

Представление формальной макро модели функционального блока сложной дискретной структуры в виде логической сети

10, октябрь 2014

Рудаков И. В.

УДК: 004.94

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

irudakov@yandex.ru

В настоящее время актуальной задачей является исследование сложных дискретных систем (СДС), отображающих функционирование таких объектов, как автоматизированные системы управления технологическими процессами, информационно-вычислительные системы, комплексы, сети, транспортные и банковские информационные системы и т. д. Известно, что под сложной системой понимается система с большим числом элементов и большим числом взаимосвязей элементов, которая обладает, по крайней мере, одним из следующих признаков:

- допускает разбиение на подсистемы, изучение каждой из которых в отдельности, с учетом влияния других подсистем в рамках поставленной задачи, имеет содержательный характер;
- функционирует в условиях существенной неопределенности и воздействие внешней среды на нее обуславливает случайный характер изменения ее параметров или структуры;
- осуществляет целенаправленный выбор своего поведения.

Известно, что системы, у которых дискретны множества внутренних состояний, входных и выходных сигналов, а также множество моментов времени, в которые поступают входные сигналы, меняются внутренние состояния и выдаются выходные сигналы, называются дискретными. Одним из важнейших признаков сложной системы является свойство иерархичности.

Сложную систему, состояния которой изменяются мгновенно во времени, будем называть сложной дискретной системой.

Реализации иерархического моделирования сложных дискретных устройств осуществляется на основе макро моделирования устройств на уровне функциональных блоков сложных дискретных структур для анализа и контроля правильности их функционирования на ранних этапах разработки.

Существуют следующие способы получения макромоделей [1] :

1. Огрубление полной модели схемы – из исходной модели последовательно исключаются отдельные элементы до тех пор, пока параметры схемы не станут отличаться от заданных.

2. Аппроксимация внешних характеристик схемы – исследуются внешние реакции схемы, на основании которых строится структура макромоделей.

3. Формирование табличных массивов – в результате исследования формируются табличные массивы, содержащие информацию о входных и выходных характеристиках схемы.

4. Использование математических выражений и уравнений – получение статических выражений, связывающих входные и выходные параметры схем.

5. Использование математических методов редукции – сокращение исходной математической модели схемы.

6. Комбинированные подходы – различные сочетания описанных выше способов получения макромоделей вычислительных устройств.

Для решения задачи анализа и контроля правильности функционирования сложной дискретной структуры в качестве входного и выходного алфавита функционального блока используется понятие информационной группы. Показано [2,3], что сложное дискретное устройство может быть представлено схемой над множеством элементов СДС $F = \{F_1, F_2, \dots\}$, входам и выходам которого приписываются информационные группы.

Для представления формальной макромоделей функционального блока упорядоченной совокупностью элементов сложной дискретной структуры необходимо выполнить ее декомпозицию. Задача декомпозиции предполагает построение сети компонентных автоматов, которая реализует схему $\hat{S}$. Поэтому необходимо представить макромоделей функционального блока в виде логической сети.

Рассмотрим макромоделей функционального блока сложной дискретной структуры, представленную схемой $\hat{S}$.

Пусть:

$P(\hat{S})$ – множество входов схемы $\hat{S}$;

$Q(\hat{S})$ – множество выходов схемы $\hat{S}$;

Φ – некоторая функция, приписанная схеме $\hat{S}$ и определяющая ее функционирование.

Для определения функционирования макромоделей функционального блока сложной дискретной структуры представим ее в виде совокупности структурной S и временной $\tilde{S}$ составляющих.

