

Метод калибровки блока акселерометров инерциальной навигационной системы на испытательном стенде

01, январь 2014

DOI: 10.7463/0114.0691573

Мьинт Хтун Наинг

УДК 629.7.05

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
mhnaing44@gmail.com

Введение

В инерциальной навигационной задаче существенное влияние на точность определения навигационных параметров оказывает знание математических моделей инструментальных погрешностей чувствительных элементов (гироскопов и акселерометров) и значений параметров этих моделей. Важным этапом подготовки к эксплуатации инерциальной навигационной системы (ИНС) [2] является калибровка входящего в ее состав блока акселерометров (БА). Под калибровкой блока акселерометров ИНС понимают определение инструментальных погрешностей математической модели БА - смещений нуля, масштабных коэффициентов, углов не ортогональности измерительных осей акселерометров, а также ошибки выставки блока акселерометров на испытательном стенде, ошибки горизонтирования испытательного стенда, ошибок разворотов датчиков угла и ошибок перекоса испытательного стенда. Эти погрешности, в конечном счёте, приводят к ошибкам позиционирования триады акселерометров в измерительных положениях, которые считаются малыми.

Основными характеристиками эффективности процесса калибровки являются точность и достоверность оценивания (идентификации) калибруемых параметров. Значительное влияние на точность калибровки акселерометров оказывает ошибки выставки блока акселерометров на стенде и инструментальные погрешности испытательного стенда (ошибки горизонтирования, ошибки датчиков углов, перекосы осей стенда и другие).

В настоящее время существует целый ряд научных источников, посвященных калибровке блока акселерометров ИНС [5-8]. Все представленные в публикациях методы калибровки БА используют 24 измерительных положений стенда в гравитационном поле относительно горизонтальной плоскости.

В работе разработана модель показаний инструментальных погрешностей блока акселерометров

ИНС на двухосном испытательном стенде. Рассмотрено условие инвариантности уравнений процесса калибровки блока акселерометров относительно ошибок испытательного стенда. Найдены новые измерительные положения калибровки БА инерциальной навигационной системы на стенде, что приводит к минимизации подавления измерительных шумов калибровки и трудоёмкости калибровки.

1. Математическая модель инструментальных погрешностей блока акселерометров на испытательном стенде

В состав блока акселерометров входят три одноосных акселерометра с взаимно перпендикулярными измерительными осями. Как правило, калибровку БА инерциальной навигационной системы приводят на специальных поворотных стендах, которые имеют несколько осей вращения. Обычно для калибровки блока акселерометров инерциальных навигационных измерителей применяются двухосные испытательные стенды. При калибровке блока акселерометров ИНС на испытательных поворотных стендах в качестве метрологического эталона применяют вектор ускорения силы тяжести, который должен быть известен с достаточной точностью в месте проведения калибровки.

Модель процесса калибровки блока акселерометров на испытательном стенде представляет собой развитую модель, в которую включают [3, 7, 8]:

- инструментальные погрешности блока акселерометров, подлежащие калибровке,
- ошибки выставки блока акселерометров на испытательном стенде,
- инструментальные погрешности испытательного стенда, влияющие на точность калибровки триады акселерометров,
- ошибки выставки испытательного стенда.

Модель показаний блока акселерометров в процессе калибровки на испытательном стенде (рис. 1) с учётом инструментальных погрешностей можем представить в векторно-матричном виде

$$\bar{J}^* = \bar{\Delta}^* + E_{k+\Delta k} \cdot C_\gamma \cdot C_\psi \cdot C_{\Delta\alpha_2} \cdot C_{\alpha_2} \cdot C_n \cdot C_{\Delta\alpha_1} \cdot C_{\alpha_1} \cdot C_{\varepsilon_{z1}} \cdot \bar{g}, \quad (1)$$

$$\text{где } \bar{J}^* = \begin{bmatrix} J_{xi}^* \\ J_y^* \\ J_z^* \end{bmatrix}, E_{k+\Delta k} = \begin{bmatrix} k_x + \Delta k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y + \Delta k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z + \Delta k_z \end{bmatrix}, C_\gamma = \begin{bmatrix} 1 & \gamma_3^x & -\gamma_2^x \\ -\gamma_3^y & 1 & \gamma_1^y \\ \gamma_2^z & -\gamma_1^z & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_\psi = \begin{bmatrix} 1 & \psi_z & -\psi_y \\ -\psi_z & 1 & \psi_x \\ \psi_y & -\psi_x & 1 \end{bmatrix}, (\bar{\psi} = [\psi_x \quad \psi_y \quad \psi_z]^T), C_{\Delta\alpha_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \Delta\alpha_2 \\ 0 & -\Delta\alpha_2 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{\alpha_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_2 & \sin \alpha_2 \\ 0 & -\sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 \end{bmatrix}, C_n = \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{n_3} & -\gamma_{n_2} \\ -\gamma_{n_3} & 1 & 0 \\ \gamma_{n_2} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \gamma_{\Delta\alpha_1} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta\alpha_1 & 0 \\ -\Delta\alpha_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{\alpha_1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & 0 \\ -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C_{\varepsilon_{a1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varepsilon_{a1} \\ 0 & -\varepsilon_{a1} & 1 \end{bmatrix}.$$

