

Определение резонансных частот крутильных колебаний коленчатого вала поршневого компрессора

11, ноябрь 2014

Дегтярева Т. С., Сибатулин К. О.

УДК: 621.512.001

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
tatserd@yandex.ru

Введение

Особенности работы поршневых компрессоров неизбежно приводят к возникновению в них непрерывно меняющихся периодических нагрузок. Вследствие этого в коленчатом валу возникают переменные деформации кручения и изгиба, возбуждающие в нем, как и во всякой упругой системе с материальными массами, механические колебания.

Относительные угловые колебания сосредоточенных на валу масс, вызывающие закручивание отдельных участков вала, называются *крутильными колебаниями*. Кроме крутильных колебаний, в коленчатом валу возникают поперечные или изгибные колебания, соответствующие деформациям изгиба.

При известных условиях знакопеременные напряжения, вызываемые крутильными и изгибными колебаниями, могут привести к усталостной поломке вала. Расчеты и экспериментальные исследования показывают, что в коленчатых валах изгибные колебания обычно менее опасны, чем крутильные, поэтому в первом приближении изгибные колебания можно не учитывать. Особенно опасны крутильные колебания для машин с длинным валом.

Кроме того проблема актуальна при регулировании производительности изменением числа оборотов, так как необходимо знать, в каких пределах оно допустимо. Это особенно важно для многорядных газовых поршневых компрессоров большой производительности.

Подобная методика давно существует для расчета двигателей внутреннего сгорания, но для ПК методика расчета частоты собственных колебаний нам неизвестна. В дальнейших расчетах зависимости, положенные в основу предлагаемой методики, приведены в [1].

Обычно расчет на крутильные колебания сводится к определению критических частот и напряжений в коленчатом валу при резонансе, т.е. при совпадении частоты возбуждающей силы с одной из частот собственных колебаний вала.

Для расчета на крутильные колебания действительную сложную систему подвижных элементов кривошипного механизма компрессора заменяют упрощенной системой, состоящей из нескольких цилиндрических валов с насаженными на них дисками (сосредоточенными массами). При этом необходимо, чтобы основные динамические свойства упрощенной системы соответствовали действительной системе, т.е. чтобы при приведении системы были бы сохранены соответственно моменты инерции масс и жесткости элементов вала.

При переходе от реального вала к эквивалентной системе определяются приведенные длины и приведенные массы.

Приведенные длины участков при переходе от действительного участка к эквивалентному определяются из условия, что потенциальная энергия закрученного приведенного вала должна быть равна потенциальной энергии действительного вала при тех же закручивающих моментах.

На рис. 1 показана расчетная схема вала.

Определяются приведенные длины шатунной шейки $l_{шш}$, щеки $l_{щ}$ и коренной шейки $l_{кш}$.