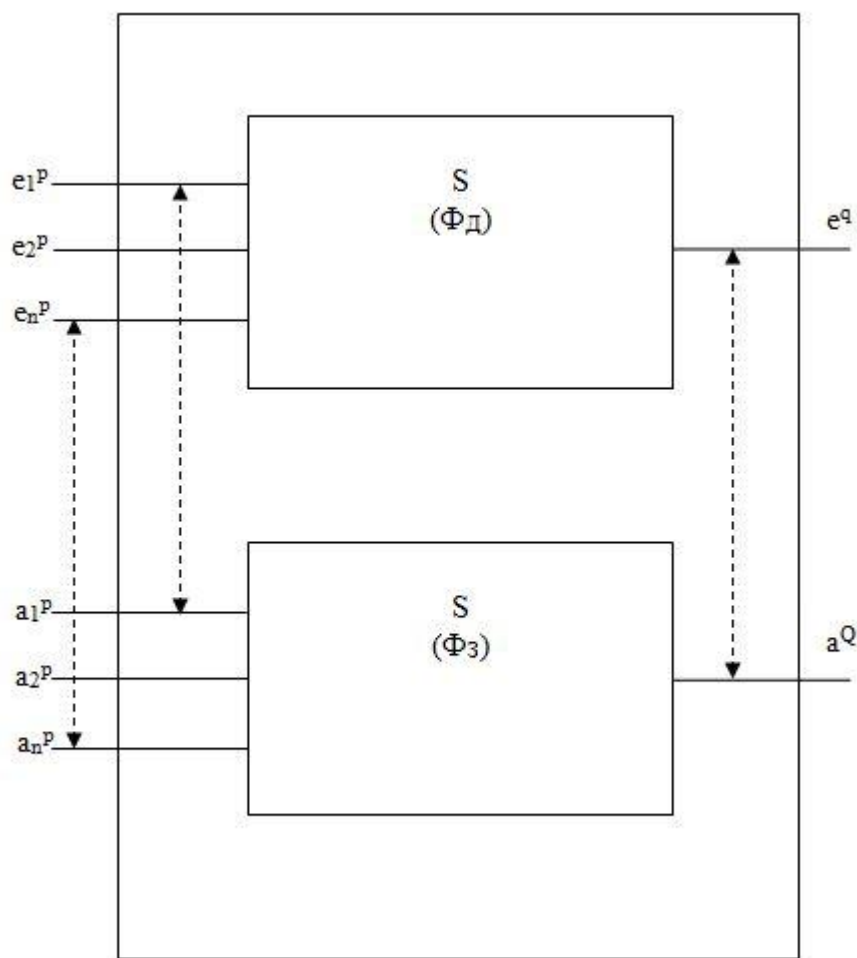


Рисунок 1. Формальная макро модель функционального блока.

Рассмотрим структурную составляющую S схемы $\tilde{S}$, определяющую функционирование макро модели без учета временных характеристик.

Припишем входам $P(S)$ схемы S некоторые переменные из множества:

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_p, \dots\},$$

где

x_p – переменная, приписанная p -му входу схемы S .

Алфавит значений каждой переменной множества состоит из элементов множества $E = \{0, 1\}$.

Множество индексов переменных из X , входящих в j -ю информационную группу, обозначим:

$$\{i_1, i_2, \dots, i_u, \dots, i_k\},$$

где

k - количество переменных, объединенных в j -ю информационную группу;

$$u = 1, 2, 3, \dots, k.$$

Множество информационных слов j -ой входной информационной группы:

$$E_j^P = \prod_{u=1}^k E_{iu} = E_{i1} \times E_{i2} \times \dots \times E_{iu} \times \dots \times E_{ik},$$

где

$E_{iu} = E$ – алфавит переменной x_{iu} из j -ой входной информационной группы.

Множество входных букв, подаваемых на схему, имеет вид:

$$E^P = \prod_{j=1}^{n_{вх}} E_j^P = E_1^P \times E_2^P \times \dots \times E_j^P \times \dots \times E_{n_{вх}}^P$$

Припишем выходам $Q(S)$ схемы S некоторые переменные из множества Y :

$$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_q, \dots\},$$

где

y_q – переменная, приписанная q -му выходу блока.

Алфавит значений каждой переменной множества Y состоит также из элементов множества $E = \{0, 1\}$.

Множество индексов переменных из Y , входящих в j -ю информационную группу, обозначим:

$$\{l_1, l_2, \dots, l_v, \dots, l_{m_j}\},$$

где

m – количество переменных, объединенных в j -ю информационную группу;

$$u = 1, 2, 3, \dots, m.$$

Множество информационных слов j -ой выходной информационной группы:

$$E_j^Q = \prod_{v=1}^m E_{lv} = E_{l1} \times E_{l2} \times \dots \times E_{lv} \times \dots \times E_{lm},$$

где

$E_{lm} = E$ – алфавит переменной y_{lv} из j -ой выходной информационной группы;

$$v = 1, 2, \dots, m.$$

Множество выходных букв, получаемых на схеме S , имеет вид:

$$E^Q = \prod_{j=1}^{n_{вых}} E_j^Q = E_1^Q \times E_2^Q \times \dots \times E_j^Q \times \dots \times E_{n_{вых}}^Q$$

Макромодель функционального блока сложной дискретной структуры устанавливает соответствие между элементами множеств E^P и E^Q согласно алгоритму функционирования блока.

Обозначим:

элемент множества E^P как e^P , т.е. $e^P \in E^P$,

конечную последовательность элементов из множества E^P длиной r , подаваемых на вход схемы S , обозначим $\varepsilon_r^P = \varepsilon_1^P \varepsilon_2^P \dots \varepsilon_v^P \dots \varepsilon_r^P$, где $e_v^P = 0 \vee 1$, $v = \overline{1, r}$.

Конечные последовательности из элементов множества E^P объединим во множество ε_r^P , т.е. $\varepsilon_r^P \in \varepsilon^P$.

Аналогичным образом можно получить конечную последовательность ε_r^Q из элементов множества E^Q длиной r . Конечные последовательности (слова) из элементов множества E^Q объединим в множество ε^Q , т.е. $\varepsilon_r^Q \in \varepsilon^Q$.