Здесь $\bar{J}^*$ – вектор выходных сигналов БА; J_i^* – выходной сигнал i -ого акселерометра; $E_{k+\Delta k}$ – матрица, составленная из масштабных коэффициентов и ошибок в них БА; C_γ – матрица перехода от осей приборного трёхгранника БА к трёхграннику, связанному с входными осями акселерометров; C_ψ – матрица, описывающая ошибки выставки БА приборного трёхгранника на испытательном стенде; $\bar{\psi}$ – вектор малого поворота; $C_{\Delta\alpha_2}$ – матрица, обусловленную погрешностью (ошибкой) датчика угла (ДУ) $\Delta\alpha_2$ по внутренней оси испытательного стенда; C_{α_2} – матрица, описывающая поворот вокруг внутренней оси испытательного стенда на угол α_2 ; C_n – матрица, обусловленная малыми углами перекоса $\gamma_{n_2}, \gamma_{n_3}$ внутренней оси испытательного стенда относительно наружной оси; $\gamma_{\Delta\alpha_1}$ – матрица, обусловленная погрешностью датчика угла $\Delta\alpha_1$ по наружной оси испытательного стенда; C_{α_1} – матрица, описывающая поворот вокруг внутренней оси испытательного стенда на угол α_1 ; $C_{\varepsilon_{a1}}$ – матрица, обусловленную погрешностью горизонтирования ε_1 наружной оси стенда; $\bar{g} = \begin{bmatrix} 0 \\ g \\ 0 \end{bmatrix}$ – вектор ускорения силы тяжести, g – модуль вектора ускорения силы тяжести, известный с заданной точностью в месте установки испытательного стенда.

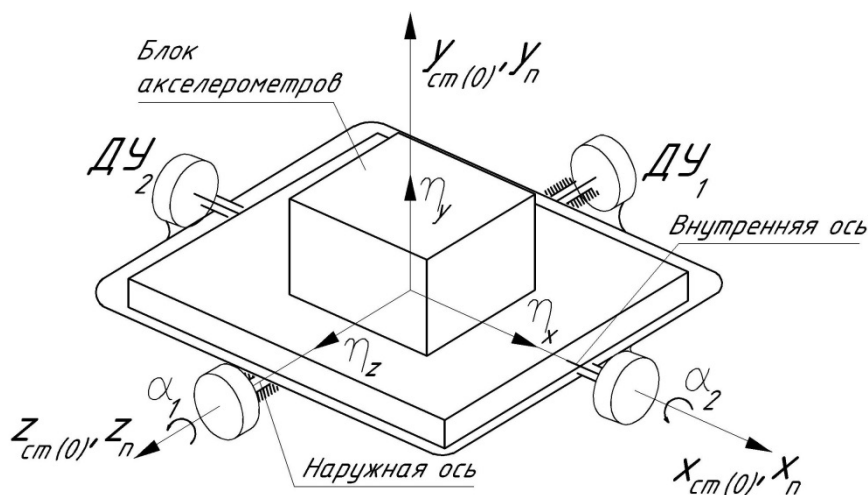


Рис.1. Кинематическая схема двухосного стенда с блока акселерометров

Введем векторы

$$\bar{J}_u^* = [J_{ux}^* \quad J_{uy}^* \quad J_{uz}^*]^T, \quad \partial \bar{J}^* = [\partial J_x^* \quad \partial J_y^* \quad \partial J_z^*]^T,$$

где $\bar{J}_u^*$ – идеальный вектор измерений блока акселерометров в предположении отсутствия инструментальных ошибок и ошибок выставки БА и испытательного стенда; $\partial \bar{J}^*$ – вектор невязки идеальных $\bar{J}_u^*$ и реальных измерений триады акселерометров $\bar{J}^*$.

Векторы $\partial \bar{J}^*$ и $\bar{J}_u^*$ определяются уравнениями

$$\partial \bar{J}^* = \bar{J}^* - \bar{J}_u^*,$$

$$\bar{J}_u^* = K \cdot C_{\alpha_1} \cdot C_{\alpha_2} \cdot \bar{g}, \quad (2)$$

где $K = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix}$ – матрица, составленная из масштабных коэффициентов БА.

Поделим первые уравнения из (1), (2) на $k_x \cdot g$, вторые – на $k_y \cdot g$, и третьи – на $k_z \cdot g$. В результате получим уравнения (1), (2) безразмерного вида

$$\bar{J} = \bar{\Delta} + E_{1+\delta k} \cdot C_\gamma \cdot C_\psi \cdot C_{\Delta \alpha_2} \cdot C_{\alpha_2} \cdot C_n \cdot C_{\Delta \alpha_1} \cdot C_{\alpha_1} \cdot C_{\varepsilon_{z1}} \cdot \bar{g}_H,$$

$$\partial \bar{J} = \bar{J} - \bar{J}_u,$$

$$\bar{J}_u = C_{\alpha_1} \cdot C_{\alpha_2} \cdot \bar{g}_H, \quad (3)$$

$$\text{где } \bar{J} = \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix}, J_i = \frac{J_i^*}{k_i \cdot g}, \bar{\Delta} = [\Delta_x \quad \Delta_y \quad \Delta_z]^T, \Delta_i = \frac{\Delta_i^*}{k_i \cdot g}, E_{1+\delta k} = \begin{bmatrix} 1 + \delta k_x & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \delta k_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \delta k_z \end{bmatrix},$$

