

Математическое моделирование испарения и горения капель керосина в камере сгорания жидкостного ракетного двигателя с использованием плотности распределения вероятности

09, сентябрь 2014

Ягодников Д. А., Бенуа Ж.

УДК: 536.46

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

daj@bmstu.ru

Введение

Рабочие процессы, протекающие в камере жидкостного ракетного двигателя (ЖРД), определяют тягово-импульсные показатели и обеспечивают его устойчивую работу. Правильная организация рабочего процесса в двигателе позволяет повысить его экономичность, надежность, существенно уменьшить габаритные параметры двигателя, а значит снизить массовые показатели двигательной установки в целом. В настоящее время известны математические модели ЖРД, описывающие его в целом как объект функциональной диагностики [1], а также большое количество работ, посвященных моделированию и расчету отдельных элементов двигателя, например сопла Лавала, систем подачи топлива в камеру сгорания [2, 3]. Тем не менее моделирование камеры сгорания (КС) ЖРД и внутрикамерных процессов проводится в редких работах [4-6], что может быть вызвано их сложностью, поскольку они включают комплекс нелинейных теплофизических и физико-химических процессов. Наиболее важными их стадиями являются испарение распыленного горючего и последующее его горение в среде окислителя, которые, будучи неизотермическими, протекают параллельно и характеризуются скоростной и температурной неравновесностью двухфазного потока. Существенно усложняет задачу полидисперсность распыленных капель горючего, что обуславливает соответствующее их распределение по скорости и температуре.

В опубликованных работах [2, 4-6] действительное полидисперсное распределение капель горючего по размеру моделировалось эквивалентной монодисперсной совокупностью, что создает определенные трудности в как в выборе среднего размера (среднеповерхностного, среднеобъемного или среднесчетного), так и при адекватном моделировании возможной дисперсии температуры и скорости капель при их эволюции в условиях турбулентного горения. При исследовании двухфазных потоков с протекающими химиче-

скими реакциями удобным и перспективным является метод, основанный на использовании функции плотности распределения вероятности (ПРВ) дисперсной фазы по некоторым ее характеристикам, например, температуре, размеру, скорости [7, 8], поскольку он позволяет в рамках единой модели описывать как реальное непрерывное распределение частиц дисперсной фазы по основным их характеристикам, так и различные режимы турбулентного горения. В связи с изложенным целью настоящей работы является математическое моделирование рабочего процесса в камере сгорания жидкостного ракетного двигателя с использованием плотности распределения вероятности температуры и размера капель горючего.

Основные характеристики объекта моделирование

В качестве объекта моделирования выбрана камера сгорания ЖРД РД-171М конструкции НПО «Энергомаш» имени академика В.П. Глушко [9]. Параметры работы и основные характеристики двигателя представлены в таблице 1.

Таблица 1. Характеристики камеры двигателя РД-171М [9]

Горючее	Окислитель	Давление в КС, МПа	Длина КС, мм	Диаметр КС, мм	K_m	m_o , кг/с	m_f , кг/с
Керосин	Окислитель-ный генераторный газ, $T_{гг} = 673$ К	25,0	303	380	2,72	466,3	159,2

Моделирование состояния дисперсной фазы- капель горючего

В настоящей работе для описания процесса испарения капель керосина предлагается использовать функцию совместной плотности распределения вероятности $P(t, x, T_k, r_k) \cdot dT_k \cdot dr_k$, где t - время; x - пространственная координата; T_k - температура капли; r_k - радиус капли. В указанной постановке произведение $P(t, x, T_k, r_k) \cdot dT_k \cdot dr_k$ определяет количество капель керосина (находящихся в момент времени t в объеме пространства с координатой x), значения T_k, r_k которых принадлежат интервалам $[T_k, T_k + dT_k; r_k, r_k + dr_k]$ соответственно. Таким образом вводится понятие плотности распределения количества капель, связанное с ПРВ условием нормировки по концентрации последних. Также допускаем, что когда капли полностью испарились, они ещё существуют как материальные объекты и имеют минимальный расчетный радиус. Тогда уравнение баланса плотности распределения количества капель для плоской системы координат в нестационарной постановке запишем в виде

$$\frac{\partial P}{\partial t} - D_k \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_k \cdot P) + \frac{\partial}{\partial T_k} (w_k \cdot P) + \frac{\partial}{\partial r_k} (f_k \cdot P) = 0, \quad (1)$$

где w_k, f_k - скорость изменения температуры и радиуса капли; D_k и u_k – коэффициент турбулентной диффузии и среднее значение по турбулентным реализациям скорость капли.