Введем функцию H , являющуюся последовательностной функцией, которая задается отображением:

$$H: \varepsilon^P \rightarrow \varepsilon^Q$$

Функция H удовлетворяет следующим условиям:

1. Для любой последовательности $\varepsilon_r^P \in \varepsilon^P$, $\varepsilon_v^Q \in \varepsilon^Q$ и $\varepsilon_v^Q = H(\varepsilon_r^P)$, где $\varepsilon_v^Q = e_1^Q e_2^Q \dots e_v^Q$, справедливо $r = v$;

2. Для любых последовательностей ε_r^P и ε_t^P из ε^P и любого v , где $1 \leq v \leq \min(r, t)$, если $\varepsilon_r^P J_v = \varepsilon_t^P J_v$, то

$$H(\varepsilon_r^P J_v) = H(\varepsilon_t^P J_v)$$

где $\varepsilon_r^P J_v$ – начало последовательности ε_r^P длиной v .

Определенная таким образом функция H является последовательностно-детерминированной функцией, и для нее каноническая система уравнений имеет вид:

$$e_1^Q, e_2^Q, \dots, e_v^Q, \dots, e_r^Q = H(e_1^P, e_2^P, \dots, e_v^P, \dots, e_r^P)$$

Для последовательностной детерминированной функции H введем множество K – множество чисел, которыми занумерованы состояния функции H , т.е.:

$$H : K = \{k_1, k_2, k_3, \dots\}$$

Детерминированная последовательностная функция H может быть представлена соотношениями:

$$\begin{cases} k(1) = k_v \\ k(w+1) = \varphi(k(w), e_w^P), \\ e_w^Q = \psi(k(w), e_w^P) \end{cases}$$

где

$$\varphi : K \times \mathcal{E}^P \rightarrow K;$$

$$\psi : K \times \mathcal{E}^P \rightarrow \mathcal{E}^Q;$$

$k(1)$ – начальное состояние функции H ;

$k(w)$ – состояние функции H на шаге с номером w ;

e_w^P – входная буква функции H на шаге с номером w ;

e_w^Q – выходная буква функции H на шаге с номером w .

Входы схемы S занумеруем следующим образом:

$$i_1, i_2, i_3, \dots, i_p, \dots, i_n$$

где i_p – номер p -го входа схемы S .

Припишем входам схемы S переменные из множества X , самой схеме – последовательностную детерминированную функцию H . В этом случае, если на вход S подавать буквы последовательности $\mathcal{E}_r^P$, то на выходе S устанавливается последовательность выходных букв $\mathcal{E}_r^Q$, причем $\mathcal{E}_r^Q = H(\mathcal{E}_r^P)$. Работа схемы S заключается в следующем: в определенные моменты на вход схемы S поступают входные буквы $e^P \in \mathcal{E}_r^P$; схема S находится в одном из внутренних состояний, кодируемых с помощью элементов из множества K , а с выхода S снимаются выходные буквы $e^Q \in \mathcal{E}_r^Q$.

Входная буква и состояние в определенный момент однозначно определяют выходную букву в этот же момент и состояние схемы S в следующий момент соответственно рекуррентным соотношениям (2.1). Процедура, устанавливающая соответствие между

входными последовательностями, состояниями схемы и выходными последовательностями, называется функционированием схемы S .

Модель схемы S учитывает логику преобразования входной буквы в выходную. В процессе функционирования схема S вычисляет функцию H и называется вычислителем функции H .

Для учета временных характеристик макромодели введем модель $\tilde{S}$.

Пусть алфавитом переменных некоторого множества $\tilde{U} = \{\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots\}$ являются элементы счетного множества $\tilde{A} = \{I, -I\}$.

Введем последовательностную детерминированную функцию $\tilde{D}(\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots, \tilde{u}_n)$, определенную на множестве $\tilde{A}$.

Пусть $\tilde{\delta}_r^P$ – конечная последовательность длиной r букв вида $\tilde{a}_1^P, \tilde{a}_2^P, \tilde{a}_3^P, \dots, \tilde{a}_v^P, \dots, \tilde{a}_r^P$, $\tilde{A}^P = \tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_n$, где $\tilde{a}_v^P \in \tilde{A}^P$ – элемент множества $\tilde{A}^P$ и $\tilde{a}^P = (\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_n)$, где $\tilde{a}_n$ – значение переменной $\tilde{u}_n$, $\tilde{A}_n = \tilde{A}$, $v=1, 2, 3, \dots, r$.

Конечную последовательность длиной r букв вида $\tilde{a}_1^Q, \tilde{a}_2^Q, \tilde{a}_3^Q, \dots, \tilde{a}_v^Q, \dots, \tilde{a}_r^Q$ обозначим $\tilde{\delta}_r^Q$, где $\tilde{a}_v^Q = I \vee -I$, $v=1, 2, 3, \dots, r$.

Множество слов $\tilde{\delta}_r^P$ обозначим как $\tilde{A}^P$, множество слов $\tilde{\delta}_r^Q$ обозначим как $\tilde{A}^Q$. Тогда функцию $\tilde{D}$ определим как отображение:

$$\tilde{D}: \tilde{A}^P \rightarrow \tilde{A}^Q$$

и функция $\tilde{D}$ может быть задана рекуррентно соотношениями:

$$\begin{cases} \tilde{k}(1) = \tilde{k}_v \\ \tilde{k}(w+1) = \tilde{\varphi}(\tilde{k}(w), \tilde{a}_w^P), \\ \tilde{a}_w^Q = \tilde{\psi}(\tilde{k}(w), \tilde{a}_w^P) \end{cases}$$

где

$$\tilde{\varphi}: \tilde{K} \times \tilde{A}^P \rightarrow \tilde{K};$$

$$\tilde{\psi}: \tilde{K} \times \tilde{A}^P \rightarrow \tilde{A}^Q;$$

$$\tilde{K} = \{\tilde{k}(1), \tilde{k}(2), \dots\} \text{ – множество номеров состояний функции } \tilde{D};$$

$\tilde{k}(1)$ – номер начального состояния функции $\tilde{D}$;

$\tilde{k}(w)$ – номер состояния функции $\tilde{D}$ на шаге с номером w .