$$\delta k_i = \frac{\Delta k_i}{k_i}, \partial \bar{J} = [\partial J_x \quad \partial J_y \quad \partial J_z], \partial J_i = \frac{\partial J_i^*}{k_i \cdot g}, \bar{J}_u = [J_{ux} \quad J_{uy} \quad J_{uz}]^T, \partial J_{ui} = \frac{\partial J_{ui}^*}{k_i \cdot g}; \bar{g}_H = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь $\bar{J}$ – безразмерный вектор измерений БА в процессе калибровки; J_i – безразмерный вектор измерения i -го акселерометра; $\bar{\Delta}$ – безразмерный вектор смещений нулей БА; Δ_i – безразмерное смещение нуля i -го акселерометра; $E_{1+\delta k}$ – матрица, обусловленная относительными ошибками в масштабных коэффициентах БА; δk_i – относительная ошибка в масштабном коэффициенте i -го акселерометра; $\partial \bar{J}$ – безразмерный вектор невязки измерений БА; ∂J_i – безразмерное измерение i -го акселерометра; $\bar{J}_u$ – вектор безразмерных идеальных измерений БА; ∂J_{ui} – безразмерное идеальное измерение i -го акселерометра; $\bar{g}_i$ – вектор, задающий направление ускорения силы тяжести.

Применяя принцип суперпозиции, пренебрегая малыми второго и более порядка от инструментальных погрешностей и ошибками выставки БА и испытательного стенда, на основании системы уравнений (4) можно получить уравнения

$$\partial \bar{J} = \sum_{j=1}^5 \partial \bar{J}_j, \quad (4)$$

$$\partial \bar{J}_1 = \bar{\Delta}, \quad (5)$$

$$\partial \bar{J}_2 = \begin{bmatrix} \sin \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta k_x \\ \delta k_y \\ \delta k_z \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\partial \bar{J}_3 = \begin{bmatrix} \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 & 0 & 0 \\ \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha_2 \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ 0 & 0 & -\sin \alpha_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \gamma_2^x + \psi_y \\ \gamma_3^x + \psi_z \\ \gamma_1^y + \psi_x + \Delta \alpha_2 \\ \gamma_3^y + \psi_z \\ \gamma_1^z + \psi_x + \Delta \alpha_2 \\ \gamma_2^z + \psi_y \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\partial \bar{J}_4 = \begin{bmatrix} 0 & \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ 0 & 0 & -\sin \alpha_1 \\ 0 & \sin \alpha_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma_{n_2} \\ \gamma_{n_3} + \Delta \alpha_1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\partial \bar{J}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha_2 \cos \alpha_1 & 0 & 0 \\ -\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{z_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

С учетом уравнений (5) – (9) можем записать уравнение (4) в виде

$$\partial \bar{J} = \begin{bmatrix} H_A & H_\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_A \\ \bar{X}_\varepsilon \end{bmatrix} + \bar{\omega}_A. \quad (10)$$

$$\text{где } H_A = \begin{bmatrix} E & E_{\delta k} & E_\gamma \end{bmatrix}, H_\varepsilon = \begin{bmatrix} E_\psi & E_{\Delta\alpha_2} & E_n & E_{\Delta\alpha_1} & E_\varepsilon \end{bmatrix}, \bar{X}_A = \begin{bmatrix} \bar{\Delta} \\ \bar{\delta k} \\ \bar{\gamma} \end{bmatrix}, \bar{X}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \bar{\psi} \\ \Delta\alpha_2 \\ \bar{\gamma}_n \\ \Delta\alpha_1 \\ \varepsilon_{\hat{q}_1} \end{bmatrix}.$$

Здесь H_A – матрица наблюдений для вектора калибруемых параметров БА $\bar{X}_A$; H_ε – матрица наблюдений для вектора инструментальных погрешностей $\bar{X}_\varepsilon$; $\bar{X}_A$ – вектор калибруемых параметров БА; $\bar{X}_\varepsilon$ – вектор инструментальных погрешностей испытательного стенда, ошибок выставки БА и стенда; $\bar{\omega}_A$ – вектор безразмерного измерительного шума блока акселерометров.

Векторно-матричное уравнение (10) представляет собой модель процесса калибровки БА ИНС на стенде в пространстве состояний. Вектор состояния представляет собой составной вектор $[\bar{X}_A \ X_\varepsilon]^T$. Уравнение линейно относительно вектора калибруемых параметров блока акселерометров $\bar{X}_A$ и вектора инструментальных погрешностей стенда $\bar{X}_\varepsilon$. Матрицы наблюдений H_A и H_ε зависят только от тригонометрических функций углов поворота осей стенда α_1, α_2 и могут быть с достаточной точностью вычислены в любом угловом положении стенда.

Анализ уравнения (10) показал, что точность калибровки блока акселерометров (вектор $\bar{X}_A$) будет зависеть не только от степени подавления влияния измерительного шума на результаты калибровки, но и от компенсации влияния ошибок выставки блока акселерометров на испытательном стенде и погрешности испытательного стенда (вектор $\bar{X}_\varepsilon$).

2. Условие инвариантности уравнений процесса калибровки блока акселерометров относительно ошибок испытательного стенда

Одним из условий инвариантности уравнений измерений типа (10) относительно вектора $\bar{\psi}$ является преобразование измерений блока акселерометров в горизонтальную систему координат и использование только ошибки измерения относительно вертикали [4].

