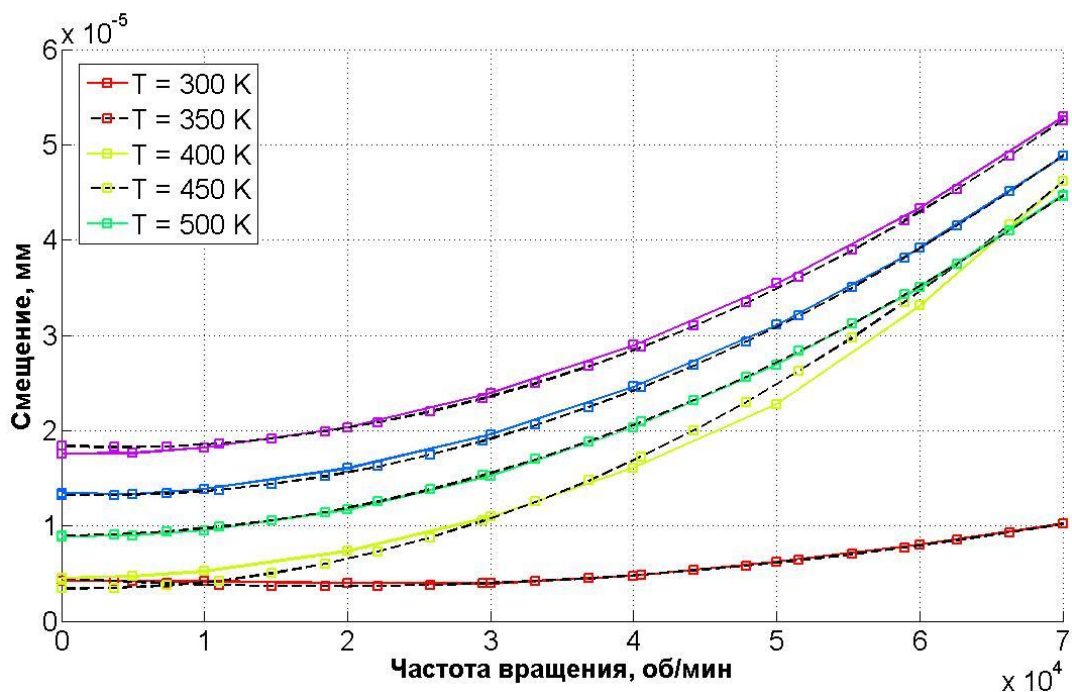


Рис. 4. Сравнение аналитического и численного решений для определения увеличения диаметра цилиндра.

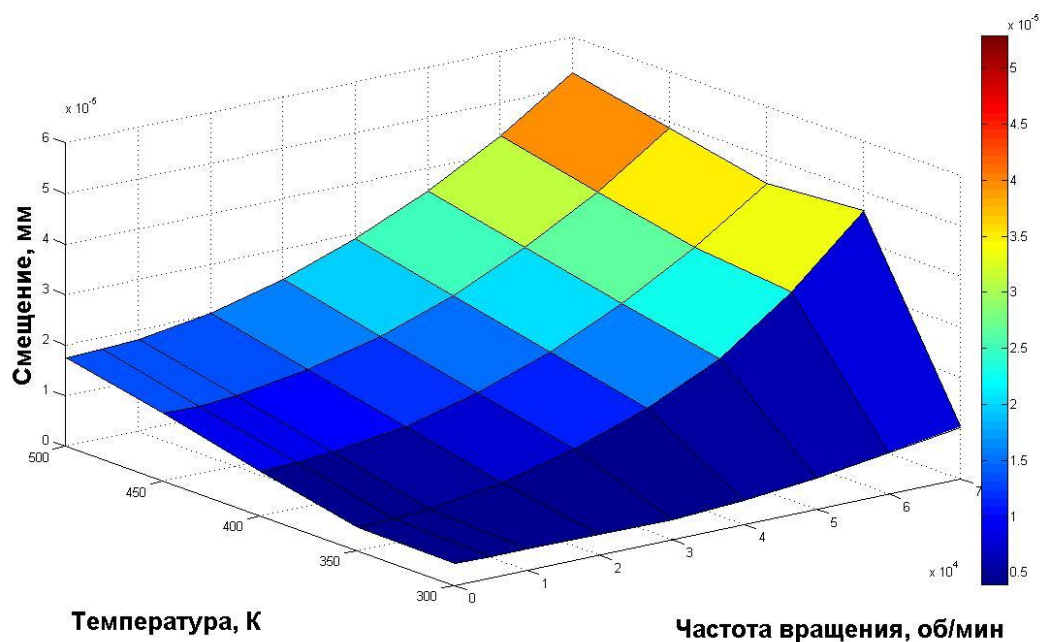


Рис. 5. Численный расчёт для определения увеличения диаметра цилиндра.