Введем последовательностную функцию с задержкой $\tilde{\lambda}(\tilde{\delta}_r^P)$, используя функцию $\tilde{D}(\tilde{\delta}_r^P)$ с учетом времени задержки τ .

Функция $\tilde{\lambda}(\tilde{\delta}_r^P)$ в качестве состояний имеет множество $\tilde{K}$ и для момента времени t задается соотношениями:

$$\begin{cases} \tilde{k}(1) = \tilde{k}_v \\ \tilde{k}(1) = \tilde{\varphi}(\tilde{k}(t), \tilde{a}^P(t)), \\ \tilde{a}^Q(t) = \tilde{\psi}(\tilde{k}(t), \tilde{a}^P(t)) \end{cases}$$

где

$$s \geq t + \tau, s < t';$$

t' – время поступления следующей за $\tilde{a}^P(t)$ буквы из $\tilde{A}^P$;

$\tilde{a}^Q(t)$ – значение функции $\tilde{\lambda}(\tilde{\delta}_r^P)$ в момент времени t ;

$\tilde{k}(t)$ – номер состояния функции $\tilde{\lambda}(\tilde{\delta}_r^P)$ в момент времени t .

Установим взаимно-однозначное соответствие между соответствующими входами $\tilde{S}$ и входами S . Занумеруем эти входы в соответствии с нумерацией входов схемы S : $i_1, i_2, \dots, i_n$, где i_p – номер p -го входа S , $p = 1, 2, \dots, n$.

Припишем схеме $\tilde{S}$ последовательностную функцию с задержкой $\tilde{\lambda}(\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots, \tilde{u}_n)$, иначе входам $\tilde{S}$ припишем переменные из множества $\tilde{U}$, а состояние выхода $\tilde{S}$ определяется следующим образом: если на вход $\tilde{S}$ поступает слово $\tilde{\delta}_r^P$, то на выходе $\tilde{S}$ имеем слово $\tilde{\delta}_r^Q = \tilde{\lambda}(\tilde{\delta}_r^P)$.

Смысл элементов множества $\tilde{A}$, которые являются алфавитом переменных множества $\tilde{U} = \{\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \dots\}$, уточним в соответствии с правилом, введенном в работе :

1. Если $\tilde{u}_p = I$, $p = 1, 2, \dots, n$, то на вход с номером p схемы S поступает входная буква e_w^p , соответствующая операнду, который подлежит обработке в данном такте. В этом случае на вход с номером p схемы $\tilde{S}$ поступает сообщение.

2. Если $\tilde{u}_p = -I$, $p = 1, 2, \dots, n$, то на вход с номером p схемы S поступает входная буква e_w^p , не соответствующая операнду, который подлежит обработке в данном такте. В этом случае на вход с номером p схемы $\tilde{S}$ не поступает сообщение.

При поступлении на вход схемы $\tilde{S}$ входной буквы $\tilde{a}_w^p$, а на вход схемы S входной буквы e_w^p соответственно, переменная, приписанная выходу схемы $\tilde{S}$, определяется по правилу:

1. Если состояние выхода $\tilde{S}$ равно I , то на выход S поступает выходная буква $e_w^Q = \psi(k(w), e_w^P)$, т.е. на выходе $\tilde{S}$ появляется сообщение.

2. Если состояние выхода $\tilde{S}$ равно $-I$, то на выход S поступает выходная буква $e_w^Q \neq \psi(k(w), e_w^P)$, т.е. на выходе $\tilde{S}$ не появляется сообщение.

Для схемы $\tilde{S}$ можно ввести вычислительную процедуру, аналогичную схеме S , которая устанавливает соответствие между входными последовательностями на $\tilde{A}^P$, состояниями схемы и выходными последовательностями из $\tilde{A}^Q$, использующую рекуррентные соотношения (3). Эту процедуру назовем функционированием схемы $\tilde{S}$.

