электронный научно-технический журнал
ИНЖЕНЕРНЫЙ ВЕСТНИК
издатель ФГБОУ ВПО «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана»

Планирование траекторий изменения высоты в вертикальной плоскости для беспилотного летательного аппарата

77-48211/597892

11, ноябрь 2013

Андрианова О. Г.

УДК 519.6

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
mathmod@bmstu.ru

Введение

Задаче планирования траекторий движения в последние десятилетия уделяется большое внимание в связи с развитием беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). Она формулируется как задача поиска траектории динамической системы, удовлетворяющей заданным граничным условиям, при движении по которой минимизируется некоторый функционал качества, определяющий терминальный промах или характеризующий интегральный риск [1]. Известный подход к построению таких траекторий базируется на теории оптимального управления [2]. Однако этот подход имеет существенный недостаток — на практике не всегда удается формализовать все требования, предъявляемые к динамике системы в виде одного функционала, а получение решения требует громоздких вычислений.

Другой подход связан с планированием плоских траекторий движения БПЛА, проходящих через заданное множество точек при воздействии ветровых возмущений [3, 4]. В работах [3, 5] рассматриваются задачи стабилизации движения БПЛА вдоль заданной траектории. Предложенный в данной работе подход построения пространственной траектории движения основан на решении обратной задачи динамики.

Принципы построения траектории движения БПЛА в пространстве описаны и в работах [6, 7, 8]. Суть данного подхода состоит в решении терминальной задачи движения с помощью полиномов по времени.

Как правило, траектория, соединяющая начальное и конечное положения, не единственна. Существуют ситуации, когда возможно движение БПЛА как вдоль прямой, соединяющей начальную и конечную точки (прямолинейная траектория), так и вдоль некоторой гладкой кривой, удовлетворяющей ряду дополнительных ограничений (сглаженная траектория).

В данной работе рассматривается метод планирования составных траекторий через набор контрольных точек (набор заданных точек пространства, через которые должна проходить траектории), включающих в себя как прямолинейные, так и сглаженные участки. Ставится задача планирования траектории изменения высоты в вертикальной плоскости для БПЛА с ограничениями на дальность совершения маневра и с нефиксированным временем завершения маневра. Определение контрольных точек для такого способа планирования является затруднительным. Предлагается ввести некоторые алгоритмические оптимизационные критерии построения траектории, а именно критерии определения дальности перелета и времени, при которых возможно успешное завершение маневра. В качестве дополнительного критерия вводится минимизация амплитуды отклонения скорости. Предложенный подход позволит минимизировать перегрузки, которые испытывает объект в процессе совершения маневра.

Информация о возможных траекториях полета важна при принятии решений о выполнении составных маневров и при возникновении внештатных ситуаций. В таком случае принятие решения о дополнительном маневрировании (смена эшелона для ухода от столкновения) должна решаться в реальном времени. Для облегчения выполнения этой задачи была построена база достижимых маневров (набор возможных траекторий) БПЛА для различных наборов ограничений.

1. Математическая модель

Движение летательного аппарата описывается системой уравнений [10]

$$
\begin{aligned}
&\dot V = (n_x - \sin\vartheta)\, g, && \dot H = V\sin\vartheta,\\
&\dot\vartheta = \frac{(n_y\cos\gamma - \cos\vartheta)\, g}{V}, && \dot L = V\cos\vartheta\,\cos\psi,\\
&\dot\psi = -\frac{n_y g\sin\gamma}{V\cos\vartheta}, && \dot Z = -V\cos\vartheta\,\sin\psi,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где V — путевая скорость, м/сек; ψ — угол курса, рад; ϑ — угол наклона траектории, рад; H — высота, м; L — продольная дальность, м; Z — боковая дальность, м; n_x — продольная перегрузка; n_y — поперечная перегрузка; γ — угол крена, рад; g — ускорение свободного падения, м/сек^2.

При движении в вертикальной плоскости $Z = \text{const}$, $\dot Z = 0$, $\psi = \dot\psi = 0$, $\gamma = 0$, а система (1) упрощается и представляется в виде

$$
\begin{aligned}
&\dot V = (n_x - \sin\vartheta)\, g, && \dot H = V\sin\vartheta,\\
&\dot\vartheta = \frac{(n_y - \cos\vartheta)\, g}{V}, && \dot L = V\cos\vartheta.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Обозначим $X = (V,\ \vartheta,\ H,\ L)$ вектор состояния, $U = (n_x,\ n_y)$ вектор управления. Пусть заданы ограничения на состояние

$$V_{\min} \le V \le V_{\max}; \quad |\vartheta| < \frac{\pi}{2}; \quad H_{\min} \le H \le H_{\max}; \quad L_{\min} \le L \le L_{\max} \tag{3}$$

(соответствующую область допустимых состояний обозначим D_x) и ограничения на управление

$$n_{x,\min} \le n_x \le n_{x,\max}; \quad n_{y,\min} \le n_y \le n_{y,max} \tag{4}$$

(соответствующую область допустимых управлений обозначим D_u). Граничные условия зададим следующим образом:

при $t = t_0$

$$V_0 = V^*, \quad H_0 = H^*, \quad \vartheta_0 = 0, \quad L_0 = 0, \quad n_{x_0} = 0, \quad n_{y_0} = 1;$$

при $t = t_1$

$$V_1 = V^*, \quad H_1 = H^* + \Delta H, \quad \vartheta_1 = 0, \quad L_1 = L^*, \quad n_{x_1} = 0, \quad n_{y_1} = 1.$$

В данной работе будем предполагать, что t_1 и L^* не фиксированы, поэтому ставится задача их определения. Будем считать, что до начала маневра и после его окончания БПЛА движется равномерно и прямолинейно, т.е. ускорение в начальной и конечной точках нулевое.