Интегрируя уравнение (2) по переменным T_k и r_k , получим уравнение баланса счетной концентрации капель n_k

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} - D_k \frac{\partial^2 n_k}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}_k \cdot n_k) = 0. \quad (2)$$

Причем реализации значений функции ПРВ по всем возможным состояниям частиц связано со значениями счетной концентрации капель в каждом сечении условием нормировки:

$$\frac{1}{n_k} \int_{T_{k \min}}^{T_{k \max}} \int_{r_{k \min}}^{r_{k \max}} P dT_k dr_k = 1.$$

Скорости изменения температуры и радиуса капель определялись с помощью уравнения баланса энтальпии капли:

$$w_k = \frac{dT_k}{dt} = \frac{Q_\lambda + Q_\mu - Q_{\text{исп}}}{\frac{4}{3}\pi r_k^3 \rho_k c_k}, \quad (3)$$

где Q_λ , Q_μ - конвективный и лучистый тепловые потоки соответственно; $Q_{\text{исп}}$ - теплота испарения оксида бора B_2O_3 ; ρ_k , c_k - плотность и удельная массовая теплоемкость капли кerosина.

Скорость изменения радиуса капли определим через уравнение сохранения ее массы m_k :

$$\begin{aligned} \frac{dm_k}{dt} &= \frac{4}{3}\pi \rho_k \frac{d(r_k^3)}{dt} = 4\pi r_k^2 \rho_k \frac{dr_k}{dt}, \\ f_k &= \frac{dr_k}{dt} = \frac{\frac{dm_k}{dt}}{4\pi r_k^2 \rho_k}. \end{aligned} \quad (4)$$

Моделирование состояния газовой фазы

Состояние газовой фазы описывается одномерными нестационарными уравнениями неразрывности, а также сохранения массы и энергии в эйлеровой системе координат:

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p u \text{grad} T &= \text{div}(\lambda) \text{grad} T + \langle Q \rangle, \\ \rho \frac{\partial g_i}{\partial t} + \rho u \text{grad} g_i &= \text{div}(\rho D) \text{grad} g_i \pm \langle G_i \rangle, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho u) &= \Sigma \langle G_i \rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь символ осреднения параметров газовой фазы опускается; λ , D - соответственно коэффициенты турбулентной теплопроводности и диффузии газа (предполагаются одинаковыми для всех компонентов); $\langle Q \rangle$, $\langle G_i \rangle$ - осредненные по состоянию капель скорости тепловыделения и реагирования газообразных компонентов.

Считаем также, что камера сгорания двигателя изобарная, поэтому справедливо уравнение состояния идеального газа

$$p = \rho T \frac{R_\mu}{\mu}, \quad \mu = \left(\sum \frac{g_i}{\mu_i} \right)^{-1}, \quad g_i = \frac{p_i \mu_i}{\rho R_\mu T},$$

где p - давление в камере сгорания; R_u - универсальная газовая постоянная; g_i, μ_i, p_i - относительная массовая концентрация, молярная масса и парциальное давление i -той составляющей газовой фазы (параметр без индекса характеризует газовую фазу в целом).

Входящие в балансовые уравнения источниковые члены определяются для стадий испарения и горения керосина следующим образом.

Опишем процесс испарения капли горючего в камере сгорания ЖРД. Считаем, что скорость испарения капель зависит от времени и координат пространства, а также от температуры и радиуса капель, так как поглощаемое каплями тепло зависит от температуры капли T_k и площади поверхности капли, описываемой через радиус капли r_k

$$\frac{dm_k}{dt} = -4\pi r_k^2 \beta_m [p_v(T_k) - p_s(T_k)].$$

Здесь β_m - коэффициент массообмена; $p_s(T_k), p_v(T_k)$ - парциальное давление и давление насыщенных паров керосина.

Величина β_m рассчитывается с учетом коэффициента диффузии паров керосина D_s по формуле

$$\beta_m = \frac{Nu_D t}{2r_k}, \text{ Re}_k = \frac{|u - u_k| 2r_k}{\nu},$$

где на основе формулы Д.Н. Вырубова $Nu_D = 0,54 \text{ Re}_k^{0,5}$; u_k – скорость капли; ν - коэффициент кинематической вязкости.

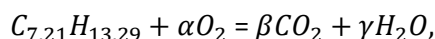
Тогда для стадии испарения капель можно записать выражения для определения источниковых членов тепла и массы

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\Delta Q_k}{F_{KC} \Delta x} = \int_{T_k} \int_{r_k} 4\pi r_k^2 \alpha (T_k - T) P dT_k dr_k, \\ G_k &= \frac{dm_k}{dt} = \frac{1}{F_{KC} \Delta x} \int_{T_k} \int_{r_k} 4\pi r_k^2 f_k \rho_k P dT_k dr_k. \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, на стадии испарения капель керосина в уравнении неразрывности источниковый член будет характеризовать приход массы за счет испарения керосина в камере сгорания с площадью поперечного сечения F_{KC} и, в конечном итоге, этот процесс будет обуславливать увеличение скорости потока.