Работа $\tilde{S}$ совместно с S при подаче на их входы слов $\tilde{\delta}_r^P$ и ε_r^P соответственно происходит следующим образом: на вход $\tilde{S}$ в определенные моменты времени t поступают сообщения в соответствии с $\tilde{a}^P(t)$, а на входы S – соответствующие им буквы $e_1^P, \dots, e_n^P$; при этом S находится в одном из внутренних состояний, кодируемых элементами из множества K , а $\tilde{S}$ – в одном из внутренних состояний, кодируемых элементами из множества $\tilde{K}$. С выхода S снимается выходная буква e^Q , с выхода $\tilde{S}$ – выходная буква $\tilde{a}^Q(t)$. При этом, если на вход $\tilde{S}$ поступает входное слово $\tilde{\delta}_r^P$, то на вход S поступает входное слово ε_r^P соответственно, и схемы $\tilde{S}$ и S проходят состояния из слов состояний $(\tilde{k}(1), \tilde{k}(2), \dots)$ и $(k(1), k(2), \dots)$ соответственно (рис. 2.1). В работе [3] показано, что если существует взаимно-однозначное соответствие между $\tilde{\delta}_r^P$ и ε_r^P , $\tilde{\delta}_r^Q$ и ε_r^Q , то существует соответствие между любыми $\tilde{k}(v)$ и $k(v)$, иначе количество элементов множества K и множества $\tilde{K}$ равно, и перенумеровав состояния в множестве $\tilde{K}$, можно получить $K \Leftrightarrow \tilde{K}$. В этом случае соотношения (2, 3) примут вид:

$$\begin{cases} k(1) = k_v \\ k(s) = \tilde{\varphi}(k(t), \tilde{a}^P(t)) \\ \tilde{a}^Q(t) = \tilde{\psi}(k(t), \tilde{a}^P(t)) \end{cases}$$

Следовательно, схема $\tilde{S}$ учитывает задержки времени τ поступления сообщений на схему S .

Множество всех функций вида H обозначим через $\Phi_{\tilde{A}}$, а множество всех функций вида $\tilde{D}$ обозначим через $\Phi_{\tilde{C}}$.

Пусть $\{\Phi\}$ – множество пар функций из $\Phi_{\tilde{D}}$ и $\Phi_{\tilde{C}}$, элементы которого устанавливают соответствие между $H \in \Phi_{\tilde{D}}$ и $\tilde{D} \in \Phi_{\tilde{C}}$.

Иначе:

$$\begin{aligned} & (\forall i)(H_i \in \Phi_{\tilde{D}})(\forall j)(\tilde{D}_j \in \Phi_{\tilde{C}})(H_i \leftrightarrow \tilde{D}_j) \& \\ & (\forall i)(H_i \in \Phi_{\tilde{D}})(\tilde{D}_i \in \Phi_{\tilde{C}}) \& (H_i \leftrightarrow \tilde{D}_i) \rightarrow \\ & (\forall \hat{f}_i)(\hat{f}_i \in \Phi)(\hat{f}_i \leftrightarrow (H_i, \tilde{D}_i)) \end{aligned}$$

В работе [3] доказано утверждение о том, что схема S , которой приписана функция из $\Phi_{\tilde{D}}$, совместно со схемой $\tilde{S}$, которой приписана функция из $\Phi_{\tilde{C}}$, являются моделью последовательностной схемы с учетом временных характеристик.

Установим зависимость между множеством пар функций Φ , приписанным макро-модели блока регистровой структуры и последовательностными функциями $g_1, g_2, \dots, g_i$, приписанными моделям элементов структуры, входящих в блок.

Модель элемента сложной дискретной структуры F_1 содержит функцию g_1 , отображающую последовательность входных информационных слов в последовательность выходных. Для множества состояний функции g_1 вводится множество θ_1 – множество чисел, которыми занумерованы состояния функции g_1 (множество θ_1 вводится аналогично множеству K , определенному выше):

$$g_1 \leftrightarrow \theta_1 = \{\theta_1^1, \theta_2^1, \theta_3^1, \dots, \theta_i^1\}$$

Для элемента сложной дискретной структуры F_2 :

$$g_2 \leftrightarrow \theta_2 = \{\theta_1^2, \theta_2^2, \theta_3^2, \dots, \theta_k^2\},$$

где

θ_2 – множество чисел, которыми занумерованы состояния последовательностной детерминированной функции g_2 , которую содержит модель элемента F_2 .

Для элемента сложной дискретной структуры F_i :

$$g_i \leftrightarrow \theta_i = \{\theta_i^2, \theta_i^2, \theta_i^2, \dots, \theta_p^i\},$$

где

θ_i – множество чисел, которыми занумерованы состояния последовательностной детерминированной функции g_i , которую содержит модель элемента F_i .

Таким образом, θ_m^n – число, которым занумеровано состояние элемента n на шаге m вычисления функции g_n .

Объединим номера состояний θ_m^n элементов сложной дискретной структуры $F_1, F_2, \dots, F_i$ для первого шага вычисления последовательностных функций $g_1, g_2, \dots, g_i$ во множество $\{f_1\}$:

$$\{f_1\} \leftrightarrow \{\theta_1^1, \theta_1^2, \theta_1^3, \dots, \theta_1^i\}$$

для второго шага вычисления функций во множество $\{f_2\}$:

$$\{f_2\} \leftrightarrow \{\theta_2^1, \theta_2^2, \theta_2^3, \dots, \theta_2^i\}$$

для w -го шага вычисления функций во множество $\{f_w\}$:

$$\{f_w\} \leftrightarrow \{\theta_w^1, \theta_w^2, \theta_w^3, \dots, \theta_w^i\}$$

для p -го шага вычисления функций во множество $\{f_p\}$:

$$\{f_p\} \leftrightarrow \{\theta_p^1, \theta_p^2, \theta_p^3, \dots, \theta_p^i\}$$

Таким образом, занумеровав множества $f_1, f_2, f_3, \dots, f_w, \dots, f_p$, получим множество чисел, которыми занумерованы состояния модели функционального блока сложной дискретной структуры, отображаемого схемой с приписанной ей функцией Φ :

$$\Phi = \{\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_w, \dots, \hat{f}_p\},$$

где

$w = \overline{1, p}$ – шаг вычисления функции Φ .