Как видно из рис. 3 получаемые значения очень близки, что позволяет сделать вывод о высокой точности численного метода (в пределах 10%). Для ротора более сложной геометрии, с наличием винтовых каналов, найти аналитическое решение представляется крайне сложной задачей, однако мы можем использовать численное моделирование. Результаты моделирования для ротора с каналами представлены на рис. 6, 7

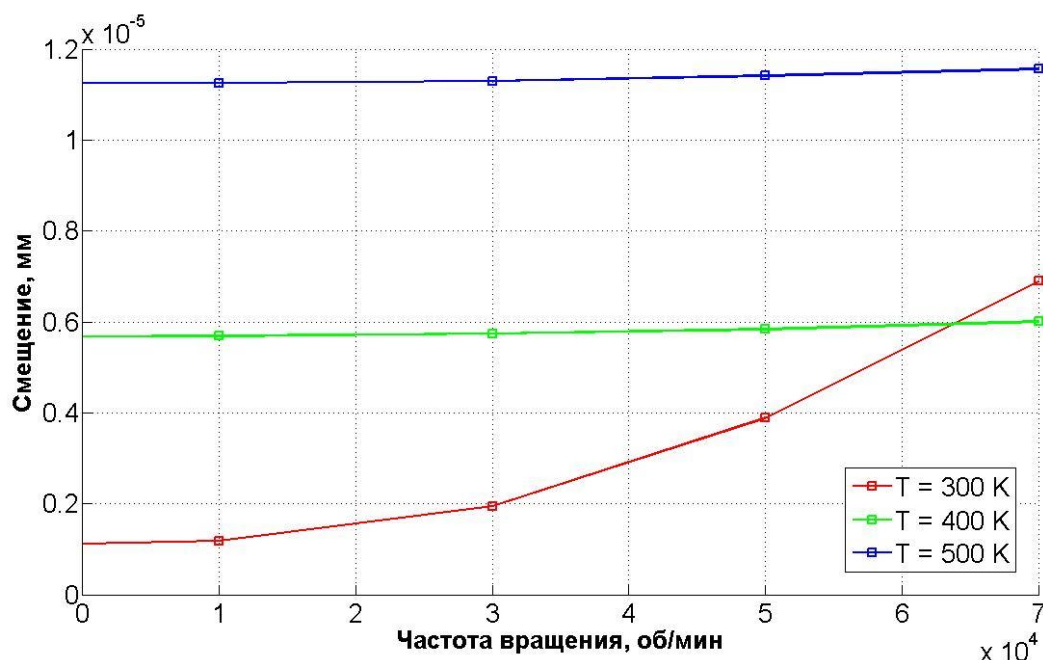


Рис. 6. Численный расчёт для определения увеличения диаметра цилиндра с винтовыми каналами.

