

УДК 623.746.-519+629.7.018.2

Проектирование стенда имитационного моделирования на основе платформы Гью-Стюарта

Бельский С. Ф., студент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
Аэрокосмический факультет, кафедра «Системы автоматизированного управления»*

Клёнов И. Л., студент

*Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
Аэрокосмический факультет, кафедра «Системы автоматизированного управления»*

Научный руководитель: Жигулёвцев Ю.Н., к.т.н, профессор

Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана

bauman@bmstu.ru

В аэрокосмической отрасли испытания приборов, компонентов и систем летательных аппаратов занимает важное место в составе НИОКР. Поскольку на этапе проведения натурных (лётных) испытаний системы аппарата уже не должны содержать ошибок, которые могут привести к потере ЛА, необходимо предварительно провести достаточное количество наземных испытаний системы.

В процессе разработки перспективного беспилотного летательного, в связи с некоторыми особенностями его конструкции, возникла необходимость создания собственного стенда полунатурного моделирования. В качестве основного компонента стенда полунатурного моделирования для отработки алгоритмов управления был использован шестистепенной манипулятор на базе платформы Стюарта (Гью-Стюарта).

Платформа Стюарта имеет шесть независимых ног на шарнирных соединениях. Длины ног можно изменять и, тем самым, можно изменять ориентацию верхнего основания с закреплённым на ней чувствительным элементом или иным грузом. Однако, для использования платформы Стюарта необходима адекватная математическая модель.

Платформа Стюарта — разновидность параллельного манипулятора, в которой используется октаэдральная компоновка стоек. Платформа имеет шесть степеней свободы. Механизм имеет шесть независимых тяг на шарнирных соединениях. Длины тяг можно изменять и, тем самым, можно изменять ориентацию платформы. Для задания желаемого положения верхнего основания (называемого собственно платформой)

относительно нижнего (базы) традиционно решается обратная кинематическая задача, когда по заданному положению и ориентации платформы отыскиваются длины тяг [1],[3].

Данная платформа применяется в станкостроении, подводных исследованиях, авиационных спасательных операциях на море, летательных тренажёрах, позиционировании спутниковых антенн, в телескопах и в ортопедической хирургии [1],[2].

В число требований к разрабатываемому стенду входило требование минимизации затрат на аппаратное обеспечение. По этой причине в разработанной для решения задачи конструкции платформы применён редко используемый принцип манипулятора с жесткой (не раздвижной) конструкцией тяг:

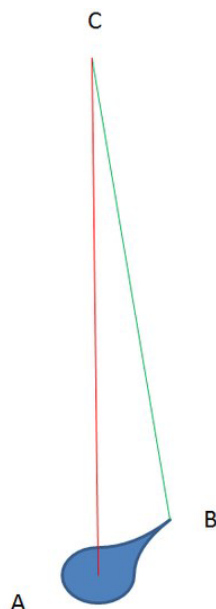


Рис. 1. Схема жесткой конструкции тяги

В математической модели вводится понятие "виртуальной" длины тяги - от точки закрепления сервопривода (A) и до верхней точки закрепления (C). В результате можно составить треугольник – одна сторона представляет собой “качалку” (arm, плечо штока выходного вала) сервопривода (AB), вторая – стержень тяги (BC). При изменении угла CBA, изменяется дли виртуальной тяги CA. При координированном изменении длины шести виртуальных тяг возможно двигать верхнюю платформу как твёрдое тело. Использование простейшей тригонометрии в данном случае позволяет вместо конструктивно сложной гидравлики использовать более дешёвые жесткие тяги.

Платформа Стюарта математически состоит из двух твёрдых тел – жестких рамок, соединенных шестью тягами переменной длины. Платформа (верхнее основание) имеет 6 степеней свободы в отношении базы. Начало координат платформы могут быть определены три поступательных перемещения по отношению к базе, по одному на каждой оси [1].