Введем определение следующих понятий и запишем их с помощью аппарата математической логики

1. Определим последовательностную схему как:

$$CXM(\dot{S}) = CXM(П.Д.ФН(\hat{Y}, \hat{X}), \hat{X}, \hat{Y})$$

2. Определим последовательностную детерминированную функцию как:

$$\begin{aligned} П.Д.ФН(\hat{y}, \hat{x}) &= (\forall \hat{U})(\hat{U} \subseteq ОБ(\hat{x})) \& (\forall \hat{v})(\hat{v} \subseteq ОБ(\hat{y})) \& (\hat{u} \leftrightarrow \hat{v}) \\ П.Д.ФН(\hat{y}, \hat{x}) &= (\forall \hat{K})(\hat{K} = \{\hat{k}_1, \hat{k}_2, \dots\}) \& (ОБ(\hat{x}) \times \hat{K} \rightarrow \hat{K}) \& \\ & (ОБ(\hat{x}) \times \hat{K} \rightarrow ОБ(\hat{y})) \end{aligned}$$

3. Определим зависимость между последовательностной детерминированной функцией Φ блока и последовательностными детерминированными функциями g_i элементов регистровой структуры как:

$$(\hat{f}_3 \leftrightarrow \{\theta_3^1, \theta_3^2, \theta_3^3, \dots\} \dots)$$

Введем понятие входного набора VN для схемы $\tilde{S}$ с приписанной ей последовательностной детерминированной функцией из $\tilde{\Phi}_D$. Схема S задает вычислитель функции H_ε , определяемой на входной букве e_ε^P . Входной букве схемы S однозначно соответствует множество сообщений, поступающих на входы схемы $\tilde{S}$. Под сообщением понимается упорядоченный набор символов из определенного заранее множества, служащий для выражения информации, а для сложного дискретного устройства под сообщением понимается изменение значения переменной из множества $\tilde{U}$. Заданной функции $H_\varepsilon \in \Phi_D$ соответствует сообщение, поступающее на вход с номером i_n схемы S . Номера (индексы) входов схемы $\tilde{S}$, на которые поступают сообщения, объединяются во входной набор VN . Следовательно, схема S будет заданным вычислителем функции H_ε на входной букве e_ε^P , если на входы схемы $\tilde{S}$, номера которых входят в множество VN , поступили сообщения. Каждому вычислителю, который определяется схемой S приписыванием ей функции из Φ_D на заданной входной букве e_ε^P , однозначно соответствует элемент множества $p \in VN$ входных наборов схемы $\tilde{S}$. Таким образом, входным набором VN называется множество индексов входов схемы $\tilde{S}$, на которые поступили сообщения.

Схемы S и $\tilde{S}$ с приписанными им функциями из Φ_D и Φ_Z , соответственно, совместно образуют макромоделю функционального блока сложной дискретной структуры с учетом задержек. Эта макромоделю получена для функционального блока, у которого множество $P(S)$ содержит n элементов, а множество $Q(S)$ – один элемент. Макромоделю блока, у которого множество $Q(S)$ содержит произвольное количество элементов ($> i$), может быть представлена совокупностью схем с использованием операции суперпозиции.

Таким образом, исходя из сказанного, макромоделю функционального блока сложной дискретной структуры можно определить как схему

$$\hat{S} = \{S, \tilde{S}, \Phi\},$$

где:

S – схема, определяющая структуру макромоделю функционального блока;

$\tilde{S}$ – схема, учитывающая задержки обработки сообщений в макромоделю функционального блока;

Φ – множество пар последовательностных детерминированных функций из Φ_D и Φ_Z , описывающее функционирование макромоделю блока сложной дискретной структуры.

Пусть Φ_i – множество последовательностных детерминированных функций из $\Phi_{\hat{A}}$, приписываемых некоторой i -ой схеме из $\{F\}$. Тогда, множество $\Phi_{\hat{A}} = \Phi_1 \times \Phi_2 \times \dots \times \Phi_i \times \dots$, где $i = 1, 2, \dots, |F|$, задает множество вычислителей, которые можно получить на схеме $\hat{S}$.

Определим вычислитель подмножества функций из Φ на схеме $\hat{S}$ следующим образом:

$$CAL(\Phi(\hat{S}), \varepsilon_r^P(\tilde{A}_r^P)) : (\forall p)(p = \overline{1, r})(sttm(P(\hat{S}), t, p)) = e^P(\tilde{a}_p) \& (\forall F_i)(i = \overline{1, n})(\{F_i\} \in \hat{S}) \& (\exists g_i)(g_i = \overline{1, b_i})$$

где:

t_p – момент времени, в который на вход S или $\tilde{S}$ поступают буквы e^P и $\tilde{a}_p$ соответственно;

g_i – последовательностная детерминированная функция, приписанная элементу F_i ;

b_i – количество функций, приписываемых i -му элементу F_i .