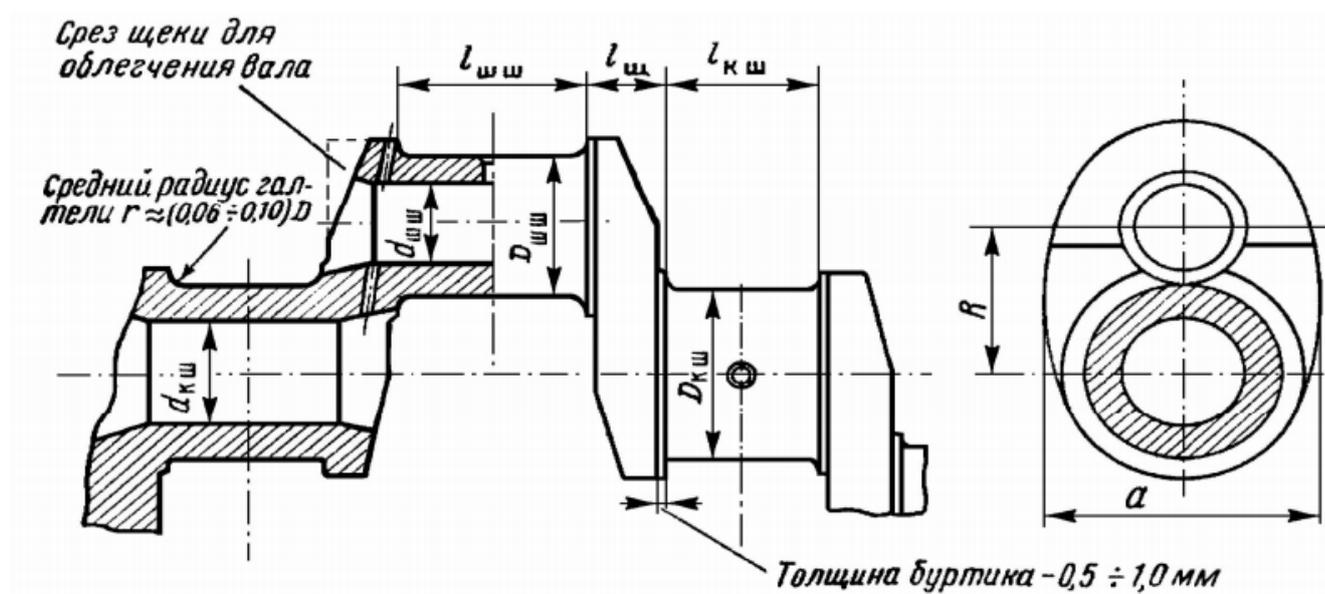


Рис 1. К определению приведенных длин.

Потенциальная энергия деформации закрученного вала:

$$\Pi = \frac{C * \varphi^2}{2}$$

где C - крутильная жесткость участка; φ - угол закрутки.

Жесткость кручения представляет собой отношение крутящего момента M , приложенного к концам этого участка, к углу закрутки φ этого участка и определяется через модуль упругости второго рода G , полярный момент инерции сечения I_p и длину участка l :

$$C = \frac{M}{\varphi} = \frac{G \cdot I_{\rho}}{l}$$

В общем случае полярный момент определяется по формуле: $I_{\rho} = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$

При отсутствии внутреннего отверстия: $I_{\rho} = \frac{\pi}{32} D^4$

Из равенства потенциальных энергий и крутильных жесткостей C и C_0 соответственно действительного и эквивалентного валов, т.е.

$$C = C_0 = \frac{G \cdot I_{\rho}}{l} = \frac{G \cdot I_{\rho 0}}{l_0}$$

определяется приведенная длина эквивалентного участка вала:

$$l = \frac{l \cdot I_{\rho 0}}{l_0} = l \frac{D_0^4}{D^4}$$

где l, D – размеры действительного вала, D_0 – диаметр эквивалентного вала.

Для определения эквивалентной длины колена наиболее часто применяется формула Зиманенко [3]. Экспериментально установлено, что она дает весьма точные результаты.

$$l_0 = \left(l_{\text{кш}} + 0,6 \cdot l_{\text{ш}} \cdot \frac{D_{\text{кш}}}{l_{\text{кш}}} \right) + \left(0,8 \cdot l_{\text{шш}} + 0,2 \cdot \frac{a}{R} \cdot D_{\text{кш}} \right) \cdot \frac{D_{\text{кш}}^4 - d_{\text{кш}}^4}{D_{\text{шш}}^4 - d_{\text{шш}}^4} + R \cdot \sqrt{\frac{R}{D_{\text{шш}}}} \cdot \frac{D_{\text{кш}}^4 - d_{\text{кш}}^4}{a \cdot l_{\text{ш}}}$$

При отсутствии промежуточной коренной шейки между шатунными шейками, справедлива формула:

$$l_0 = \left(0,8 \cdot l_{\text{шш}} + 0,2 \cdot \frac{a}{R} \cdot D_{\text{кш}} \right) \cdot \frac{D_{\text{кш}}^4 - d_{\text{кш}}^4}{D_{\text{шш}}^4 - d_{\text{шш}}^4} + R \cdot \sqrt{\frac{R}{D_{\text{шш}}}} \cdot \frac{D_{\text{кш}}^4 - d_{\text{кш}}^4}{a \cdot l_{\text{ш}}}$$

Приведение масс при переходе от действительного вала к эквивалентному, т.е. расчетному, сводится к выбору таких моментов инерции сосредоточенных масс эквивалентной системы, при которых кинетическая энергия элементов колеблющейся эквивалентной системы равнялась бы кинетической энергии элементов действительной системы.