В данной работе для моделирования процесса горения испаренного керосина в окислительном генераторном газе приняты следующие допущения.

1. В камере сгорания протекает одна брутто-реакция взаимодействия керосина с газообразным кислородом:



где стехиометрические коэффициенты равны $\beta = 7,21$; $\gamma = 6,645$; $\alpha = \gamma + 2\beta = 23,265$.

2. За температуру воспламенения принимаем температуру газа, равную 520 К, после чего происходит мгновенное сгорание компонентов ($g_k = 0$ или $g_o = 0$). Данное допущение обусловлено бесконечно большими скоростями химической реакции при температурах в камере сгорания ЖРД (более 3900 К). Причем для одного килограмма керосина мак-

симальная теплотворная способность brutto-реакции в соответствии с опубликованными данными составляет $\Delta H_{\text{гор}} = 43,5 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$ [10].

В случае избытка окислителя (коэффициент избытка окислителя $\alpha > 1$) происходит мгновенное и полное сгорание керосина, что может быть описано следующими граничными условиями для массовых g и мольных r концентраций:

$$g_k^{t+1} = 0 \Leftrightarrow r_k^{t+1} = 0.$$

При избытке горючего ($\alpha < 1$), массовая концентрация окислителя (кислорода) будет равна нулю, поэтому граничные условия принимают вид

$$g_0^{t+1} = 0 \Leftrightarrow r_0^{t+1,2} = 0,$$

$$r_k^{t+1,2} = \frac{1}{\alpha} r_0^{t+1},$$

$$r_c^{t+1,2} = r_c^{t+1} + \frac{\beta}{\alpha} r_0^{t+1},$$

$$r_h^{t+1,2} = r_h^{t+1} + \frac{\gamma}{\alpha} r_0^{t+1}.$$

Связь между массовыми и мольными долями всех веществ имеет вид

$$g_i^{t+1} = \frac{\mu_i \cdot r_i^{t+1}}{\sum_j \mu_j \cdot r_j^{t+1}}.$$

Здесь и далее подстрочные индексы o , k , c , h соответствуют кислороду, керосину, углероду и водороду.

Уравнения, описывающие источниковые члены основных реагирующих химических элементов, представим в виде

$$G_i = \frac{1}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{dm_i}{dt}.$$

В частности выражение для керосина имеет вид

$$G_k = \frac{1}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{dm_k}{dt} = \frac{m_{\text{раз}}}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{g_k^{t+1} - g_k^t}{\Delta t} = \rho \cdot \frac{g_k^{t+1} - g_k^t}{\Delta t};$$

- для кислорода-

$$G_o = \frac{1}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{dm_o}{dt} = \frac{m_{\text{раз}}}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{g_o^{t+1} - g_o^t}{\Delta t} = \rho \cdot \frac{g_o^{t+1} - g_o^t}{\Delta t};$$

- для углерода-

$$G_c = \frac{1}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{dm_c}{dt} = \frac{m_{\text{раз}}}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{g_c^{t+1} - g_c^t}{\Delta t} = \rho \cdot \frac{g_c^{t+1} - g_c^t}{\Delta t};$$

- для водорода:

$$g_h = \frac{1}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{dm_h}{dt} = \frac{m_{\text{газ}}}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{g_h^{t+1} - g_h^t}{\Delta t} = \rho \cdot \frac{g_h^{t+1} - g_h^t}{\Delta t}.$$

Заметим, что на стадии горения керосина источниковый член в уравнении неразрывности равен нулю, так как в процессе протекания химической реакции конденсированная фаза не образуется и масса должна сохраняться.

Источниковый член в уравнении сохранения энергии (5) имеет вид

$$Q = \frac{\Delta m_{\text{к}}}{F_{\text{кк}} \cdot \Delta x} \cdot \frac{\Delta H_{\text{гор}}}{\Delta t} = -\rho \cdot (g_{\text{к}}^{t+1} - g_{\text{к}}^t) \cdot \frac{\Delta H_{\text{гор}}}{\Delta t}.$$

Уравнения движения капель керосина решаются в лагранжевой системе координат с использованием полной производной по времени. Тогда в предположении закона сопротивления Стокса капли изменение импульса капли для средних значений радиуса $\bar{r}_{\text{к}}$, массы $\bar{m}_{\text{к}}$ и скорости $\bar{u}_{\text{к}}$, капли можно представить в виде

$$\begin{aligned} d(\bar{m}_{\text{к}} \bar{u}_{\text{к}})/dt &= (u - \bar{u}_{\text{к}})6\pi\eta\bar{r}_{\text{к}}, \\ \bar{r}_{\text{к}} &= \int_{T_{\text{к}}} \int_{r_{\text{к}}} r_{\text{к}} P dT_{\text{к}} dr_{\text{к}}, \\ m_{\text{к}} &= 4/3\pi\bar{r}_{\text{к}}^3. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь η - коэффициент динамической вязкости газа.