Одна и та же схема $\hat{S}$ может задавать различные вычислители, если варьировать приписывания:

1. различных переменных входам схемы S ;
2. различных номеров входам схемы S ;
3. различных пар функций из Φ схемы $\hat{S}$;
4. различных наборов переменных входам схемы $\tilde{S}$.

Если схеме $\hat{S}$ приписаны некоторые переменные ее входам (входная последовательность букв $\mathcal{E}_r^P$), некоторые переменные ее выходам (выходная последовательность букв $\mathcal{E}_r^Q$) и занумерованы ее входы и выходы, то полученный при этом объект называется сетью S° .

Пусть сеть S° реализует некоторую операцию v_i° :

$$v_i^\circ : (\Phi_{i_1} \times \Phi_{i_2} \times \dots) \rightarrow \Phi_i$$

и если значения последовательностных детерминированных функций элементов F_i , входящих в систему $\hat{S}$, существуют, то сеть S° может рассматриваться как логическая сеть, т.е. вычислитель некоторой функции из Φ .

Множество всех операций, реализуемых логической сетью S° над входными последовательностями $\mathcal{E}_r^P(\delta_r^P)$ с целью вычисления выходных последовательностей $\mathcal{E}_r^Q(\delta_r^Q)$, обозначим $V^\circ = \{v_1^\circ, v_2^\circ, \dots, v_G^\circ\}$. Каждый момент функционирования логической сети

S° связан с выполнением операции v_g° , т.е. $\mathcal{E}_r^{P^\circ} = v_g^\circ \left(\mathcal{E}_r^{Q^\circ} \right)$, которая задается кодом

операции $g = 1, \dots, G$; другими словами, логическая сеть S° осуществляет преобразование информации из слов входного алфавита в слова выходного алфавита в соответствии с алгоритмом преобразования (функционирования макромодели $\hat{S}$).

Следовательно, можно определить функционирование логической сети S° следующим образом:

$$\begin{aligned} S^\circ : (\forall p^\circ) (p^\circ = \overline{1, r}) (sttm(P(S^\circ), t)) = \\ e^{P^\circ} \& (\forall V^\circ) (V^\circ = \{v_1^\circ, v_2^\circ, \dots, v_g^\circ, \dots\}) (g = \overline{1, G}) \rightarrow \\ (\forall q^\circ) (q^\circ = \overline{1, n}) (sttm(Q(S^\circ), t)) = e^{Q^\circ} \end{aligned}$$

где $P(S^\circ)$ и $Q(S^\circ)$ – множество входов и выходов логической сети соответственно.

Утверждение .

Функционирование логической сети S° с приписанным ей множеством операций V° , реализуемых сетью S° , эквивалентно функционированию макромодели функционального блока сложной дискретной структуры, представленного схемой $\hat{S}$ с приписанным ей множеством Φ .

Доказательство.

Функционирование логической сети S° будет эквивалентно функционированию схемы $\hat{S}$, если для каждого тактового момента времени t , входная и выходная последовательности букв e^{PS° и e^{QS° сети S° будут эквивалентны входной и выходной последовательности букв $e^{P\hat{S}}$ и $e^{Q\hat{S}}$ схемы $\hat{S}$.

Иначе:

$$\begin{aligned}
 & (\forall p^\circ)(p^\circ = \overline{1, r})(sttm(P(S^\circ), t)) = e^{PS^\circ} \& \\
 & (\forall V^\circ)(V^\circ = \{v_1^\circ, v_2^\circ, \dots, v_g^\circ, \dots\})(g = \overline{1, G}) \rightarrow (\forall q^\circ)(q^\circ = \overline{1, n}) \\
 & (sttm(Q(S^\circ), t)) = e^{QS^\circ} = (\forall p)(p = \overline{1, r})(sttm(P(\hat{S}), t)) = e^{P\hat{S}} \& \\
 & (\forall \Phi)(\Phi = \{\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_m\})(On(X) \times \Phi \rightarrow \Phi)(On(X) \times \Phi \rightarrow On(Y)) \& \\
 & (x \leftrightarrow p)(y \leftrightarrow q) \rightarrow (\forall q)(q = \overline{1, n})(sttm(Q(\hat{S}), t)) = e^{Q\hat{S}}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Введем следующие обозначения:

$$A11: (\forall p^\circ)(p^\circ = \overline{1, r})(sttm(P(S^\circ), t)) = e^{PS^\circ} \tag{2}$$

$$A12: (\forall V^\circ)(V^\circ = \{v_1^\circ, v_2^\circ, \dots, v_g^\circ, \dots\})(g = \overline{1, G}) \tag{3}$$

$$A13: (\forall q^\circ)(q^\circ = \overline{1, n})(sttm(Q(S^\circ), t)) = e^{QS^\circ} \tag{4}$$

$$A14: (\forall p)(p = \overline{1, r})(sttm(P(\hat{S}), t)) = e^{P\hat{S}} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 A15: & (\forall \Phi)(\Phi = \{\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_m\})(On(X) \times \Phi \rightarrow \Phi) \\
 & (On(X) \times \Phi \rightarrow On(Y)) \& (x \leftrightarrow p)(y \leftrightarrow q)
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$A16: (\forall q)(q = \overline{1, n})(sttm(Q(\hat{S}), t)) = e^{Q\hat{S}} \tag{7}$$