Три угловых перемещения затем определяют ориентацию платформы по отношению к основанию. Набор углов Эйлера используются в следующей последовательности (используется самолётная система поворотов):

1. Поворот угла ψ (рыскания) вокруг оси z
2. Поворот угла θ (тангаж) вокруг оси y
3. Поворот угла ϕ (крен) вокруг оси x

Если мы рассмотрим первое вращение ψ (рыскания) вокруг оси:

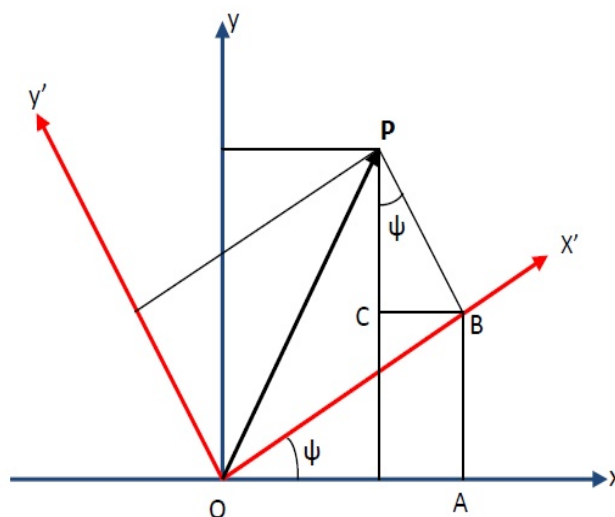


Рис. 2. Вращение ψ (рыскания) вокруг оси

$$P = i'x' + j'y' + k'z' = ix + jy + kz$$

$$x = OA - BC = x'\cos\psi - y'\sin\psi$$

$$y = AB + PC = x'\sin\psi + y'\cos\psi$$

$$z = z'$$

Определим матрицу вращения $R_z(\psi)$, где

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_z(\psi) \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_z(\psi) = \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Аналогично, если мы рассмотрим второе вращение θ (тангаж) вокруг оси y , можно показать [3]

$$\mathbf{R}_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

И в третье вращение φ (крен) вокруг оси x :

$$\mathbf{R}_x(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

Полная матрица вращения платформы относительно базы при этом имеет вид:

$$\begin{aligned} {}^P\mathbf{R}_B &= \mathbf{R}_z(\psi) \cdot \mathbf{R}_y(\theta) \cdot \mathbf{R}_x(\varphi) = \\ &= \begin{pmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\theta & -\sin\psi & \cos\psi \sin\theta \\ \sin\psi \cos\theta & \cos\psi & \sin\psi \sin\theta \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\theta & -\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \sin\theta \sin\varphi & \sin\psi \sin\varphi + \cos\psi \sin\theta \cos\varphi \\ \sin\psi \cos\theta & \cos\psi \cos\varphi + \sin\psi \sin\theta \sin\varphi & -\cos\psi \sin\varphi + \sin\psi \sin\theta \cos\varphi \\ -\sin\theta & \cos\theta \sin\varphi & \cos\theta \cos\varphi \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(1)

Для i тяги:

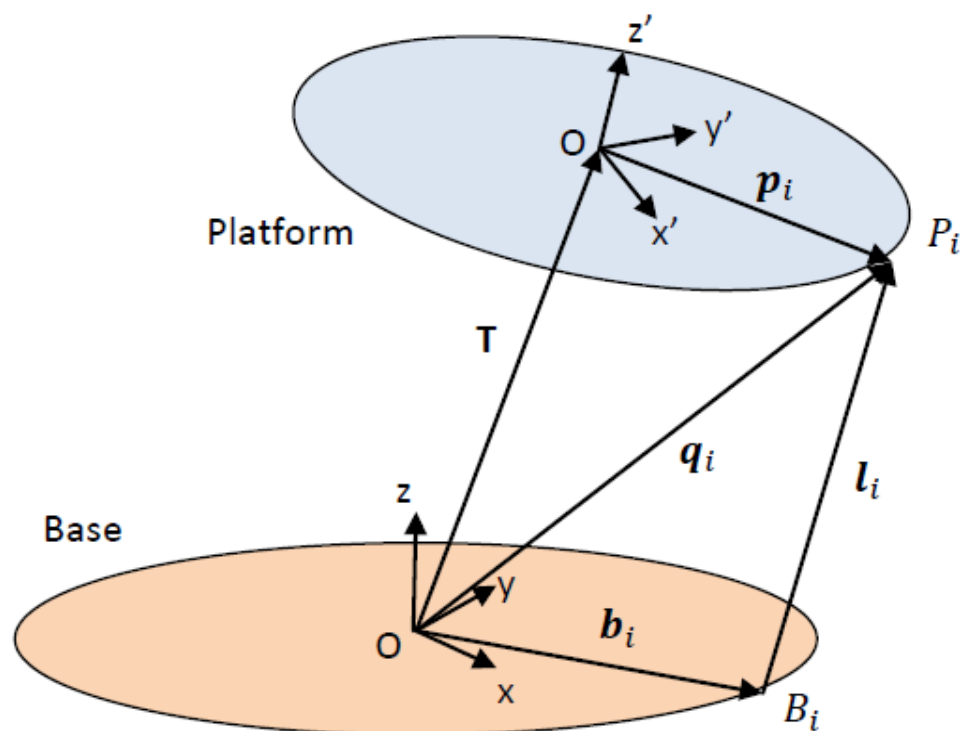


Рис. 3. Схема Платформы Стюарта [2]

Координаты q_i точки привязки P_i по отношению к базовому значению рамок определяются уравнением:

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{T} + {}^P\mathbf{R}_b \cdot \mathbf{p}_i \quad (2)$$

Где $\mathbf{T}$ вектор, показывающий позиционное линейное перемещение рамки платформы по отношению к опорной базе, и $\mathbf{p}_i$ вектор, задающий координаты точки привязки P_i относительно рамок платформы[3].

Аналогично длина тяги i задаётся:

$$\mathbf{l}_i = \mathbf{T} + {}^P\mathbf{R}_b \cdot \mathbf{p}_i - \mathbf{b}_i \quad (3)$$

Где $\mathbf{b}_i$ вектор определения координат нижней опорной точки B_i

- Эти 6 уравнений дают длины 6 тяг, чтобы достичь желаемой позиции и отношения платформы.

- При рассмотрении Кинематики, это выражение представляет 18 одновременных нелинейных уравнений в 6 неизвестных, представляющих позицию и отношение платформы.
- Большая работа была проделана по поиску решений этих уравнений, в общем случае есть 40 возможных решений, хотя на практике многие из этих решений не были бы практичны.