Для расчета эквивалентной системы необходимо определить моменты инерции элементов действительного вала и потом заменить их равноценными по моментам инерции дисками или сосредоточенными массами, закрепленными на определенном расстоянии от оси вала.

Обычно моменты инерции отдельных участков вала относительно оси вращения подсчитывают по чертежу; в некоторых случаях их определяют экспериментально.

При расчете последовательно определяют моменты инерции относительно оси вращения отдельных элементов вала, имеющих форму простых геометрических тел, а потом суммированием их находят общий момент инерции.

$$I = \sum_{i=1}^n I_n$$

Аналитический способ поиска собственных частот многомассовой системы. весьма трудоемок и включает в себя решение неоднородной СЛАУ порядка $m-1$, где m —число масс, входящих в эквивалентную систему. Поэтому воспользуемся численным методом, приведенным в [1].

1. Задаются произвольной относительной амплитудой угловых колебаний первой массы (обычно $a_1 = 1$);
2. Задаются какой-нибудь частотой ω_c и по формуле находят момент сил упругости на участке вала 1,2:

$$M_{1,2}^a = M_{0,1}^a + I_1 a_1 \omega_c^2 = I_1 \omega_c^2, \text{ так как } M_{0,1}^a = 0.$$

3. Находят по формуле относительную амплитуду колебаний второй массы:

$$a_2 = a_1 - \frac{M_{1,2}^a}{c_{1,2}} = 1 - \frac{I_1 \omega_c^2}{c_{1,2}}$$

4. Зная амплитуду второй массы, находят снова момент сил упругости на участке 2, 3 и т.д.

$$M_{i,i+1}^a = M_{i-1,i}^a + I_i a_i \omega_c^2$$

5. Вычислив амплитуду колебаний n -й массы (для системы с n массами), находят момент сил упругости на участке вала $n, n+1$ за последней массой. Если произвольно заданная частота случайно окажется выбранной правильно, т.е. будет равняться одной из действительных собственных частот ω_c , то остаточный момент за последней массой должен быть равен нулю. Алгоритм поиска ω_c реализован в среде Delphi 7 посредством цикла, повторяющегося до тех пор, пока не будет найдено $n-1$ значений.

Важно помнить, что по этой методике будет найдена круговая частота ω_c . Тогда число оборотов в минуту:

$$n = \frac{60\omega_c}{2\pi}$$

Для того чтобы сделать доступным математическое исследование влияние такого сложного по форме крутящего момента на крутильные колебания вала компрессора периодическую кривую, характеризующую крутящий момент, действующий на каждое колено вала, обычно раскладывают на ряд синусоид с различными амплитудами, начальными фазами и периодами, укладываемыми в период исходной кривой равное число фаз. Такой процесс разложения сложной периодической кривой на гармонические (синусоидальные) составляющие называется гармоническим анализом, а отдельные гармонические составляющие – гармониками.

В большинстве действующих компрессоров система кривошипно-шатунного привода обладает достаточно большим запасом прочности, если частота оборотов вала находится за пределами 9-10 гармоник возбуждающего момента. Если используется система регулирования изменением частоты вращения, то в этом случае целесообразно оценивать изменения среднего крутящего момента, амплитуды крутящего момента и ее гармоник и убедиться в достаточном запасе прочности или принять решение о дальнейшем вибрационном анализе.

Для определения резонансных частот при различных режимах работы компрессора удобно воспользоваться диаграммой Кэмпбелла[2]. Чтобы построить диаграмму Кэмпбелла нужно по оси абсцисс отложить значения чисел оборотов вала в минуту, 1/мин, а по оси ординат – частоты гармоник возбуждающего момента, Гц, представляющие семейство прямых, удовлетворяющих уравнению

$$f = \frac{k \cdot n}{60},$$

где f – частота, Гц;

n – обороты в минуту, 1/мин;

k – номер гармоники.