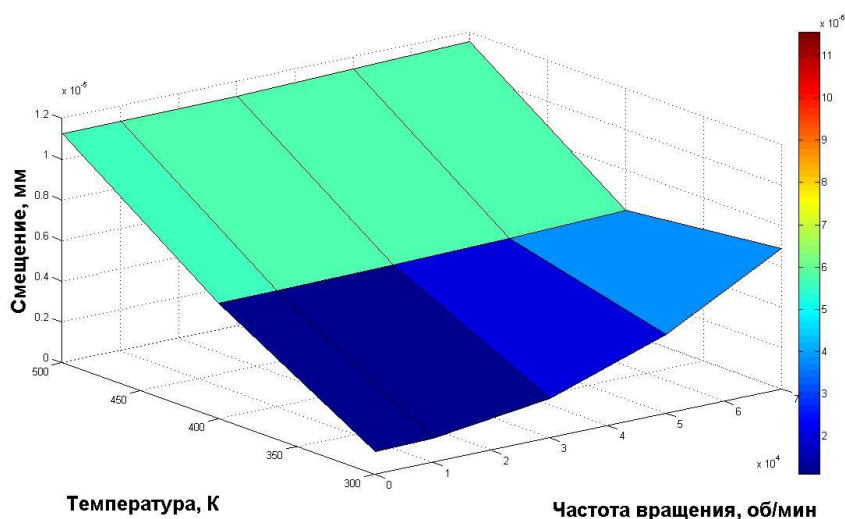
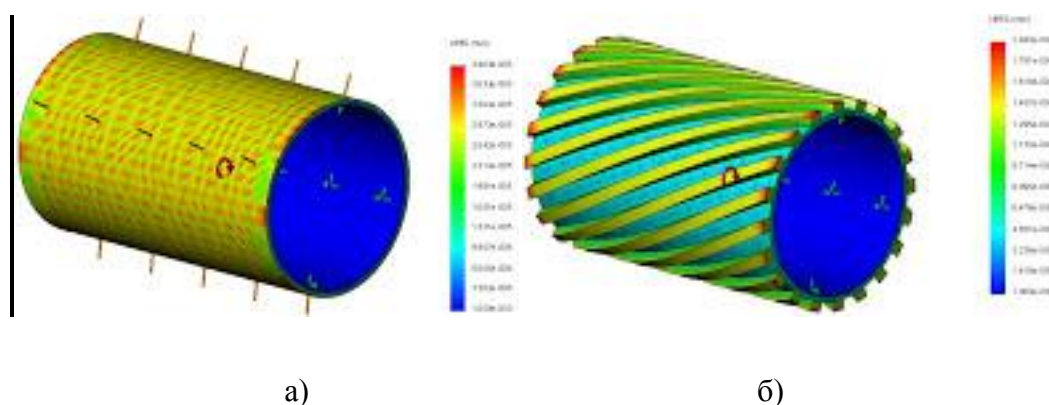


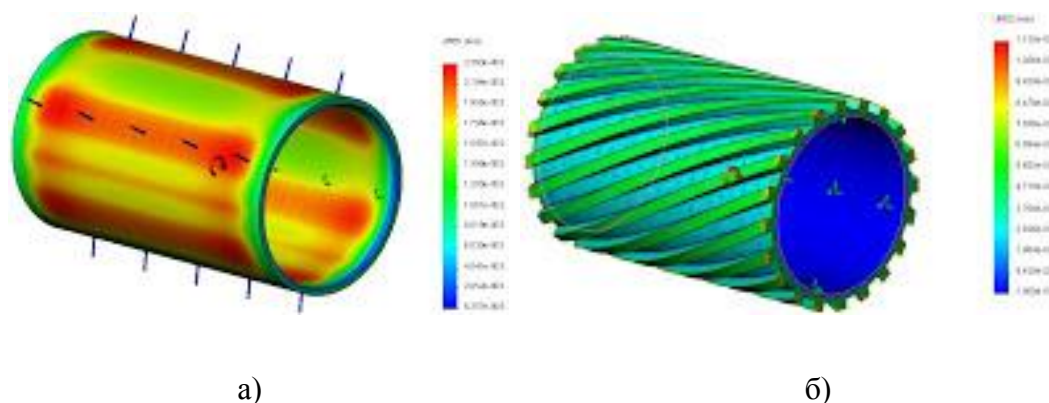
Рис. 7. Численный расчёт для определения увеличения диаметра цилиндра с винтовыми каналами.

Визуальные результаты моделирования упругих деформаций гладкого цилиндра и цилиндра с винтовыми каналами представлены на рис. 8, 9, 10 при разных температурах и частотах вращения.



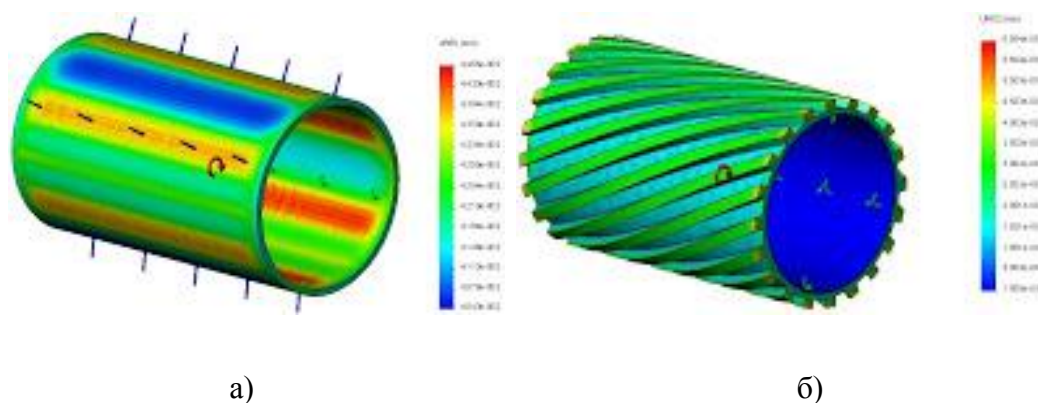
а – гладкий цилиндр, *б* –цилиндр с винтовыми каналами