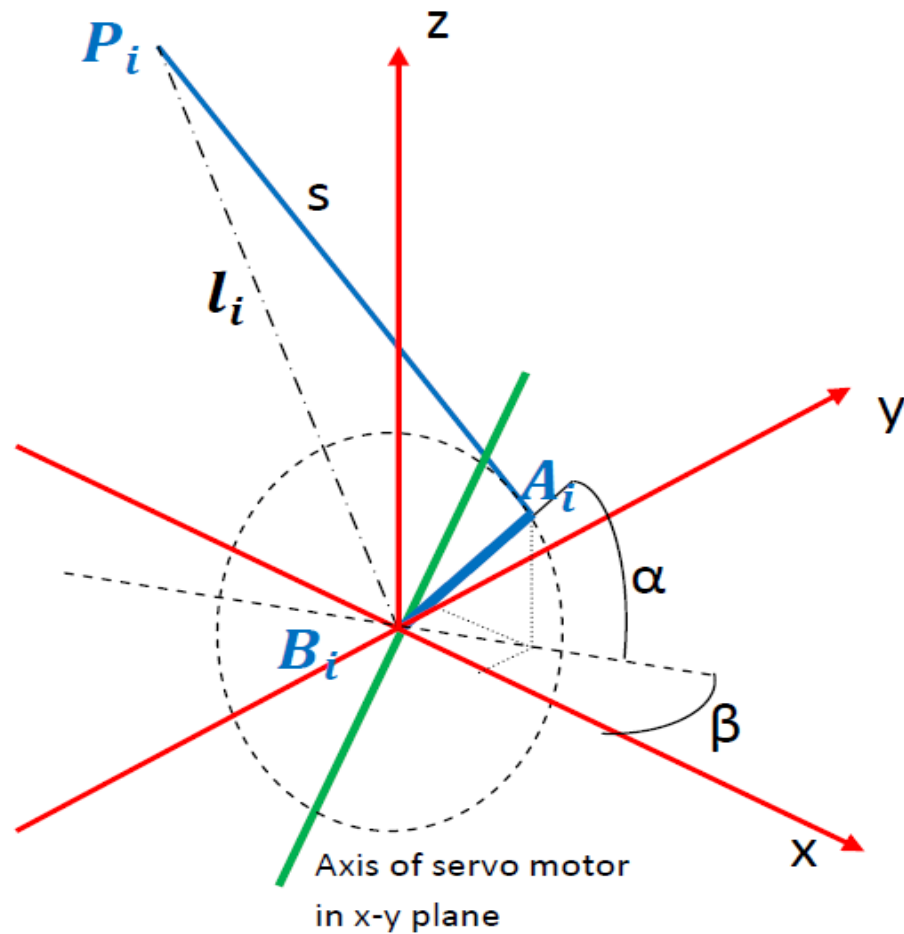


Рис. 4. Соединение оси сервопривода и плеча

Где: a = длина рабочего рычага сервопривода

A_i являются точками плеча/тяги i на серво с координатами:

$\mathbf{a} = [x_a \quad y_a \quad z_a]^T$ в базовой структуре.

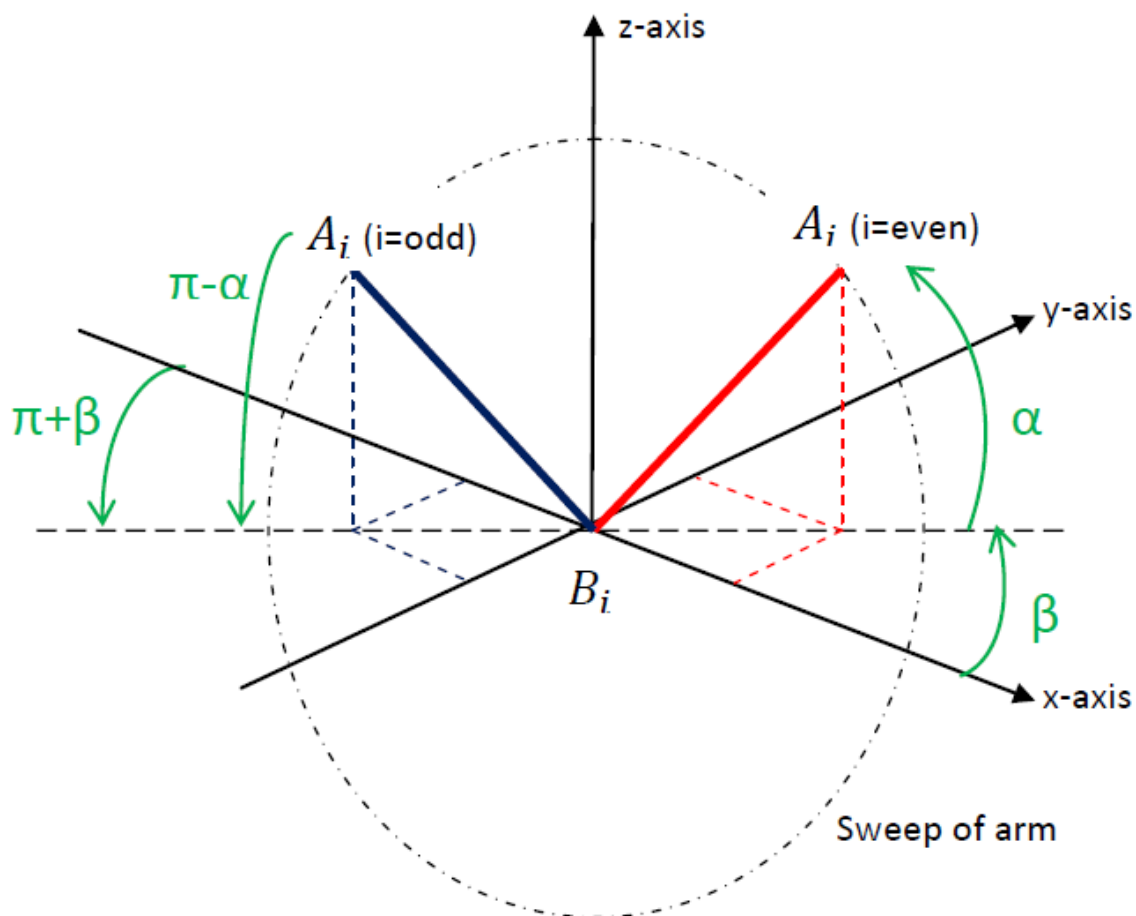


Рис. 5. Комбинация сервопривод/тяги

B_i являются точками поворота сервопривода с координатами $\mathbf{b} = [x_b \ y_b \ z_b]^T$ в базовой структуре.