При решении уравнения (1) накладывались следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} P_{x_{\min}, T_k, r_k}^{t+1} &= P_{x_{\min}, T_k, r_k}^t; \\ P_{x_{\max}, T_k, r_k}^{t+1} &= 1 - u_{k, x_{\max}}^t \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{x_{\max}, T_k, r_k}^t + u_{k, x_{\max} - 1}^t \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{x_{\max} - 1, T_k, r_k}^t; \\ P_{x, T_{k, \max}, r_k}^{t+1} &= 1 - w_{k, T_{\min}}^t \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{x, T_{k, \min}, r_k}^t; \\ P_{x, T_{k, \max}, r_k}^{t+1} &= P_{x, T_{k, \max}, r_k}^t + w_{k, T_{\max} - 1}^t \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{x, T_{k, \max} - 1, r_k}^t; \\ P_{x, T_k, r_{k, \min}}^{t+1} &= 1 - f_{k, r_{\min}}^t \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{x, T_k, r_{k, \min}}^t; \\ P_{x, T_k, r_{k, \max}}^{t+1} &= P_{x, T_k, r_{k, \max}}^t + f_{k, r_{\max} - 1}^t \frac{\Delta t}{\Delta x} P_{x, T_k, r_{k, \max} - 1, r_k}^t. \end{aligned}$$

В качестве граничных условий приняты следующие значения радиуса и температуры капель

$$\begin{aligned} T_{\text{к min}} &= 300 \text{ К}, T_{\text{к max}} = 700 \text{ К}; \\ r_{\text{к min}} &= 1 \text{ мкм}, r_{\text{к max}} = 200 \text{ мкм}; \\ T_0 &= 500 \text{ К}, T_{\text{к0}} = 380 \text{ К}. \end{aligned}$$

В данной модели было выбрано логарифмически-нормальное (ln-нормальное) распределение капель горючего по радиусу, которое удовлетворительно описывает распыление капель из форсунки

$$P_1(r_k) = \frac{\mathcal{K} \cdot e^{\frac{-(\ln r_k - \ln r_m)^2}{2 \cdot \sigma^2}}}{r_k \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}}. \quad (8)$$

Ln-нормальное распределение капель зависит от двух параметров, которые могут быть определены экспериментально, например по результатам гидравлической проливки форсунок. Этими параметрами являются средний радиус капель r_m и среднее квадратичное отклонение распределения σ . В данной работе приняты следующие значения $r_m = 70$ мкм, $\sigma = 0,2$. Влияние σ на форму ln-нормального распределения представлено на рисунке 1.

Условие нормирования функции распределения имеет вид

$$\mathcal{K} \cdot \sum_{r_{k.min}}^{r_{k.max}} \frac{e^{\frac{-(\ln r_k - \ln r_m)^2}{2 \cdot \sigma^2}}}{r_k \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} = 1.$$

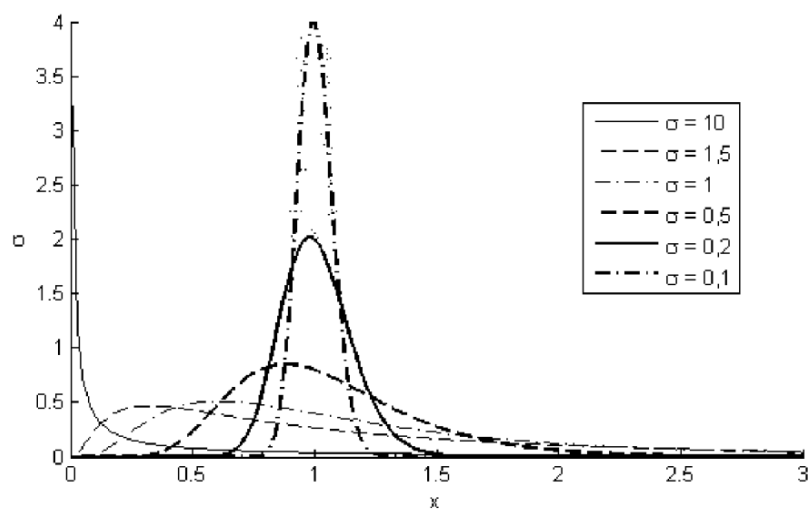


Рисунок 1. Влияние σ на форму ln-нормального распределения, ($r_m = 1$ мкм)