Рис. 8. Численный расчёт для определения увеличения диаметра цилиндра (температура 300К, частота вращения 3000 об/мин)



а – гладкий цилиндр, *б* –цилиндр с винтовыми каналами

Рис. 9. Численный расчёт для определения увеличения диаметра цилиндра (температура 500К, частота вращения 3000 об/мин)



а – гладкий цилиндр, б – цилиндр с винтовыми каналами

Рис. 10. Численный расчёт для определения увеличения диаметра цилиндра (температура 400К, частота вращения 7000 об/мин)

Заключение

С помощью методов численного моделирования определен диаметр ротора на рабочих оборотах вращения. Он отличается от начального статического диаметра ротора за счет влияния центробежных сил и теплового расширения материала ротора. Таким образом, становится возможным определение зазора между ротором и статором насоса за счет диаметров статора и ротора в статическом и динамическом состоянии. Обеспечение точности расчета в пределах 10% при использовании численных методов в программе SolidWorks Simulation, подтвержденная при расчете гладкого цилиндра, позволяет получить данные для цилиндров с каналами на внешней поверхности цилиндра, что практически невозможно сделать аналитическими методами. Следовательно, можно получить оптимальное значение зазора для соответствующих условий работы насоса с целью обеспечения наилучших откачных параметров насоса без ужесточения требований к изготовлению рабочих элементов конструкции насоса и увеличения общей стоимости насоса.

Список литературы

1. Демихов К.Е., Никулин Н.К., Свичкарь Е.В. Расчет течения газа в проточной части молекулярного вакуумного насоса // 8-я Международная научно-техническая конференция «Вакуумная техника, материалы и технология» (Москва, 2013 г.): матер. М.: НОБЕЛЛА, 2013. С. 111-118.
2. Демихов К.Е., Никулин Н.К., Дронов А.В., Дронова Т.В. Оптимальное соотношение частоты вращения ротора и осевого зазора в рабочем канале молекулярно-вязкостного вакуумного насоса // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2010. № 1. С. 109-114.

3. Giors S., Subba F., Zanino R. Navier–Stokes modeling of a Gaede pump stage in the viscous and transitional flow regimes using slip-flow boundary conditions // J. Vac. Sci. Technol. A. 2005. Vol. 23, no. 2. P. 336-346. DOI: [10.1116/1.1865152](https://doi.org/10.1116/1.1865152)
4. Giors S., Colombo E., Inzoli F., Subba F., Zanino R. Computational fluid dynamic model of a tapered Holweck vacuum pump operating in the viscous and transition regimes. I. Vacuum performance // J. Vac. Sci. Technol. A. 2006. Vol. 24, no. 4. P. 1584-1591. DOI: [10.1116/1.2178362](https://doi.org/10.1116/1.2178362)
5. Igarashi S. 3D Flow Simulation of a Spiral-Grooved Turbo-Molecular Pump // AIP Conference Proceedings. 2001. Vol. 585. P. 933-939. DOI: [10.1063/1.1407659](https://doi.org/10.1063/1.1407659)
6. Sharipov F., Fahrenbach P., Zipp A. Numerical modelling of the Holweck pump // J. Vac. Sci. Technol. A. 2005. Vol. 23. P. 1331-1339. DOI: [10.1116/1.1991882](https://doi.org/10.1116/1.1991882)
7. Jacobs R.B. The Design of Molecular Pumps // J. Appl. Phys. 1951. Vol. 22, no. 2. P. 217-220. DOI: [10.1063/1.1699927](https://doi.org/10.1063/1.1699927)
8. Skovorodko P.A. Free molecular flow in the Holweck pump // AIP Conference Proceedings. 2001. Vol. 585. P. 900-902. DOI: [10.1063/1.1407654](https://doi.org/10.1063/1.1407654)
9. Skovorodko P.A. Some features of the flow in the Holweck pump // Proceedings of the 22nd International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, Sydney, 2001. P. 182-185.
10. Boon E.F., Tal S.E. Hydrodynamische Dichtung für rotierende Wellen // Chemie-Ingenieur Technik. 1959. Vol. 31, is. 3. P. 202-213. DOI: [10.1002/cite.330310315](https://doi.org/10.1002/cite.330310315)
11. Chen F.-Z., Tsai M.-J., Chang Y.-W., Jou R.-Y., Cheng H.-P. Using Plucker Coordinates for Pumping Speed Evaluation of Molecular Pump in the DSMC Method // International Journal of Rotating Machinery. 2001. Vol. 7, no. 1. P. 11-20. DOI: [10.1155/S1023621X01000021](https://doi.org/10.1155/S1023621X01000021)
12. Sawada T., Sugiyama W., Takano K. Measurement of axial pressure distribution on a rotor of helical grooved molecular drag pump // J. Vac. Sci. Technol. A. 2002. Vol. 18, no. 4. P. 1772-1776. DOI: [10.1116/1.582422](https://doi.org/10.1116/1.582422)
13. Подскребко М.Д. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа, 2007. 797 с.
14. Никулин Н.К., Свичкарь Е.В. Исследование радиальных деформаций ротора молекулярно-вязкостного вакуумного насоса // Инженерный вестник. 2014. № 9. Режим доступа: <http://engbul.bmstu.ru/doc/740320.html> (дата обращения 01.10.2014).
15. Vullo V., Vivio F. Rotors: Stress Analysis and Design. Springer Milan, 2013. 339 p. (Mechanical Engineering Series). DOI: [10.1007/978-88-470-2562-2](https://doi.org/10.1007/978-88-470-2562-2)
16. Елисеев Ю.С., Крымов В.В., Манушин Э.А., Суровцев И.Г. Конструирование и расчет на прочность турбомашин газотурбинных и комбинированных установок. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 519 с.