Неизвестные величины $t_1,\ L^*$ являются временем и дальностью совершения маневра, соответственно. Рассмотрим алгоритм задания программных траекторий как функций от времени.

2. Программная траектория как функция времени

В предположении о том, что интервал времени $[t_0,\ t_1]$ известен, найдем программную траекторию $y_1(t) = H(t)$, $y_2(t) = L(t)$, удовлетворяющую ограничениям на состояние и управления.

Следуя [6], траекторию по переменным y_1 и y_2 зададим полиномами пятой степени относительно времени так, чтобы выполнялись граничные условия. Тогда программная траектория имеет следующий вид:

$$\begin{cases} y_1(t) = H^* + \dfrac{10\,\Delta H}{T^3}\,(t-t_0)^3 - \dfrac{15\,\Delta H}{T^4}\,(t-t_0)^4 + \dfrac{6\,\Delta H}{T^5}\,(t-t_0)^5, \\ y_2(t) = V^*(t-t_0) + \dfrac{10(L^*-V^*T)}{T^3}(t-t_0)^3 - \\ \qquad\qquad - \dfrac{15(L^*-V^*T)}{T^4}(t-t_0)^4 + \dfrac{6(L^*-V^*T)}{T^5}(t-t_0)^5, \end{cases} \tag{5}$$

где $T = t_1 - t_0$.

3. Алгоритм определения t_1 и L^*

Для задания программной траектории в виде полиномов пятой степени необходимо знать время окончания маневра t_1, которое по условию задачи не фиксировано. Рассмотрим следующий эвристический алгоритм нахождения дальности совершения маневра и времени его завершения.

1) полагаем $L_1 = \Delta H$, $t_1 = \dfrac{\Delta H}{V_{\max}}$;

2) для заданных L_1 и t_1 находим программную траекторию и программные управления и проверяем, выполняются ли ограничения на состояние и управления; если выполняются, то t_1 и L_1 найдены, иначе переходим к п. 3;

3) увеличиваем значение t_1; если $t_1 > t_{\max} = \dfrac{L_1}{V_{\min}}$, то переходим к п. 4, иначе переходим к п. 2;

4) увеличиваем L_1, задаем $t_1 = \frac{L_1}{V_{max}}$ и переходим к п. 2.

Для найденного по данному алгоритму времени перелета при небольшой дальности полета могут возникнуть сильные колебания скорости. Чтобы избежать колебаний скорости, введем дополнительно следующий критерий выбора времени t_1 при найденном L^*:

$$\Delta V \to \min, \quad \Delta V = \max_{t\in[t_0,t_1]} V(t) - \min_{t\in[t_0,t_1]} V(t), \tag{6}$$

причем $X \in D_x, U \in D_u$.

Рассмотрим пример изменения планируемой скорости в зависимости от времени. Выберем следующие Начальные и конечные состояния и управления:

$$H_0 = 100 \text{ м}, \qquad V_0 = 100\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}, \qquad \vartheta_0 = 0, \qquad n_{x_0} = 0, \qquad n_{y_0} = 1;$$
$$H_1 = 400 \text{ м}, \qquad V_1 = 110\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}, \qquad \vartheta_1 = 0, \qquad n_{x_1} = 0, \qquad n_{y_0} = 1.$$

Дальность, на которой совершается изменение высоты, найдена по предложенному выше алгоритму и равна 1500 м.

На рис. 1 показаны зависимости скорости от времени для двух траекторий: в результате оптимизации по критерию (6) (время перелета $t_1 = 52{,}2$ с) и без оптимизации ($t_1 = 42{,}2$ с).

Сравнивая графики, отметим, что скорость изменяется более плавно, если использовать критерий выбора времени перелета, при этом время не существенно отличается от минимально допустимого.

4. Программные управления

Для нахождения программных управлений $v_1 = n_x, v_2 = n_y$, реализующих заданную программную траекторию, запишем систему дифференциальных уравнений (2) в каноническом виде [11]:

$$\begin{aligned} \ddot y_1 &= -g + v_1 g\sin\vartheta + v_2 g\cos\vartheta,\\ \ddot y_2 &= v_1 g\cos\vartheta - v_2 g\sin\vartheta, \end{aligned} \tag{7}$$