Основные результаты по тестированию разработанной программы расчета на этапе испарения капель керосина приведены на рисунке 2. В качестве параметров расчетных сеток по координатам физических параметров капель и камеры сгорания приняты:

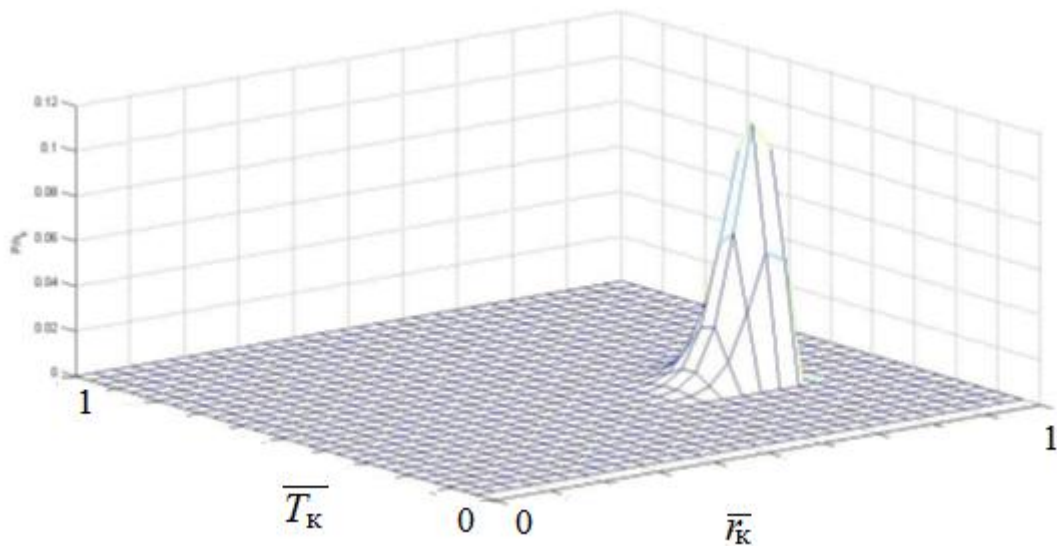
- 30 ячеек дискретизации температуры капель;
- 30 ячеек дискретизации радиуса капель;
- 10 ячеек дискретизации оси камеры.

Из приведенных графиков двумерных ПРВ, нормированных по счетной концентрации капель, следует, что по мере увеличения времени пребывания в высокотемпературной зоне происходит нагрев и испарение капель, о чем свидетельствует смещение экстремума значения P/n_k из области начального состояния капель (T_{k0} ; r_{k0}) в область $\sim(500 \text{ К}; 2,5 \text{ мкм})$.

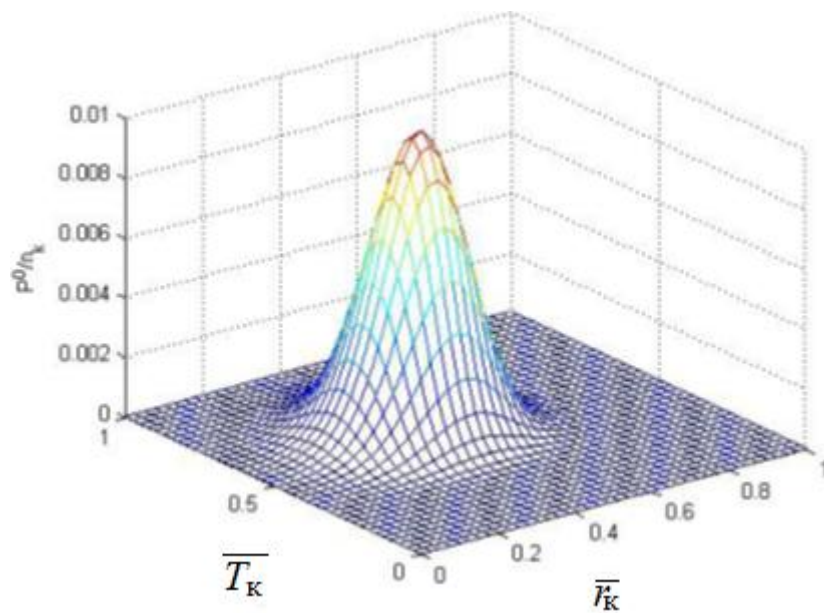
Для более удобного представления и анализа двумерных и одномерных распределений введены безразмерные значения температуры и радиуса капель

$$\bar{T}_K = \frac{T_K - T_{K \min}}{T_{K \max} - T_{K \min}},$$

$$\bar{r}_K = \frac{r_K - r_{K \min}}{r_{K \max} - r_{K \min}}.$$



а



б

Рис. 2. Функция P/n_K при $t = 0,5$ с (а) и $t = 1$ с (б); $f_K = -0,003$ м/с, $w_K = 200$ К/с

Распределение параметров газовой фазы по длине камеры сгорания приведены на рисунке 3, из которого следует, что температура газа (рисунок 3, а) падает за счёт затрат тепла на нагрев капель керосина и их испарение. Так как капли горючего испаряются, то массо-

вая доля горючего g_k возрастает (рисунок 3, б), что в соответствии с уравнением неразрывности, приводит к увеличению скорости газа в камере сгорания (рисунок 3, в).