Defining Rotor-Stator Clearance of Viscous Molecular Vacuum Pump by Numerical Methods

E.V. Svichkar^{1,*}, N.K. Nikulin¹

*svic@bk.ru

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: molecular viscous vacuum pump; MVVN; clearance; vacuum; speed; numerical method

The rotor-stator clearance of viscous molecular vacuum pump in the static state is determined by manufacturing process of the pump components and its assembly technique. When a pump rotor starts to have the operating speed a static clearance is transformed into dynamic one. A dynamic clearance is considerably less than the static one owing to increasing pump rotor diameter as a result of centrifugal forces and thermal expansion of material. Moreover, a dynamic clearance non-evenly changes along the length of the vacuum pump wet end depending on the rotor design. To simplify the model under consideration, as an object of study, a single-stage viscous molecular vacuum pump is selected, as its working part is a cylinder. To determine the effect of centrifugal forces and thermal expansion of material is quite simple, as there are a number of techniques allowing calculation. A number of problems arise when there are channels on the outer surface of the rotor, since a changing diameter of the smooth cylinder substantially differs from the changing diameter of the cylinder with the channels.

The set problem is solved by numerical methods using the software package SolidWorks Simulation. To use the SolidWorks Simulation software, an analytical calculation of increasing rotor diameter has been compared with and the numerical one. The obtained results are in agreement within a permissible accuracy of 15%. Therefore, this software package may be used to solve the problem with the cylinder, having channels on the outer surface. The paper presents results of changing diameter of rotor with rectangular channels. Though, channels of the other profiles depending on the required pump performance data are possible at the pump-wet end.

The calculated rotor surface temperatures change from 300 K to 500 K, and rotating speeds vary within 0 to 7000 rev/min. Carbon steel is used as a material, but here the use of aluminum alloys is supposed. The results obtained allow us to estimate a dynamic clearance size at the viscous molecular vacuum pump-wet end under operation conditions. Creating a methodology for determining the clearance size is important for these pumps, since its value has a significant impact on the pump performance data.