Покажем, что данное условие можно распространить и на все рассмотренные инструментальные погрешности испытательного стенда. Матрица перехода C^T от приборной системы координат к географической системе координат имеет вид

$$C^T = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \cos \alpha_2 & \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 & -\sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \\ 0 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Приведем измерения блока акселерометров ∂J в географическую систему координат. В результате получим новое измерение $\partial \bar{J}_{NLE} = [\partial J_N \partial J_L \partial J_E]^T$. Уравнения (10) для $\partial \bar{J}_{NLE}$ без учёта вектора $\bar{\omega}_A$ примет вид

$$\partial J_{NLE} = C^T H_A \bar{X}_A + C^T H_E \bar{X}_E. \quad (12)$$

Вычислим произведения матриц и векторов, входящих в уравнения (12). После преобразований получим

$$C^T E_{\delta k} \bar{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta_x \cos \alpha_1 - \Delta_y \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \Delta_z \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ \Delta_x \sin \alpha_1 + \Delta_y \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \Delta_z \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \\ \Delta_y \sin \alpha_2 + \Delta_z \cos \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$C^T E_{\delta k} \bar{\delta k} = \begin{bmatrix} \delta k_x \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \delta k_y \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 - \delta k_z \sin \alpha_1 \sin^2 \alpha_2 \cos \alpha_1 \\ \delta k_x \sin^2 \alpha_1 + \delta k_y \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 + \delta k_z \sin^2 \alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \\ \delta k_y \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \delta k_z \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$C^T E_{\gamma} \bar{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_2^x \sin \alpha_2 \cos^2 \alpha_1 + \gamma_3^x \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_2 + \gamma_1^y \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \\ + \gamma_3^y \sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_2 - \gamma_1^z \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \gamma_2^z \sin^2 \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ \gamma_2^x \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 + \gamma_3^x \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \gamma_1^y \sin \alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_2 - \\ - \gamma_3^y \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \gamma_1^z \sin \alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_2 - \gamma_2^z \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \\ - \gamma_1^y \sin^2 \alpha_2 \cos \alpha_1 - \gamma_3^y \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 - \gamma_1^z \cos \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 + \gamma_2^z \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$C^T E_{\psi} \bar{\psi} = \begin{bmatrix} \psi_y \sin \alpha_2 + \psi_z \cos \alpha_2 \\ 0 \\ -\psi_x \cos \alpha_1 + \psi_y \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 - \psi_z \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$C^T E_{\Delta \alpha_2} \Delta \alpha_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\Delta \alpha_2 \cos \alpha_1 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$C^T E_n \bar{\gamma}_n = \begin{bmatrix} \gamma_{n_2} \sin \alpha_2 + \gamma_{n_3} \cos \alpha_2 \\ 0 \\ \gamma_{n_2} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 - \gamma_{n_3} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$C^T E_{\Delta \alpha_1} \Delta \alpha_1 = \begin{bmatrix} \Delta \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ 0 \\ -\Delta \alpha_1 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$C^T E_{\varepsilon_z} \varepsilon_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\varepsilon_{z1} \cos \alpha_1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

На основе результатов (13) – (20) можно записать систему уравнений

$$\begin{aligned} \partial J_N = & \Delta_x \cos \alpha_1 - \Delta_y \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \Delta_z \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + \delta k_x \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 - \delta k_y \sin \alpha_1 \times \\ & \times \cos \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 - \delta k_z \sin \alpha_1 \sin^2 \alpha_2 \cos \alpha_1 + \gamma_2^x \sin \alpha_2 \cos^2 \alpha_1 + \gamma_3^x \cos^2 \alpha_1 \times \\ & \times \cos \alpha_2 + \gamma_1^y \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \gamma_3^y \sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_2 - \gamma_1^z \sin \alpha_1 \times \\ & \times \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \gamma_2^z \sin^2 \alpha_1 \sin \alpha_2 + \psi_y \sin \alpha_2 + \psi_z \cos \alpha_2 - \gamma_{n_2} \sin \alpha_2 + \\ & + \gamma_{n_3} \cos \alpha_2 + \Delta \alpha_1 \cos \alpha_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial J_L = & \Delta_x \sin \alpha_1 + \Delta_y \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \Delta_z \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 + \delta k_x \sin^2 \alpha_1 + \delta k_y \cos^2 \alpha_1 \times \\ & \times \cos^2 \alpha_2 + \delta k_z \sin^2 \alpha_2 \cos^2 \alpha_1 + \gamma_2^x \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 + \gamma_3^x \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \times \\ & \times \cos \alpha_2 - \gamma_1^y \sin \alpha_2 \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_2 - \gamma_3^y \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \gamma_1^z \sin \alpha_2 \times \\ & \times \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_2 - \gamma_2^z \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial J_E = & \Delta_y \sin \alpha_2 + \Delta_z \cos \alpha_2 + \delta k_y \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \delta k_y \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \\ & - \gamma_1^y \sin^2 \alpha_2 \cos \alpha_1 - \gamma_3^y \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 - \gamma_1^z \cos \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 + \gamma_2^z \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 - \\ & - \psi_x \cos \alpha_1 + \psi_y \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 - \psi_z \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 - \Delta \alpha_2 \cos \alpha_1 + \gamma_{n_2} \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 - \\ & - \gamma_{n_3} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 - \Delta \alpha_1 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 - \Delta \alpha_2 \cos \alpha_1 - \varepsilon_{z1} \cos \alpha_1. \end{aligned} \quad (21)$$

Второе уравнение системы (21) не содержит составляющих, обусловленных вектором $\bar{X}_E$, то есть инвариантно не только относительно малых ошибок выставки блока акселерометров на испытательном стенде, но и относительно инструментальных погрешностей испытательного стенда.