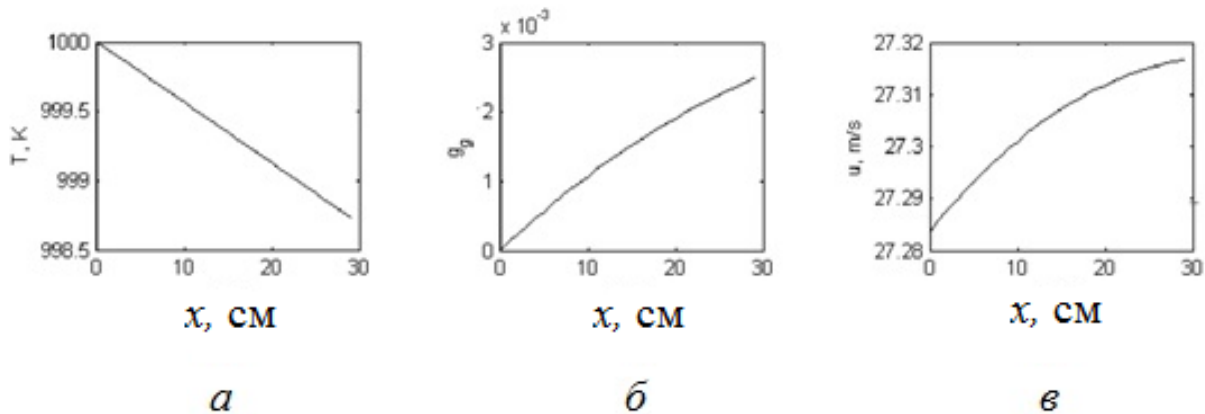


Рисунок 3. Изменение температуры газа (а), массовой доли горючего (б) и скорости газа (в) по длине камеры сгорания

Рассмотрим далее результаты, полученные в процессе расчета процессов испарения и горения капель керосина в камере сгорания РД-171М. На рисунке 4 представлена величина погрешности численного расчета - сходимости $\Delta = \max\left(\frac{T_i^{t+1}-T_i^t}{\Delta t}\right)$ в зависимости от номера итерации i . Из рисунка видно, что наибольшая погрешность расчета приходится на первые итерации, когда в соответствии с используемой разностной схемы реализуются максимальные градиенты определяемых величин, в частности, температуры газа $\left(\frac{T_i^{t+1}-T_i^t}{\Delta t}\right)$.

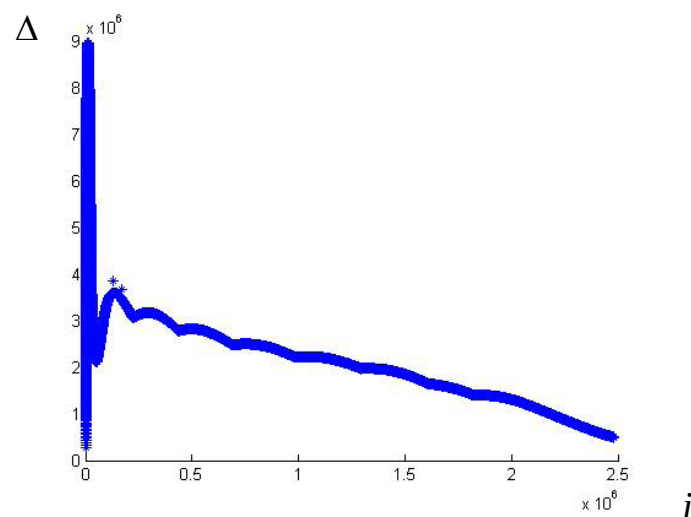


Рисунок 4. Кривая сходимости

На рисунке 5 представлены значения распределения капель, из которых следует, что капли при горении полностью испаряются, поскольку для всех капель начального распределения их радиус r_k достигает минимального значения r_{kmin} и распределение капель по радиусу стремиться к δ -функции (рисунок 5, б).