Подставим выражения (36-41) в (35):

$$A11 \& A12 \rightarrow A13 = A14 \& A15 \rightarrow A16 \quad (8)$$

Выражение (8) будет истинным в данной интерпретации, если будут эквивалентны выражения: $A11 = A14$ и $A12 = A15$ соответственно, т.к. в этом случае выражения $A13$ и $A16$ тоже будут эквивалентны.

Под эквивалентностью выражений понимается следующее: два выражения эквивалентны тогда и только тогда, когда истинностные значения выражений совпадают при каждой интерпретации выражений.

Пусть логическая сеть S° и схема $\hat{S}$, отображающие макромодель функционального блока сложной дискретной структуры, имеют одинаковое количество входов и выходов и они занумерованы одинаковым образом, т.е. выражения $A11$ и $A14$ эквивалентны ($A11 = A14$). Данное предположение справедливо, т.к. и логическая сеть S° , и схема $\hat{S}$, отображают один и тот же объект.

Необходимо доказать эквивалентность выражений $A12$ и $A15$. Используя введенное выше множество Φ , выражение (40) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} & (\forall \Phi) (\Phi = \{\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_m\}) (On(x_1) \times \hat{f}_1 \rightarrow \hat{f}_1) (On(x_2) \times \hat{f}_2 \rightarrow \hat{f}_2) \& \dots \& \\ & (On(x_m) \times \hat{f}_m \rightarrow \hat{f}_m) \& (On(x_1) \times \hat{f}_1 \rightarrow On(y_1)) \& (On(x_2) \times \hat{f}_2 \rightarrow On(y_2)) \& \dots \& \\ & (On(x_m) \times \hat{f}_m \rightarrow On(y_m)) \& (x \leftrightarrow p) (y \leftrightarrow q) \end{aligned} \quad (9)$$

Операция V_i° , задаваемая сетью S° , определяется как:

$$v_i^\circ : \hat{f}_{1i} \times \hat{f}_{2i} \times \dots \times \hat{f}_{mi} \rightarrow \hat{f}_i \quad (10)$$

Подставим выражение (44) в (43) и, используя операции суперпозиции, получим:

$$\begin{aligned} & (\forall \Phi) (\Phi = \{\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_m\}) (\hat{f}_{11} \times \hat{f}_{12} \times \dots \times \hat{f}_{1m} \rightarrow \hat{f}_1) \& \\ & (\hat{f}_{21} \times \hat{f}_{22} \times \dots \times \hat{f}_{2m} \rightarrow \hat{f}_2) \& \dots \& (\hat{f}_{m1} \times \hat{f}_{m2} \times \dots \times \hat{f}_{mm} \rightarrow \hat{f}_m) \end{aligned} \quad (11)$$

Используя свойство изоморфизма, выражение (45) примет вид:

$$(\forall v^\circ) (v^\circ = \{v_1^\circ, v_2^\circ, \dots, v_g^\circ, \dots\}) (g = \overline{1, G}) \quad (12)$$

Следовательно, формула $A12$ эквивалентна формуле $A15$.

Выражения $A13$ и $A16$ также будут эквивалентны, т.к. они являются логическими следствиями эквивалентных выражений. Таким образом, выражение (42) является истинным в данной интерпретации и, следовательно, функционирование логической сети S° с приписанным ей множеством операций V° , реализуемых сетью S° , эквивалентно функ-

ционированию макромоделей функционального блока сложной дискретной структуры, представленного схемой $\hat{S}$ с приписанным ей множеством Φ .

Таким образом, показано, что функционирование макромоделей функционального блока может быть представлено функционированием сети, описывающей блок, что позволяет решить задачу декомпозиции макромоделей функционального блока сложной дискретной структуры.

Следовательно, используя макромодель сложной дискретной структуры с приписанным ей множеством операций, можно решать следующие задачи:

- определить скорость выполнения отдельных команд (операций) или последовательностей команд (операций);
- определить загрузку аппаратных средств;
- вычислить в различных режимах работы производительность СДС для вариантов структуры логической сети S° ;
- осуществить контроль правильности выполнения заданного алгоритма функционирования СДС по последовательности входных информационных наборов.

Список литературы

1. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования: Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 306 с.
2. Рудаков И.В. Методика иерархического исследования сложных дискретных структур: Наука и образование (МГТУ им. Н.Э. Баумана) (электронный журнал) № 6 <http://technomag.edu.ru/70230.html>
3. Рудаков И. В., Смирнов А. А. Исследование сложных дискретных систем на базе агентного метода // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение.- 2009. _№3.-С. 33-41