Проведя на диаграмме горизонтальные линии, соответствующие значениям частот собственных колебаний вала и найдя их точки пересечения с частотными характеристиками гармоник возбуждающего момента, можно найти значения критических оборотов для любой гармоники. Причем, первая гармоника даст наибольшее значение амплитуды колебаний. Как правило, учитывать стоит только первую собственную частоту, т.к. следующие собственные частоты имеют значения намного превышающие первое.

Пример расчета коленчатого вала ПК на крутильные колебания

Исходные данные для расчета приведены в таблице 1, а расчетная схема – на рис.2.

Таблица 1. Параметры исследуемого вала.

Размер	Значение
R – эксцентриситет шатунной шейки относительно оси вращения, мм.	45
a – ширина щеки, мм.	140
$l_{кш}$ – длина коренной шейки, мм.	83
$l_{щ}$ – длина щеки, мм.	55
$l_{шш}$ – длина шатунной шейки, мм.	80
$D_{кш}$ – диаметр коренной шейки, мм.	110
$D_{шш}$ – диаметр шатунной шейки, мм.	105
n_1 – рабочее число оборотов вала, об/мин.	1500

Таблица 2. Значения приведенных длин и жесткостей.

Размер	Значение
$l_{0,1}$ – приведенная длина между 1 и 2 массой, мм.	221
$l_{\text{кол.пр}}$ – приведенная длина между 2 и 3 массой, мм.	160
$l_{0,3}$ – приведенная длина между 3 и 4 массой, мм.	221
C_1 – жесткость участка между 1 и 2 массой, Н*м, $\cdot 10^{-6}$.	2,599
C_2 – жесткость участка между 2 и 3 массой, Н*м, $\cdot 10^{-6}$.	7,183
C_3 – жесткость участка между 3 и 4 массой, Н*м, $\cdot 10^{-6}$.	2,599

Таблица 3. Значения приведенных масс.

Параметр	Значение
I_1 – момент инерции 1 приведенной массы, кг*м ² .	0,076
I_2 – момент инерции 2 приведенной массы, кг*м ² .	0,151
I_3 – момент инерции 3 приведенной массы, кг*м ² .	0,151
I_4 – момент инерции 4 приведенной массы, кг*м ² .	0,076

Значения собственных частот колебаний определяются численным методом по методике, описанной выше.

Таблица 4. Найденные значения собственных частот.

Параметр	Значение
f_1 – первая собственная частота, Гц.	771
f_2 – вторая собственная частота, Гц.	1082
f_3 – третья собственная частота, Гц.	1559

Далее используем диаграмму Кэмпбелла для определения порядка резонирующих гармоник.

Проведя на диаграмме горизонтальные линии, соответствующие значениям частот собственных колебаний вала и найдя их точки пересечения с частотными характеристиками гармоник возбуждающего момента, находим значения критических оборотов для любой гармоники. При рабочем числе оборотов рассмотренного вала в резонанс попадают гармоники, порядок которых превышает 8-10, что говорит о неподверженности данного вала существенному влиянию критических колебаний (рис. 4). При пусковом режиме резонанс также не наблюдается.