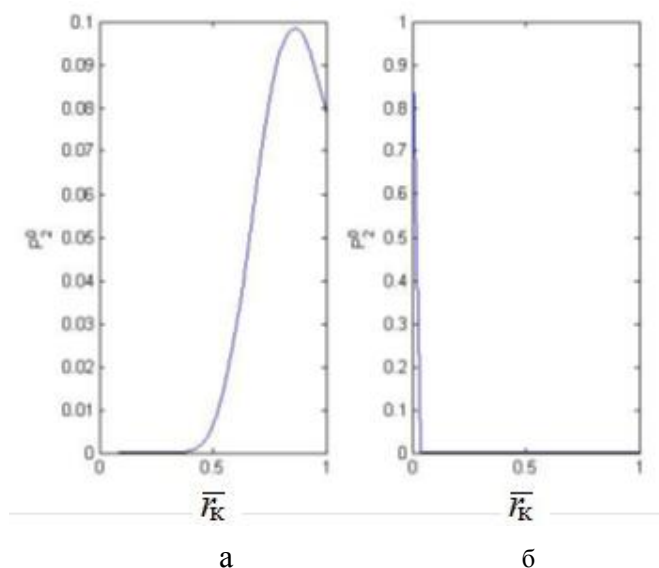


Рисунок 5. Изменение радиуса капель между начальной (а) и конечной (б) координатой камеры сгорания

Данные рисунка 6 свидетельствуют о том, что температура капель в том же сечении камеры сгорания достигает максимально допустимой температуры капель: $T_k = T_{kmax}$ и соответственно $\bar{T}_k \rightarrow 1$.

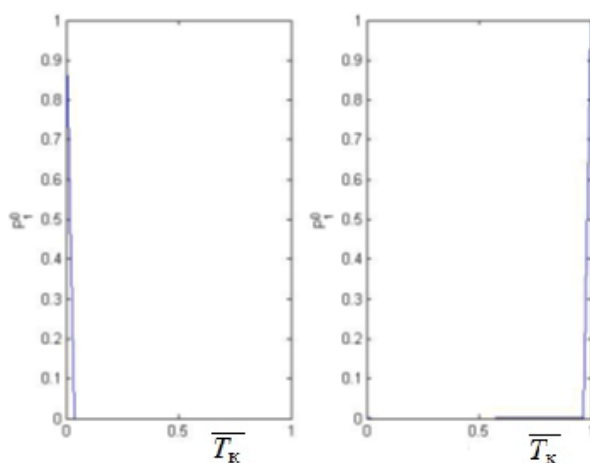


Рисунок 6. Изменение температуры капель между начальной (а) и конечной (б) координатой камеры сгорания

Результаты расчета изменения параметров газовой фазы по длине камеры сгорания приведены на рисунке 7.

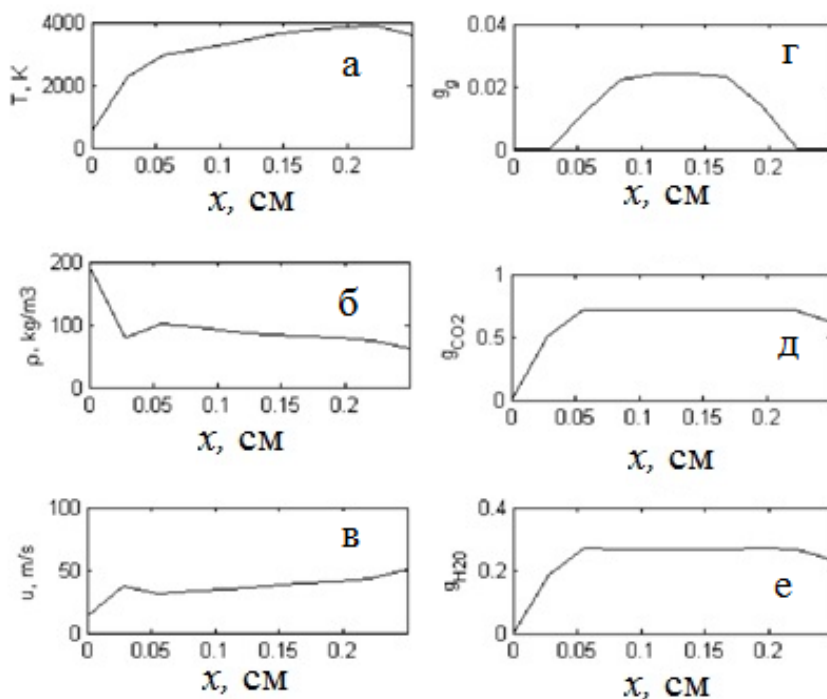


Рисунок 7. Изменение температуры (а), плотности (б), скорости (в) газа и относительных массовых концентраций горючего (г), двуокиси углерода (д) и паров воды (е) по длине камеры сгорания

Наибольшая температура продуктов сгорания составляет 3856 К (рисунок 7, а) и близка к термодинамической (3896 К). Данные значения использованы для расчета коэффициента расходного комплекса в предположении неизменности молекулярной массы продуктов сгорания:

$$\varphi_{\beta} = \sqrt{\frac{T_p}{T_*}} = \sqrt{\frac{3856}{3896}} = 0,995,$$

где T_p – рассчитанной по данной математической модели температура горения в КС, T^* – термодинамическая температура горения, рассчитанная по программе «Терра» профессора Трусова Б.Г.