Следует отметить, что ошибки выставки входных осей акселерометров относительно

приборной системы координат в данном уравнении образуют линейные комбинации $(\gamma_1^y - \gamma_1^z)$, $(\gamma_2^z - \gamma_2^x)$, и $(\gamma_3^y - \gamma_3^x)$, которые можно определить по результатам калибровки.

В результате перехода от приборной системы координат к базовой системе координат получим одно уравнение измерения, в котором отсутствуют ошибки выставки блока акселерометров на стенда, инструментальные погрешности стенда, ошибки выставки стенда. Полученное новое уравнение позволяет удобно калибровать инструментальные погрешности блока акселерометров на испытательном стенде.

Обозначим $(\gamma_1^z - \gamma_1^y) = \gamma_{23}$, $(\gamma_2^x - \gamma_2^z) = \gamma_{13}$, $(\gamma_3^x - \gamma_3^y) = \gamma_{12}$.

Тогда получим следующее новое уравнение измерений:

$$\begin{aligned} \partial J_L = & \Delta_x \sin \alpha_1 + \Delta_y \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \Delta_z \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 + \delta k_x \sin^2 \alpha_1 + \\ & + \delta k_y \cos^2 \alpha_1 \cos^2 \alpha_2 + \delta k_z \sin^2 \alpha_2 \cos^2 \alpha_1 + \gamma_{12} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 \times \\ & \times \cos \alpha_2 + \gamma_{13} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1 + \gamma_{23} \sin \alpha_1 \cos^2 \alpha_1 \cos \alpha_2. \end{aligned} \quad (22)$$

Таким образом, задача калибровки ставится как задача определения девяти неизвестных параметров модели (22), которые перечислены в таблице 1.

Таблица 1. Калибровочные параметры блока акселерометров

Параметры модели блока акселерометров								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Δ_x	Δ_y	Δ_z	δk_x	δk_y	δk_z	γ_{12}	γ_{13}	γ_{23}

3. Выбор оптимальной программы калибровки блока акселерометров на стенде

Для определения всех параметров блока акселерометров необходимо составить не менее девять измерительных положений. Таким образом, ставится задача нахождения оптимальной программы калибровки БА на стенде. При выборе оптимальной программы калибровки блоков акселерометров инерциальных навигационных систем обеспечиваются условия инвариантности относительно ошибок испытательного стенда и ошибки выставки БА на стенде, и применяются критерии оптимальности:

- критерий максимального подавления влияния измерительного шума на результаты калибровки составляющих инструментальных погрешностей акселерометров;

- критерий снижения трудоемкости процесса калибровки блока акселерометров.

Критерий максимального подавления влияния измерительного шума на результаты калибровки БА в данной задаче будет соответствовать достижению максимумов определителей соответствующих матриц наблюдений, с обеспечением условий инвариантности относительно инструментальных погрешностей стенда и ошибок выставки блока акселерометров ИНС на стенде.

Из уравнения (22) нетрудно получить уравнения процесса калибровки блока акселерометров в рассматриваемом случае для вращений вокруг оси OZ:

$$\partial \bar{J}_L^{x-y} = H_A^{x-y} \cdot \bar{X}_A^{12} + \omega_{12}. \quad (23)$$

Здесь

$H_A^{x-y} = [1 \quad \sin \alpha_1 \quad \cos \alpha_1 \quad \sin 2\alpha_1 \quad \cos 2\alpha_1]$ – матрица наблюдений в задаче калибровки вектора $\bar{X}_A^{12}$,

$\partial J_L^{x-y} = \partial J_x \sin \alpha_1 + \partial J_y \cos \alpha_1$ – измерение в задаче калибровки вектора $\bar{X}_A^{12}$,

$\bar{X}_A^{12} = [X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad X_4 \quad X_5]^T$ – вектор калибруемых параметров блока акселерометров по измерением ∂J_L^{x-y} ,

$X_1 = \frac{1}{2}(\delta k_x + \delta k_y)$, $X_2 = \Delta_x$, $X_3 = \Delta_y$, $X_4 = \frac{1}{2}\gamma_{12}$, $X_5 = \frac{1}{2}(\delta k_y - \delta k_x)$ – составляющие векторы $\bar{X}_A^{12}$,

образующие соответствующие линейными комбинациями компонент вектора калибруемых параметров блока акселерометров $\bar{X}_A$,

ω_{12} – измерительный шум в задаче калибровки вектора $\bar{X}_A^{12}$.