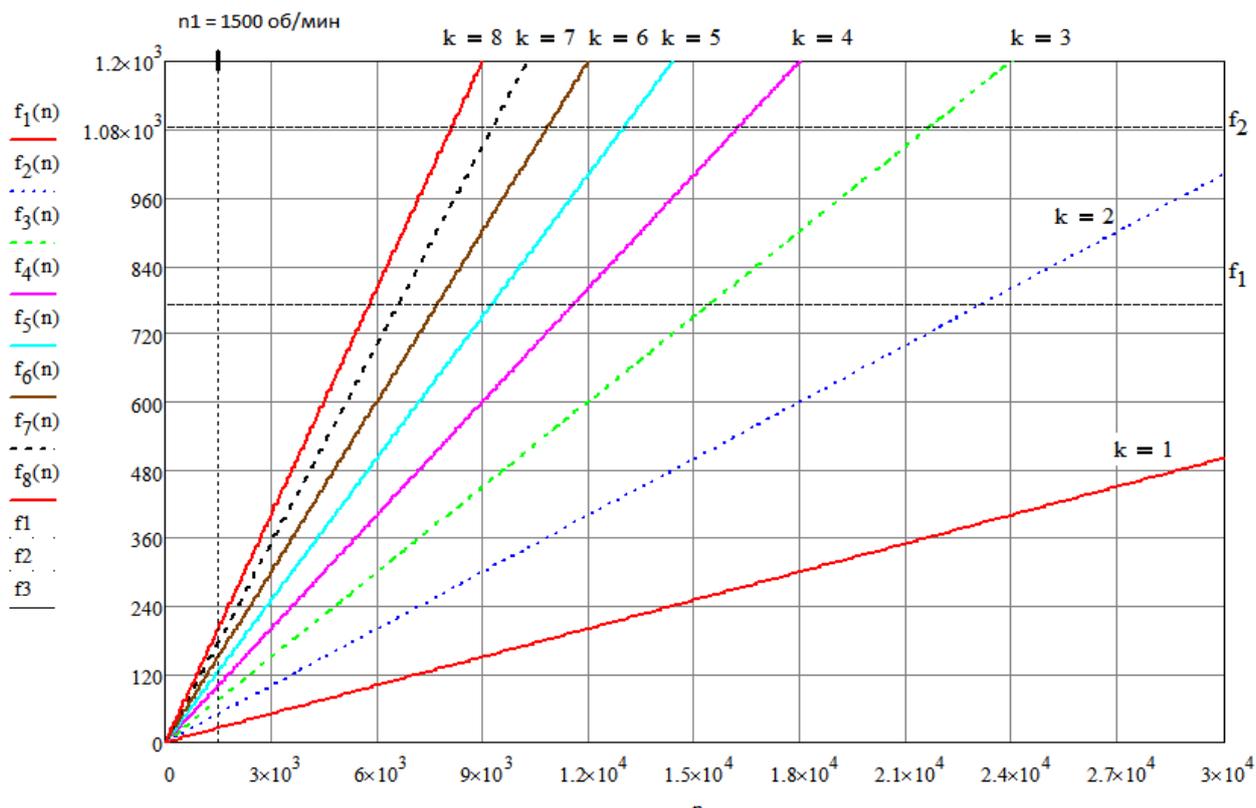


Рис 4. Диаграмма Кэмпбелла.

Заключение.

Разработана методика определения частот собственных колебаний коленвала ПК. На этом этапе отличия расчета крутильных колебаний ПК незначительно отличается от подобного расчета для ДВС. Резонирующие гармоники предложено определять с помощью диаграммы Кэмпбелла.

По предлагаемой методике выполнен расчет вала двухрядного оппозитного компрессора на крутильные колебания. Установлено, что рассматриваемый коленчатый вал не подвержен воздействию крутильных колебаний от первых восьми гармоник на данном режиме работы, а значит, явление резонанса в системе не наблюдается.

При расчете системы на резонансный режим следует иметь в виду, что резонансы могут возникать от всех гармоник возбуждающего момента со всеми формами собственных колебаний. Однако практическое значение имеют резонансы от гармоник низших порядков.

Резонансы крутильных колебаний с большой амплитудой могут вызвать поломку системы и поэтому называются критическими резонансами, а соответствующие им числа оборотов вала компрессора – критическими числами оборотов.

Рассматривая резонанс, как результат действия возбуждающих сил, обычно имеют в виду резонанс гармоники того или иного порядка.

Вынужденные колебания крутильной системы в нерезонансной зоне обычно не рассчитывают, хотя приближенные методы расчета таких колебаний существуют.

При работе компрессора в условиях резонанса необходим более подробный гармонический анализ.

Список литературы

1. А.Н. Краснокутский. Расчет коленчатого вала ДВС на крутильные колебания. Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003.
2. Компрессорная техника и пневматика №7/2013, стр. 17, «Разработка и внедрение эффективных методов регулирования производительности поршневых компрессоров», 2013.
3. Исследование крутильных колебаний валов: Учебное пособие/ Самарский гос. аэрокосм. ун-т: Сост. В.П. Ржевский, Ф.В. Паровой, Д.С. Лежин, В.С. Мелентьев, А.С. Гвоздев. - Самара, Изд-во Самар, гос. аэрокосм, ун-та, 2011.