Так как газовая постоянная R уменьшается вследствие испарения капель и увеличивается в результате горения, плотность газа ρ в соответствии с уравнением состояния идеального газа должна увеличиваться вследствие испарения капель и уменьшаться в результате горения топлива (рисунок 7, б).

В соответствие с уравнением неразрывности при наличии процесса испарения и увеличения вследствие этого притока массы, а также за счет падения плотности скорость потока u возрастает (рисунок 7, в).

В начальном сечении массовая доля горючего в газовой фазе равна нулю (рисунок 7, г). Далее за счет испарения капель g_g увеличивается до наибольших значений ($x \approx 0,09$) и в зоне горения ($x \approx 0,22$) уменьшается до нуля.

Массовые доли CO_2 и H_2O (рисунки 7, д, е) изменяются от нуля в зоне прогрева и испарения капель до значений, соответствующих стехиометрии химических реакций при $x \approx 0,1$ и далее почти постоянны вдоль оси x . Причем, полученные значения соответствуют условию стехиометрии продуктов реакции

$$\frac{r_{\text{CO}_2}}{\beta} = \frac{r_{\text{H}_2\text{O}}}{\gamma}.$$

Резюмируя приведенные результаты можно заключить следующее. В разработанной модели впервые выполнено исследование процессов горения в камере сгорания РД-171М полидисперсных капель керосина в окислительном генераторном газе с отражением непрерывности распределения капель по размеру и температуре и с учетом термокинетических особенностей процесса их испарения в условиях, соответствующих режимным параметрам РД-171М. Полученные результаты для коэффициента расходного комплекса (0,995) удовлетворительно согласуются с экспериментальным значением (0,98), что свидетельствует об адекватности разработанной математической модели, корректности принятых допущений и перспективности использования аппарата статистической физики для моделирования внутрикамерных процессов и двухфазных рабочих тел в ракетных двигателях.

Список литературы

1. Левочкин П.С., Мартиросов Д.С., Буканов В.Т. Проблемы функциональной диагностики жидкостных ракетных двигателей // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия машиностроение.- 2013, №1.- С. 72 – 88.
2. Моделирование газодинамических и теплообменных процессов в ЖРДМТ / Н. В. Безменова, С. А. Шустов, И. Э. Иванов, У. Г. Пирумов, К. П. Кулябин // Математическое моделирование.- 2001.- Т. 13, №6.- С. 5– 10.
3. Компьютерные модели жидкостных ракетных двигателей / Под ред. А.С. Коротева. М.: Машиностроение, 2009. 376 с.
4. Салич В.Л., Кутуев Р.Х., Лебедев И.Н. Разработка перспективных РДМТ на экологически чистых топливных композициях // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. -2009. - №3. -С. 101 – 109.
5. Рабочие процессы в жидкостном ракетном двигателе и их моделирование / Е.В. Лебединский [и др.]; Под ред. А.С. Коротева. М.: Машиностроение, 2008. 512 с.
6. Ягодников Д.А., Антонов Ю.В., Новиков А.В. Расчетные исследования по оптимизации схемы и параметров подачи компонентов топлива в камеру сгорания РДМТ на топливе кислород – керосин // Наука и образование (МГТУ им. Н.Э. Баумана): электронный журнал. -2011. № 12. DOI: 77-30569/270659.

7. Ягодников Д.А., Елисеев А.А., Говорин В.А. Оптимизация дисперсного состава топливных композиций на основе порошкообразных металлических горючих // Unsteady combustion and interior ballistics. Lectuers of the III International Work-shop.- S.- Petersburg, 2000.- Р. 334-340.
8. Ягодников Д.А. Корреляционно-статистический анализ особенностей распространения турбулентного фронта пламени по аэровзвеси частиц бора // Химическая физика. - 1998. - Т. 17, №12. С. 69 – 85.
9. Путь в ракетной технике / Под ред. Б.И. Каторгина.- М.: Машиностроение, 2004.- 544 с.
10. Энергоёмкие горючие для авиационных и ракетных двигателей / Яновский Л.С. [и др.].- М.: Физматлит, 2008.- 400 с.