Матрица измерений H_A^{x-y} уравнения (23) составлена из элементов ортогонального тригонометрического ряда – 1, $\sin \alpha_1$, $\cos \alpha_1$, $\sin 2\alpha_1$, $\cos 2\alpha_1$. Тогда для калибровки элементов вектора $\bar{X}_A^{12}$ необходимо применять измерения ∂J_L^{x-y} в пяти и более измерительных положениях (ИП) при различных значениях углов α_1 . Критерий максимального подавления влияния измерительного шума на результаты калибровки составляющих вектора $\bar{X}_A^{12}$ в данном случае достигается при выполнении условия [4]

$$\alpha_1(i) = \alpha_1(1) + \frac{2\pi}{N}(i-1), \quad (24)$$

где

$i=1,2,3\dots$ - номер измерительного положения в программе калибровки;

$\alpha_1(i)$ – значения угла α_1 в первом измерительном положении;

$N \geq 5$ – число измерительных положений в задаче калибровки вектора $\bar{X}_A^{12}$.

Тогда минимальное число измерительного положения $N = 5$ в программе калибровки будет соответствовать критерию минимизацию трудоемкости процесса калибровки, и уравнение процесса калибровки вектора $\bar{X}_A^{12}$ примет вид

$$\partial J_{L5}^{x-y} = H_{A5}^{x-y} \cdot \bar{X}_A^{12} + \bar{\omega}_5, \quad (25)$$

где

$$H_{A5}^{x-y} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \alpha_1(1) & \cos \alpha_1(1) & \sin 2\alpha_1(1) & \cos 2\alpha_1(1) \\ 1 & \sin \alpha_1(2) & \cos \alpha_1(2) & \sin 2\alpha_1(2) & \cos 2\alpha_1(2) \\ 1 & \sin \alpha_1(3) & \cos \alpha_1(3) & \sin 2\alpha_1(3) & \cos 2\alpha_1(3) \\ 1 & \sin \alpha_1(4) & \cos \alpha_1(4) & \sin 2\alpha_1(4) & \cos 2\alpha_1(4) \\ 1 & \sin \alpha_1(5) & \cos \alpha_1(5) & \sin 2\alpha_1(5) & \cos 2\alpha_1(5) \end{bmatrix}.$$

При решении значений углов $\alpha_1(1), \alpha_1(2), \alpha_1(3), \alpha_1(4), \alpha_1(5)$ применяем пакеты прикладных программ Matlab 2009a и Maple. В результате получим

$$\alpha_1(1) = 0^\circ, \alpha_1(2) = 72^\circ, \alpha_1(3) = 144^\circ, \alpha_1(4) = 216^\circ, \alpha_1(5) = 288^\circ. \quad (26)$$

Уравнения процесса калибровки блока акселерометров в случае, когда измерительные положения задаются вращением вокруг оси акселерометра ОХ, с учётом калибровки $\bar{X}_A^{12}$ по уравнению (25) на основании уравнения (22) можно записать в виде:

$$\partial \bar{J}_{L3}^{y-z} = H_{A3}^{y-z} \cdot \bar{X}_A^{23} + \omega_{23}. \quad (27)$$

где $\partial \bar{J}_{L3}^{y-z} = \partial \bar{J}_y \cos \alpha_2 - \partial \bar{J}_z \sin \alpha_2 - \hat{\Delta}_y \cos \alpha_2 - \hat{\delta k}_y \cos^2 \alpha_2$ – измерение в задаче калибровки вектора $\bar{X}_A^{23}$,

$\hat{\Delta}_y, \hat{\delta k}_y$ – оценки составляющих вектора $\bar{X}_A$, полученные в процессе калибровки по уравнению (25),

$\bar{X}_A^{23} = [\bar{\Delta}_z \quad \gamma_{23} \quad \delta k_z]^T$ – вектор калибруемых параметров блока акселерометров по измерением ∂J_{L3}^{y-z} ,

$H_{A3}^{y-z} = \begin{bmatrix} -\sin \alpha_2 & \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 & \sin^2 \alpha_2 \end{bmatrix}$ – матрица наблюдений в задаче калибровки вектора $\bar{X}_A^{23}$,

ω_{23} – измерительный шум.

Тогда критерий максимального подавления влияния измерительного шума при минимальном числе измерительных положений (минимум трудоемкости калибровки) будет соответствовать максимуму следующего определителя построенного на матрице наблюдений $\bar{X}_{A3}^{y-z}$:

$$\begin{aligned} \max_{\alpha_2(1) \neq \alpha_2(2) \neq \alpha_2(3)} \det &= \begin{vmatrix} -\sin \alpha_2(1) & \sin \alpha_2(1) \cos \alpha_2(1) & \sin^2 \alpha_2(1) \\ -\sin \alpha_2(2) & \sin \alpha_2(2) \cos \alpha_2(2) & \sin^2 \alpha_2(2) \\ -\sin \alpha_2(3) & \sin \alpha_2(3) \cos \alpha_2(3) & \sin^2 \alpha_2(3) \end{vmatrix} = \\ \max_{\alpha_2(1) \neq \alpha_2(2) \neq \alpha_2(3)} &\left[\sin \alpha_2(1) \sin \alpha_2(2) \sin \alpha_2(3) \{ \sin \alpha_2(3) (\cos \alpha_2(2) - \cos \alpha_2(1)) + \right. \\ &\left. + \sin \alpha_2(2) (\cos \alpha_2(1) - \cos \alpha_2(3)) + \sin \alpha_2(1) (\cos \alpha_2(3) - \cos \alpha_2(2)) \} \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь

$\alpha_1(i) (i=1,2,3)$ – различные значения углов α_1 в задаче калибровки вектора $\bar{X}_A^{23}$, которые требуют определителя.