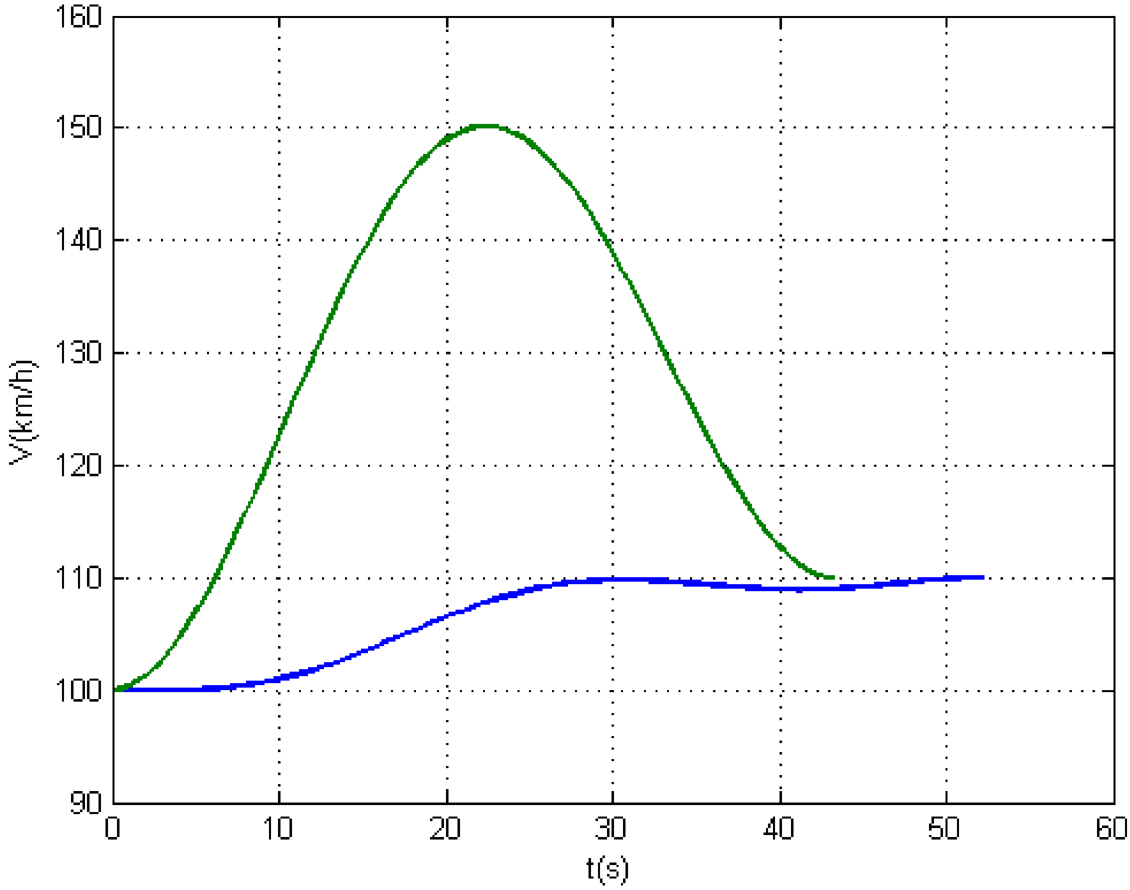

Рис. 1. Зависимость скорости от времени (синий цвет — с оптимизацией, зеленый — без оптимизации

где величины $\sin\vartheta$, $\cos\vartheta$ и V выражаются через переменные y_1 и y_2 в виде

$$\sin\vartheta = \frac{\dot{y}_1}{V}, \quad \cos\vartheta = \frac{\dot{y}_2}{V}, \quad V = \sqrt{\dot{y}_1^2 + \dot{y}_2^2}. \tag{8}$$

Для найденного времени перелета и дальности совершения маневра подставим $y_1(t)$ и $y_2(t)$, заданные в виде (5), в уравнения (7) и выпишем [6], [8] в явном виде программные управления:

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \frac{(\ddot{y}_1(t) + g)\sin\vartheta + \ddot{y}_2(t)\cos\vartheta}{g}, \\ v_2(t) &= \frac{(\ddot{y}_1(t) + g)\cos\vartheta - \ddot{y}_2(t)\sin\vartheta}{g}. \end{aligned} \tag{9}$$

Рассмотрим пример построения зависимости планируемой скорости от времени. Выберем следующие начальные и конечные состояния и управления:

$$H_0 = 100\,\text{м}, \qquad V_0 = 100\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}, \qquad \vartheta_0 = 0, \qquad n_{x_0} = 0, \qquad n_{y_0} = 1;$$

$$H_1 = 400\,\text{м}, \qquad V_1 = 100\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}, \qquad \vartheta_1 = 0, \qquad n_{x_1} = 0, \qquad n_{y_0} = 1.$$

Дальность, на которой совершается изменение высоты, равна 1400 м, время перелета — 52,5 с.

Сравним планируемую скорость движения со скоростью, полученной после интегрирования системы (2) при найденных граничных условиях и заданных программных управлениях (9). На рис. 2 зеленым показана скорость, полученная после интегрирования системы (2), синим — планируемая скорость. На графике видно, что скорости практически совпадают, хотя ошибки интегрирования с ростом времени сказываются на величине рассогласования.