P_i являются точками соединения между работающими стержнями и платформой, с координатами в $\mathbf{p} = [x_p \ y_p \ z_p]^T$ рамках платформы

S - длина рабочей тяги

l_i - длина тяги i , рассчитанной

$$l_i = T + {}^P R_B \cdot p_i - b_i$$

α - угол тяги сервопривода от горизонтали

β - угол плоскости сервопривода относительно оси x .

Обратите внимание, что ось вала лежит в **X-Y плоскости**, где $Z = 0$.

Точка A удерживается, чтобы быть на сервоприводе, но расположение сервоприводов означает, что четные и нечетные тяги являются отражением друг друга. Так что для четных тяг у нас есть:

$$x_a = a \cos \alpha \cos \beta + x_b \quad (4)$$

$$y_a = a \cos \alpha \sin \beta + y_b \quad (5)$$

$$z_a = a \sin \alpha + z_b \quad (6)$$

Для нечётных тяг имеем:

$$x_a = a \cos(\pi - \alpha) \cos(\pi + \beta) + x_b$$

$$y_a = a \cos(\pi - \alpha) \sin(\pi + \beta) + y_b$$

$$z_a = a \sin(\pi - \alpha) + z_b$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha, \text{ и } \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi + \beta) = -\sin \beta, \text{ и } \cos(\pi + \beta) = -\cos \beta$$

Подставляя эти значения в уравнения для нечетных тяг, мы получаем те же уравнения,

(4), (5) и (6) для четных тяг. По т. Пифагора у нас также есть:

$$\begin{aligned} a^2 &= (x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 + (z_a - z_b)^2 \\ &= (x_a^2 + y_a^2 + z_a^2) + (x_b^2 + y_b^2 + z_b^2) - 2(x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b) \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l^2 &= (x_p - x_b)^2 + (y_p - y_b)^2 + (z_p - z_b)^2 \\ &= (x_p^2 + y_p^2 + z_p^2) + (x_b^2 + y_b^2 + z_b^2) - 2(x_p x_b + y_p y_b + z_p z_b) \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s^2 &= (x_p - x_a)^2 + (y_p - y_a)^2 + (z_p - z_a)^2 \\ &= (x_p^2 + y_p^2 + z_p^2) + (x_a^2 + y_a^2 + z_a^2) - 2(x_p x_a + y_p y_a + z_p z_a) \end{aligned}$$

И подставив уравнения (7) и (8)

$$s^2 = l^2 - (x_b^2 + y_b^2 + z_b^2) + 2(x_p x_b + y_p y_b + z_p z_b) + a^2 \\ - (x_b^2 + y_b^2 + z_b^2) + 2(x_a x_b + y_a y_b + z_a z_b) - 2(x_p x_a + y_p y_a + z_p z_a)$$

После преобразования получаем:

$$l^2 - (s^2 - a^2) = 2(x_b^2 + y_b^2 + z_b^2) + 2x_a(x_p - x_b) + \\ 2y_a(y_p - y_b) + 2z_a(z_p - z_b) - 2(x_p x_b + y_p y_b + z_p z_b)$$

И, подставив значения x_a , y_a , z_a в уравнения (4), (5), (6) получим:

$$l^2 - (s^2 - a^2) = 2(x_b^2 + y_b^2 + z_b^2) + 2(a \cos \alpha \cos \beta + x_b)(x_p - x_b) \\ + 2(a \cos \alpha \sin \beta + y_b)(y_p - y_b) + 2(a \sin \alpha + z_b)(z_p - z_b) \\ - 2(x_p x_b + y_p y_b + z_p z_b) \\ = 2(x_b^2 + y_b^2 + z_b^2) + 2a \cos \alpha \cos \beta (x_p - x_b) + 2x_p x_b \\ - 2x_b^2 + 2a \cos \alpha \sin \beta (y_p - y_b) + 2y_p y_b - 2y_b^2 \\ + 2a \sin \alpha (z_p - z_b) + 2z_p z_b - 2z_b^2 - (x_p x_b + y_p y_b + z_p z_b)$$