Максимум данного определителя найдем из уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha_2(1)} &= \cos \alpha_2(1) \sin \alpha_2(2) \sin \alpha_2(3) \{ \sin \alpha_2(3) (\cos \alpha_2(2) - \cos \alpha_2(1)) + \\ &+ \sin \alpha_2(2) (\cos \alpha_2(1) - \cos \alpha_2(3)) + \sin \alpha_2(1) (\cos \alpha_2(3) - \cos \alpha_2(2)) \} + \\ &+ \sin \alpha_2(1) \sin \alpha_2(2) \sin \alpha_2(3) \{ \sin \alpha_2(1) \sin \alpha_2(3) - \sin \alpha_2(1) \sin \alpha_2(2) + \\ &+ \cos \alpha_2(1) (\cos \alpha_2(3) - \cos \alpha_2(2)) \} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha_2(2)} &= \sin \alpha_2(1) \cos \alpha_2(2) \sin \alpha_2(3) \{ \sin \alpha_2(3) (\cos \alpha_2(2) - \cos \alpha_2(1)) + \\ &+ \sin \alpha_2(2) (\cos \alpha_2(1) - \cos \alpha_2(3)) + \sin \alpha_2(1) (\cos \alpha_2(3) - \cos \alpha_2(2)) \} + \\ &+ \sin \alpha_2(1) \sin \alpha_2(2) \sin \alpha_2(3) \times \{ -\sin \alpha_2(2) \sin \alpha_2(3) + \sin \alpha_2(1) \sin \alpha_2(2) + \\ &+ \cos \alpha_2(2) (\cos \alpha_2(1) - \cos \alpha_2(3)) \} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha_2(3)} = & \sin \alpha_2(1) \sin \alpha_2(2) \cos \alpha_2(3) \{ \sin \alpha_2(3) (\cos \alpha_2(2) - \cos \alpha_2(1)) + \\ & + \sin \alpha_2(2) (\cos \alpha_2(1) - \cos \alpha_2(3)) + \sin \alpha_2(1) (\cos \alpha_2(3) - \cos \alpha_2(2)) \} + \\ & + \sin \alpha_2(1) \sin \alpha_2(2) \sin \alpha_2(3) \{ \sin \alpha_2(2) \sin \alpha_2(3) - \sin \alpha_2(1) \sin \alpha_2(3) + \\ & + \cos \alpha_2(3) (\cos \alpha_2(2) - \cos \alpha_2(1)) \} = 0. \end{aligned}$$

Применяем также пакеты прикладных программ Matlab 2009a и Maple 8. В результате получим

$$\alpha_2(1) = 57,5^\circ, \alpha_2(2) = 122,5^\circ, \alpha_2(3) = 270^\circ. \quad (29)$$

По первым восьми положениям в программах калибровки блока акселерометров можно откалибровать все составляющие вектора $\bar{X}_A$, кроме $-\gamma_{13}$.

Очевидно, что для калибровки γ_{13} достаточно использовать одно измерительное положение, задаваемое углами α_1 и α_2

$$\alpha_1 = 45^\circ + 90^\circ \cdot n \quad (n = 0, 1, 2, 3),$$

$$\alpha_2 = 90^\circ. \quad (30)$$

В результате можно построить следующую программу калибровки блока акселерометров измерительного положения (таблица 2), обеспечивающую минимизацию трудоемкости процесса калибровки инструментальных погрешностей блока акселерометров бесплатформенной инерциальной навигационной системы.

Таблица 2. Программа калибровки блока акселерометров измерительных положений

№ ИП	Значение угла α_1	Значение угла α_2
1	$\alpha_1(1) - \text{любое}$	0
2	$\alpha_1(1) + 72^\circ$	0
3	$\alpha_1(1) + 144^\circ$	0
4	$\alpha_1(1) + 216^\circ$	0

5	$\alpha_1(1) + 288^\circ$	0
6	0	57.5°
7	0	122.5°
8	0	270°
9	$45^\circ + 90^\circ$ (n – любое из $n = 0,1,2,3$)	90°

Таким образом, найдены девять новых измерительных положения испытательного стенда. Если мы используем классическую калибровку, то есть используем 24 разворота испытательного оборудования, то мы определяем каждую составляющую ошибок неортогональностей блока акселерометров. В разработанной методике определяются разность перекосов неортогональностей БА. Предложенный метод калибровки может быть использован для аттестации калибруемых параметров блока акселерометров инерциальной навигационной системы испытательного стенда.

Заключение

В работе разработана методика калибровки блока акселерометров на специальных испытательных стендах, позволяющая определить смещения нулей, погрешности масштабных коэффициентов и углы неортогональностей блока акселерометров, не предъявляя жестких требований к высокоточному испытательному оборудованию. В полученные измерительные положения испытательного стенда необходимо выставить блок акселерометров, чтобы определить оценки инструментальных погрешностей блока акселерометров. При этом требуется высокая точность измерения выходных сигналов блока акселерометров.

Список литературы

1. Аврутов В.В., Мазепа Т.Ю. Влияние погрешности поворота стенда на точность калибровки блока гироскопов и акселерометров // Вестник НТУУ «КПИ». Сер. Приборостроение. 2012. № 43. С. 5-9.
2. Бромберг П.В. Теория инерциальных систем навигации. М.: Наука, 1979. 296 с.
3. Егоров Ю.Г, Мьинт Хтун Наинг. Синтез модели процесса калибровки триады акселерометров инерциальной навигационной системы // Труды ФГУП «НПЦАП». 2012. № 2. С. 15-21.