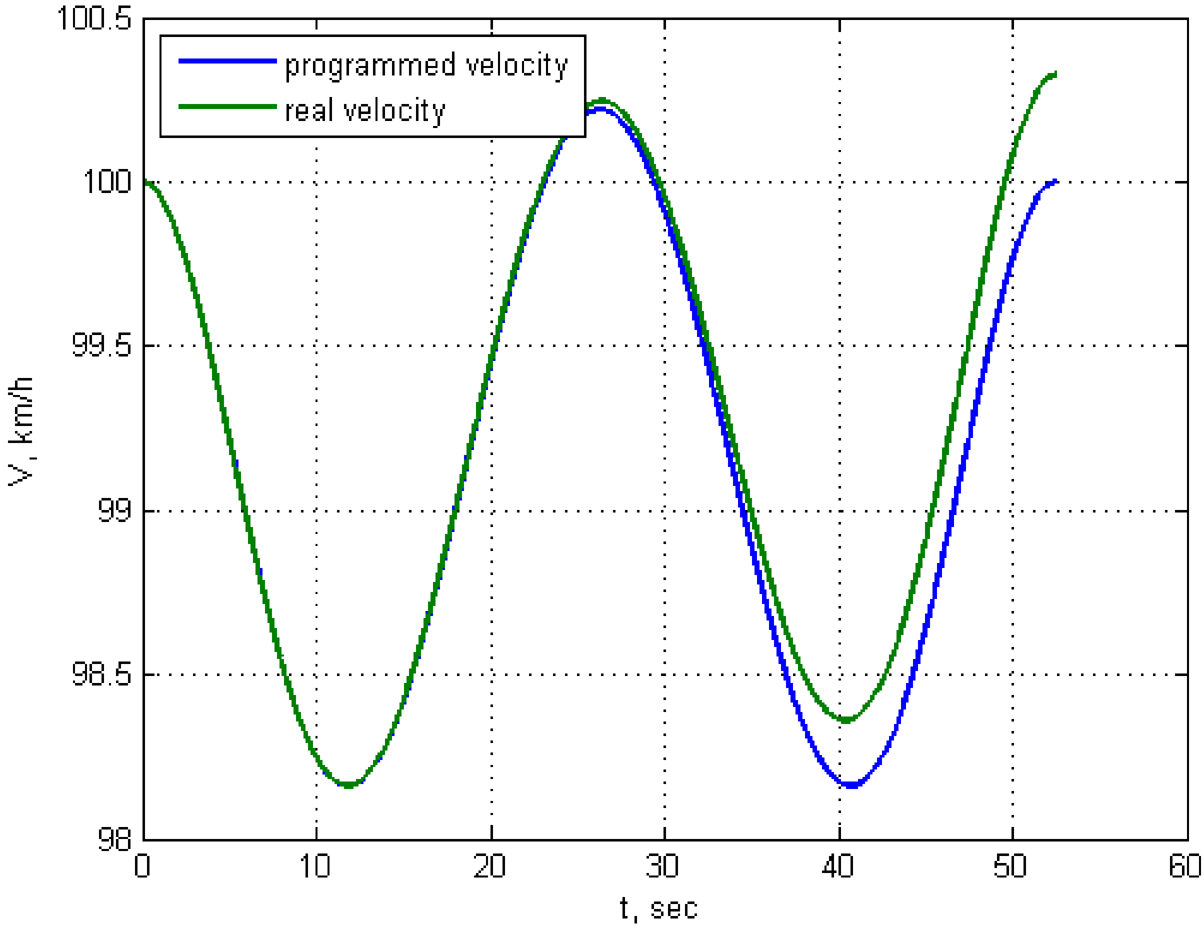

Рис. 2. Зависимость скорости от времени

5. Построение базы типовых маневров

Пусть фиксированы начальная и конечная скорости, задан набор значений высоты подъема. Для каждого значения высоты найдем время перелета и дальность по предложенному алгоритму.

На рис. 3 показаны траектории полета летательного аппарата для различных значений высоты подъема. По полученным данным построим зависимости времени и дальности от высоты (рис. 4, 5). Данные зависимости позволяют находить допустимое время и дальность для любого возможного значения высоты.