Которые сводятся:

$$l^2 - (s^2 - a^2) = \\ 2a \sin \alpha (z_p - z_b) + 2a \cos \alpha \cos \beta (x_p - x_b) + 2a \cos \alpha \sin \beta (y_p - y_b) = \\ 2a \sin \alpha (z_p - z_b) + 2a \cos \alpha [\cos \beta (x_p - x_b) + \sin \beta (y_p - y_b)]$$

Теперь у нас есть достаточно информации, чтобы вычислить длину эффективных тяг, и связанный с ним угол сервопривода. Но для разработки и реализации платформы необходимо рассчитать несколько констант для того, чтобы определить диапазон движения.

1) Необходимо определить позицию платформы. По определению, это будет, когда платформа находится на высоте h_0 над основной структурой, и так как нет никакого другого поступательного или вращательного движения.

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{T} + {}^P\mathbf{R}_b \cdot \mathbf{p}_i$$

$$\mathbf{q}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ h_0 + z_p \end{bmatrix}$$

Аналогично мы определим базовое положение, где серво и стержни находятся под прямым углом друг к другу.

$$l^2 = s^2 + a^2 = (x_p - x_b)^2 + (y_p - y_b)^2 + (h_0 + z_p - 0)^2$$

$$h_0 = \sqrt{s^2 + a^2 - (x_p - x_b)^2 - (y_p - y_b)^2} - z_p \quad (10)$$

И так как платформа построена симметрично вокруг оси, это уравнение даст тот же результат для любой тяги.

2) Также можем вычислить угол сервопривода в исходном положении. Используя уравнение

$$\mathbf{l}_i = \mathbf{T} + {}^P\mathbf{R}_B \cdot \mathbf{p}_i - \mathbf{b}_i$$

и положение о симметричной конструкции платформы. Длина тяг в базовом положении:

$$l_0 = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ h_0 + z_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$l_0^2 = (x_p - x_b)^2 + (y_p - y_b)^2 + (h_0 + z_p)^2 \quad (11)$$

$$\alpha = \sin^{-1} \frac{L}{\sqrt{M^2 + N^2}} - \tan^{-1} \frac{N}{M} \quad (12)$$

$$\text{Где } L_0 = l^2 - (s^2 - a^2) = s^2 + a^2 - (s^2 - a^2) = 2a^2$$

$$M_0 = 2a [\cos\beta(x_p - x_b) + \sin\beta(y_p - y_b)] = 2a(x_p - x_b)$$

$$N_0 = 2a (h_0 + z_p)$$

Таким образом, все неизвестные величины оказываются выражены известными конечными соотношениями, что позволяет однозначно задать желаемое угловое положение выходных валов сервоприводов. Это, в свою очередь, является необходимым и достаточным набором данных для верного позиционирования платформы.

В ходе работы над проектом системы навигации и стабилизации был разработан прототип стенда полунатурного моделирования, реализован и испытан. Испытания показали, что с поставленной задачей система справляется, однако для успешного применения должна быть доработана. Исследования выявили ряд проблем, связанных с недоработками основной конструкции стенда, которые в дальнейшем планируется решить оптимизацией работы стенда и применением специальных вычислительных средств.

Список литературы

1. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 94 с.
2. Parallel mechanisms information center. Режим доступа: <http://www.parallemic.org/> (дата обращения 27.03.2014).
3. Волкоморов С.В., Каганов Ю.Т., Карпенко А.П. Моделирование и оптимизация некоторых параллельных механизмов // Информационные технологии, Приложение. 2010, № 2. С. 1-32.
4. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. М.: Высшая школа, 2003. 302 с.
5. Белавин Н.И. Авианесущие корабли. М.: Воениздат, 1990. 14 с.
6. Кулик А.С. Словарь терминов по системам управления летательных аппаратов (СУЛА). Харьков: «ХАИ», 2000. 250 с.