4. Егоров Ю.Г. Алгоритмы управления дополнительным вращением блока чувствительных элементов инерциальной навигационной системы // Изв. ВУЗов. Приборостроение. 1989. Т. 32. С. 39-42.
5. Измайлов А.Е. Исследование точности прецизионных акселерометров и повышение их качества: дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2003. 164 с.
6. Коновалов С.Ф., Новоселов Г.М., Польшков А.В., Трунов А.А., Юрасов В.В. Методы и аппаратура для испытания триад акселерометров // V Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам: тр. Санкт-Петербург: ЦНИИ «Электроприбор», 1998. С. 197-203.
7. Николаев С. Г. Калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Изв. ВУЗов. Приборостроение. 2009. № 7. С. 50-54.
8. Тарановский Д.О. Стендовая калибровка блока маятниковых поплавковых акселерометров корабельной инерциальной навигационной системы // Гироскопия и навигация. 2008. № 4. С. 56-65.
9. Panahandeh G., Skog I., Jansson M. Calibration of the accelerometer triad of an inertial measurement unit, Maximum likelihood estimation and cramer-rao bound // Proc. of the 2010 International conference on indoor positioning and indoor navigation (IPIN). 15-17 Sep. 2010, Zurich, Switzerland, 2010. 6 p.

Calibration method accelerometers unit of inertial navigation system on test stand

01, January 2014

DOI: **10.7463/0114.0691573**

Myint Htun Naing

Bauman Moscow State Technical University, 105005, Moscow, Russian Federation

mhnaing44@gmail.com

The article described a technique for calibrating accelerometers unit on special test stands. The developed method allows to the determining the bias accelerometers unit, errors of scale factors accelerometers unit and angles of non-orthogonal accelerometers unit without presenting stringent requirements for high-precision testing equipment. Obtained by measuring the provisions of a test bed to which you want to set a block of accelerometers to obtain estimates of the instrumental errors of the block accelerometers. However, that requires precise measurement outputs of the accelerometers.

Publications with keywords: [calibration](#), [test table](#), [accelerometers unit](#), [inertial navigation system](#), [invariance](#)

Publications with words: [calibration](#), [test table](#), [accelerometers unit](#), [inertial navigation system](#), [invariance](#)

References

1. Avrutov V.V., Mazepa T.Yu. Vliyanie pogreshnosti povorota stenda na tochnost' kalibrovki bloka giroskopov i akselerometrov [Influence of error of the stand rotation on the accuracy of calibration block gyroscopes and accelerometers]. *Vestnik NTUU "KPI". Ser. Priborostroenie*, 2012, no. 43, pp. 5-9.
2. Bromberg P.V. *Teoriya inertial'nykh sistem navigatsii* [Theory of inertial navigation systems]. Moscow, Nauka, 1979. 296 p.
3. Egorov Yu.G, M'int Khtun Naing. Sintez modeli protsessa kalibrovki triady akselerometrov inertial'noy navigatsionnoy sistemy [Synthesis of model calibration process triad of accelerometers inertial navigation system]. *Trudy FGUP "NPTsAP"* [Proceedings of the FSUE], 2012, no. 2, pp. 15-21.

4. Egorov Yu.G. Algoritmy upravleniya dopolnitel'nykh vrashcheniem bloka chuvstvitel'nykh elementov inertsial'noy navigatsionnoy sistemy [Control algorithms of the additional rotation of sensor unit of inertial navigation system]. *Izv. VUZov. Priborostroenie*, 1989, vol. 32, pp. 39-42.
5. Izmaylov A.E. *Issledovanie tochnosti pretsizionnykh akselerometrov i povyshenie ikh kachestva. Kand. diss.* [Investigation of the accuracy of precision accelerometers and improving their quality. Cand. diss.]. Moscow, 2003. 164 p.
6. Konovalov S.F., Novoselov G.M., Polynkov A.V., Trunov A.A., Yurasov V.V. Metody i apparatura dlya ispytaniya triad akselerometrov [Methods and apparatus for testing the triad of accelerometers]. 5 *Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferentsiya po integrirovannym navigatsionnym sistemam: tr.* [Proc. of the 5th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. St. Petersburg, Central Research Institute "Elektropribor", 1998, pp. 197-203.
7. Nikolaev S. G. Kalibrovki besplatformennykh inertsial'nykh navigatsionnykh sistem [Calibration of strapdown inertial navigation system]. *Izv. VUZov. Priborostroenie*, 2009, no. 7, pp. 50-54.
8. Taranovskiy D.O. Stendovaya kalibrovka bloka mayatnikovyykh poplavykovyykh akselerometrov korabel'noy inertsial'noy navigatsionnoy sistemy [Poster calibration of block of pendulum float accelerometer of the ship inertial navigation system]. *Giroskopiya i navigatsiya* [Gyroscopy and Navigation], 2008, no. 4, pp. 56-65.
9. Panahandeh G., Skog I., Jansson M. Calibration of the accelerometer triad of an inertial measurement unit, Maximum likelihood estimation and cramer-rao bound. *Proc. of the 2010 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN)*, Sep. 15-17, Zurich, Switzerland, 2010, 6 p.