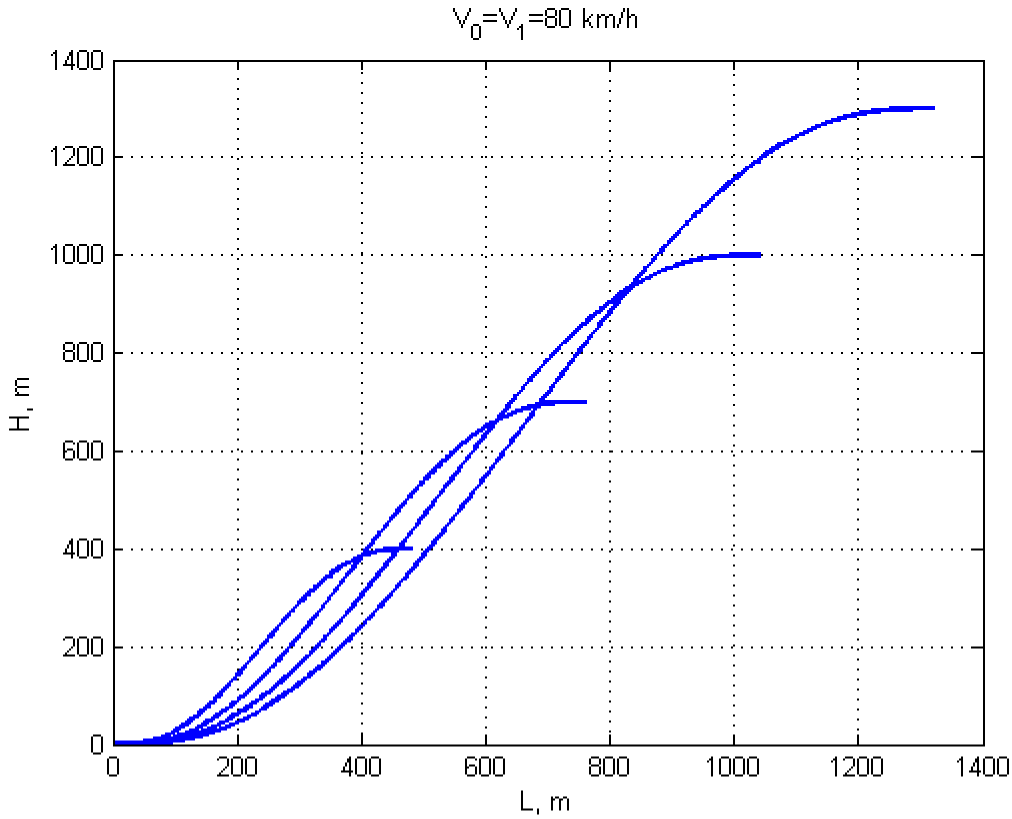

Рис. 3. Набор траекторий смены эшелона

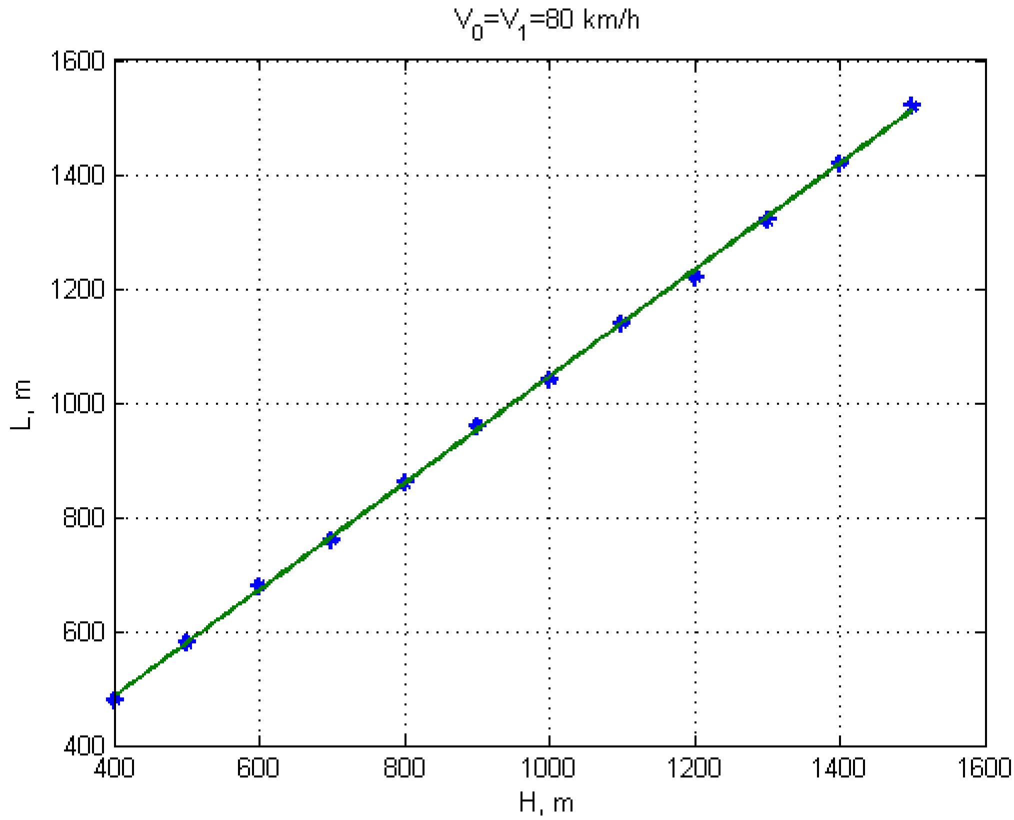

Рис. 4. Зависимость дальности от высоты

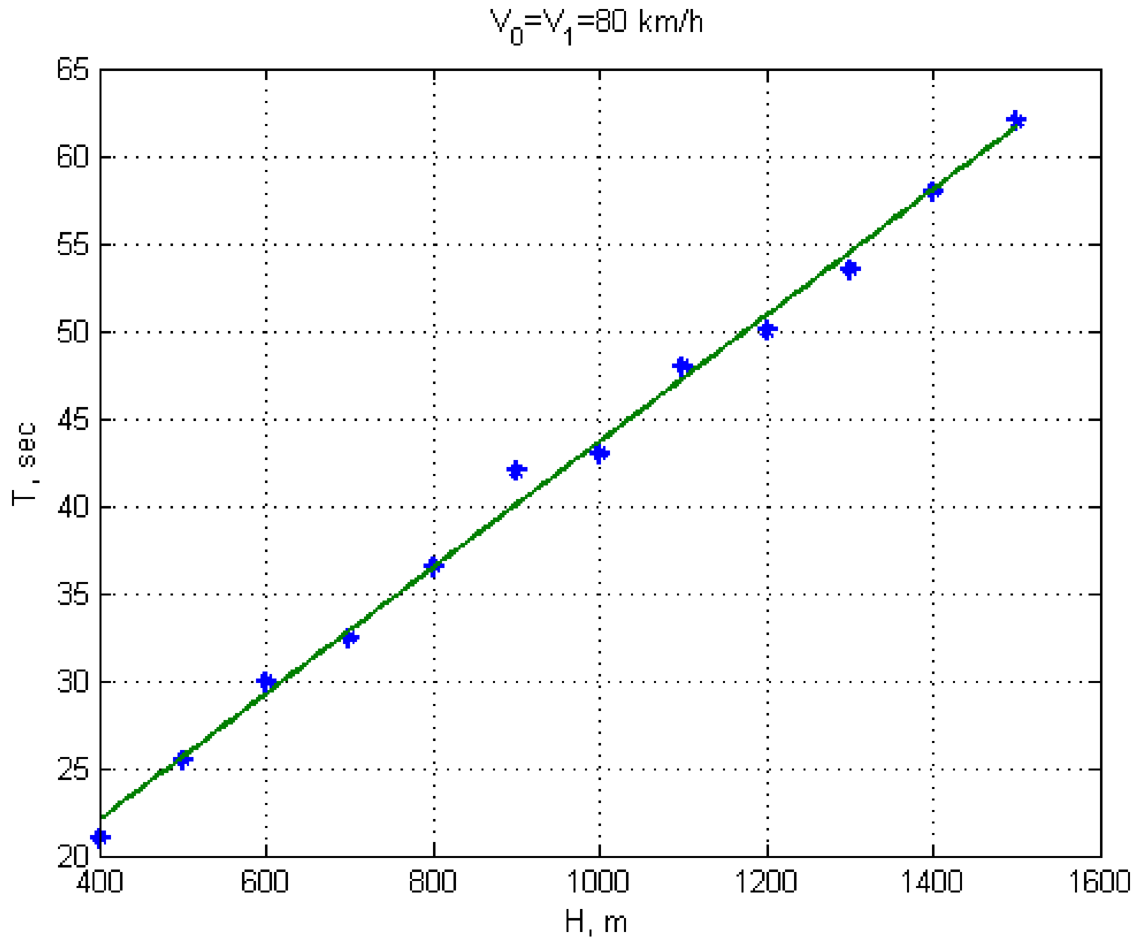

Рис. 5. Зависимость времени от высоты

6. Пример построения траектории изменения высоты в вертикальной плоскости

Рассмотрим пример построения траектории, состоящей из участка изменения высоты и равномерного прямолинейного движения.

Выберем следующие начальные и конечные состояния и управления:

$$H_0 = 100\,\text{м}, \qquad V_0 = 100\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}, \qquad \vartheta_0 = 0, \qquad n_{x_0} = 0, \qquad n_{y_0} = 1;$$

$$H_1 = 400\,\text{м}, \qquad V_1 = 110\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}, \qquad \vartheta_1 = 0, \qquad n_{x_1} = 0, \qquad n_{y_0} = 1.$$

Дальность, на которой совершается изменение высоты, равна 1400 м, время — $48{,}8$ с, максимальная дальность, на которой можно совершить маневр — 2000 м. Так как изменение высоты совершается на меньшей дальности, то в траекторию включается участок равномерного прямолинейного движения (рис. 6). На рис. 7 показана зависимость скорости от времени. На рис. 8 и рис. 9 показаны зависимости программных управлений (9) от времени.