References

1. Demikhov K.E., Nikulin N.K., Svichkar' E.V. Calculation of gas flow in the flow part of molecular vacuum pump. 8-ya Mezhdunarodnaya nauchno-tekhnicheskaya konferentsiya "Vakuumnaya tekhnika, materialy i tekhnologiya": mater. [Proc. of the 8th International sci-

- entific and technical conference “Vacuum equipment, materials and technology”], Moscow, 2013. Moscow, Novella Publ., 2013, pp. 111-118. (in Russian).
2. Demikhov K.E., Nikulin N.K., Dronov A.V., Dronova T.V. Optimal Relationship of Rotor Rotation Frequency and Axial Gap in Working Channel of Molecular and Viscous Vacuum Pump. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie = Herald of the Bauman MSTU. Ser. Mechanical Engineering*, 2010, no. 1, pp. 109-114. (in Russian).
 3. Giors S., Subba F., Zanino R. Navier–Stokes modeling of a Gaede pump stage in the viscous and transitional flow regimes using slip-flow boundary conditions. *J. Vac. Sci. Technol. A*, 2005, vol. 23, no. 2, pp. 336-346. DOI: [10.1116/1.1865152](https://doi.org/10.1116/1.1865152)
 4. Giors S., Colombo E., Inzoli F., Subba F., Zanino R. Computational fluid dynamic model of a tapered Holweck vacuum pump operating in the viscous and transition regimes. I. Vacuum performance. *J. Vac. Sci. Technol. A*, 2006, vol. 24, no. 4, pp. 1584-1591. DOI: [10.1116/1.2178362](https://doi.org/10.1116/1.2178362)
 5. Igarashi S. 3D Flow Simulation of a Spiral-Grooved Turbo-Molecular Pump. *AIP Conference Proceedings*, 2001, vol. 585, pp. 933-939. DOI: [10.1063/1.1407659](https://doi.org/10.1063/1.1407659)
 6. Sharipov F., Fahrenbach P., Zipp A. Numerical modelling of the Holweck pump. *J. Vac. Sci. Technol. A*, 2005, vol. 23, pp. 1331-1339. DOI: [10.1116/1.1991882](https://doi.org/10.1116/1.1991882)
 7. Jacobs R.B. The Design of Molecular Pumps. *J. Appl. Phys.*, 1951, vol. 22, no. 2, pp. 217-220. DOI: [10.1063/1.1699927](https://doi.org/10.1063/1.1699927)
 8. Skovorodko P.A. Free molecular flow in the Holweck pump. *AIP Conference Proceedings*, 2001, vol. 585, pp. 900-902. DOI: [10.1063/1.1407654](https://doi.org/10.1063/1.1407654)
 9. Skovorodko P.A. Some features of the flow in the Holweck pump. *Proceedings of the 22nd International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, Sydney, 2001, pp. 182-185.
 10. Boon E.F., Tal S.E. Hydrodynamische Dichtung für rotierende Wellen. *Chemie-Ingenieur Technik*, 1959, vol. 31, is. 3, pp. 202-213. DOI: [10.1002/cite.330310315](https://doi.org/10.1002/cite.330310315)
 11. Chen F.-Z., Tsai M.-J., Chang Y.-W., Jou R.-Y., Cheng H.-P. Using Plucker Coordinates for Pumping Speed Evaluation of Molecular Pump in the DSMC Method. *International Journal of Rotating Machinery*, 2001, vol. 7, no. 1, pp. 11-20. DOI: [10.1155/S1023621X01000021](https://doi.org/10.1155/S1023621X01000021)
 12. Sawada T., Sugiyama W., Takano K. Measurement of axial pressure distribution on a rotor of helical grooved molecular drag pump. *J. Vac. Sci. Technol. A*, 2002, vol. 18, no. 4, pp. 1772-1776. DOI: [10.1116/1.582422](https://doi.org/10.1116/1.582422)
 13. Podskrebko M.D. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2007. 797 p. (in Russian).
 14. Nikulin N.K., Svichkar' E.V. Study of radial deformation of rotor of molecular viscous vacuum pump. *Inzhenernyi vestnik MGTU im. N.E. Baumana = Engineering Herald of the Bauman MSTU*, 2014, no. 9. Available at: <http://engbul.bmstu.ru/doc/740320.html> , accessed 01.10.2014. (in Russian).
 15. Vullo V., Vivio F. *Rotors: Stress Analysis and Design*. Springer Milan, 2013. 339 p. (*Mechanical Engineering Series*). DOI: [10.1007/978-88-470-2562-2](https://doi.org/10.1007/978-88-470-2562-2)
 16. Eliseev Yu.S., Krymov V.V., Manushin E.A., Surovtsev I.G. *Konstruirovaniye i raschet na prochnost' turbomashin gazoturbinnnykh i kombinirovannykh ustanovok* [Design and calculation of the strength of turbomachines and gas turbine combined plants]. Moscow, Bauman MSTU Publ., 2009. 519 p. (in Russian).