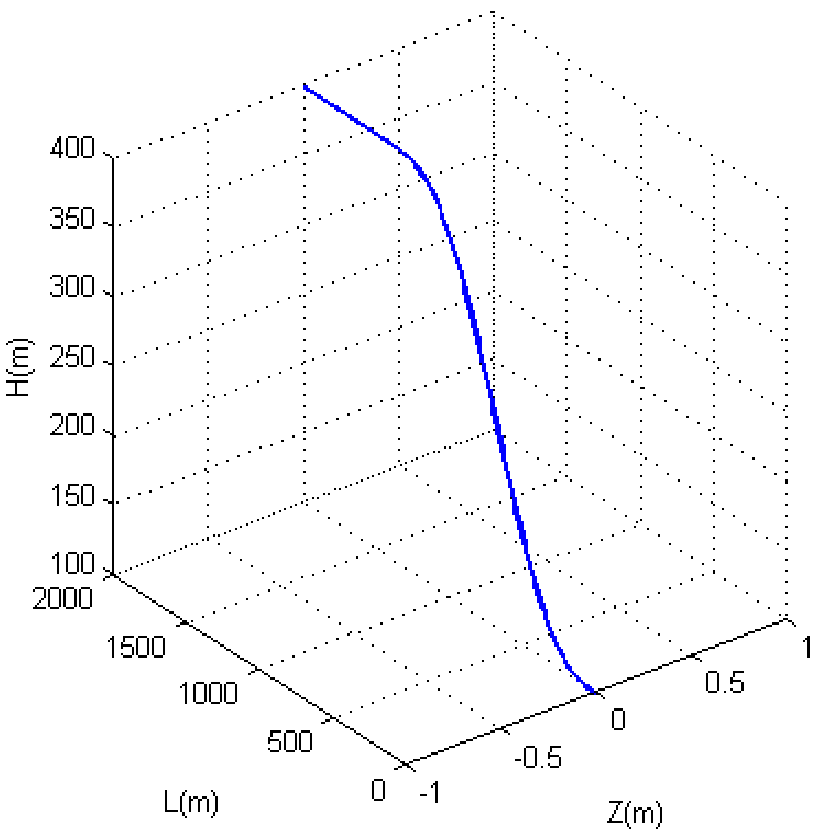

Рис. 6. Траектория $H(L)$

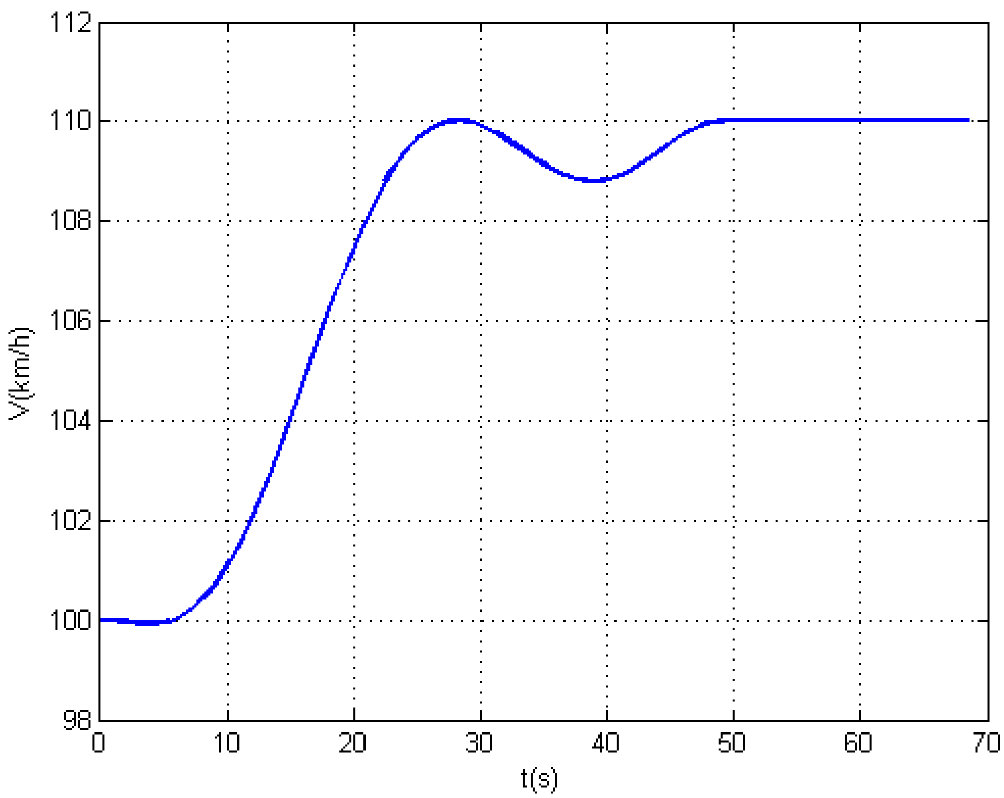

Рис. 7. Зависимость скорости от времени

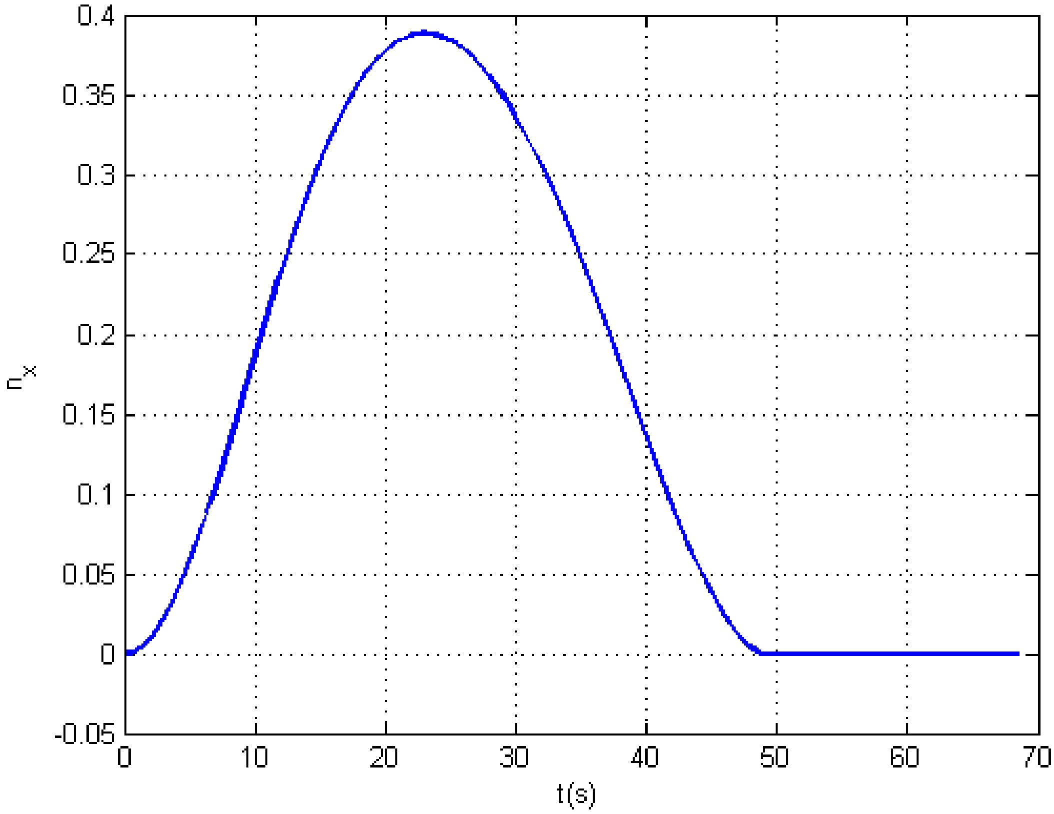

Рис. 8. Зависимость продольной перегрузки от времени

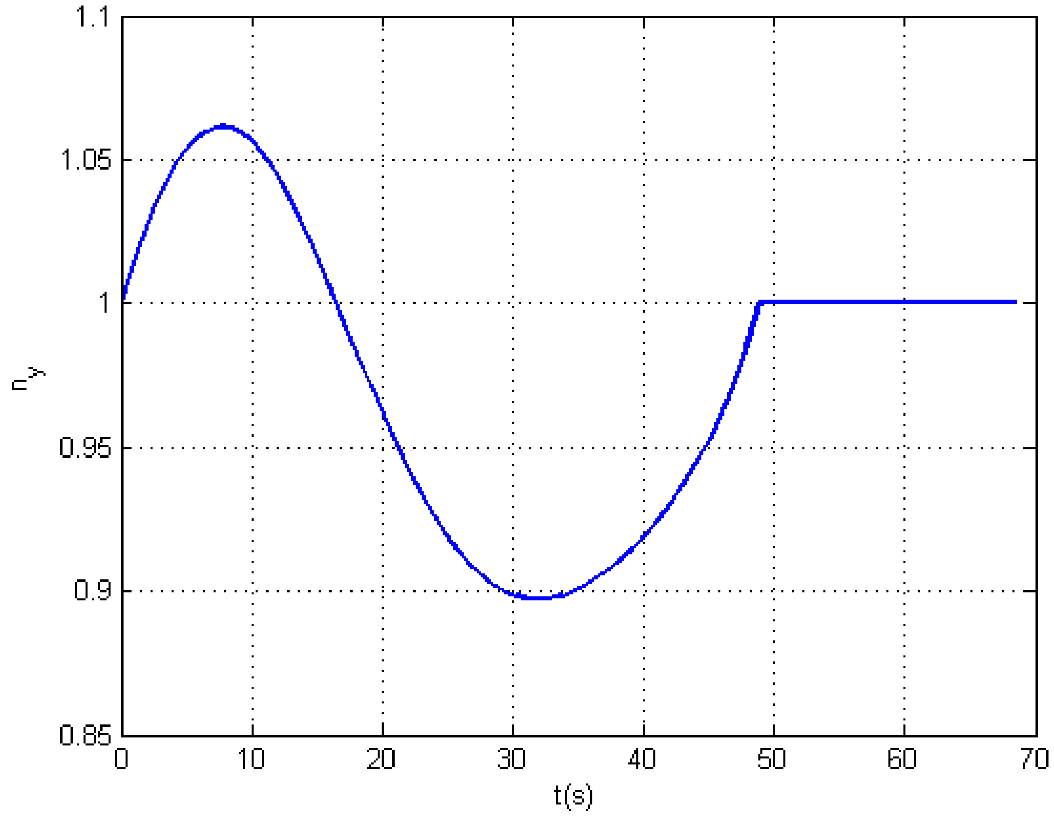

Рис. 9. Зависимость поперечной перегрузки от времени

Заключение

Для задачи смены эшелона в вертикальной плоскости при нефиксированном времени завершения маневра разработан алгоритм определения дальности и времени перелета. Предложен критерий оптимизации планируемой траектории. Результаты моделирования показывают, что предложенный алгоритм успешно решает поставленную задачу. Получена база допустимых маневров, которая облегчает нахождения траектории в реальном времени. Полученные результаты можно использовать как составную часть алгоритмов планирования сложных пространственных траекторий, основанных на сочетании нескольких различных маневров.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-07-00329.

Список литературы

1. Miller B., Stepanyan K., Miller K. Simulation of permissible UAV trajectories // Proceedings of the VIII International Conference on Nonequlibrium Proesses in Nozzles and Jets (NPNJ”2010), 25–31 May 2010, Alushta, Crimea, Ukraine. P. 321–323.
2. Twigg S. Optimal path planning for single and multiple aircraft using a reduced order formulation. Georgia Institute of Technology, 2007.
3. McGee T., Hedrick J. Path planning and control for multiple point surveillance by an unmanned aircraft in wind // American Control Conference, 2006.
4. Davidson M., Bahl V., Moore K. Spatial integration for a nonlinear path tracking control law // Proceedings of the 2002 American Control Conference, 2002.
5. Boissonnat J., Cerezo A., Leblond J. Shortest paths of bounded curvature in the plane // Proceedings of the 1992 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 1992.
6. Крищенко А.П., Канатников А.Н., Ткачев С.Б. Допустимые пространственные траектории беспилотного летательного аппарата в вертикальной плоскости // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. 2012. № 3. Режим доступа : http://technomag.edu.ru/doc/367724.html (дата обращения 15.11.2013).
7. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Терминальное управление пространственным движением летательных аппаратов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. № 5. С. 51–64.
8. Крищенко А.П., Канатников А.Н., Ткачев С.Б. Планирование пространственного разворота беспилотного летательного аппарата// Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2011. Специальный выпуск «Энергетическое и транспортное машиностроение». С. 151–163.

9. Остославский И.В., Стражева И.В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1969. 500 с.
10. Горбатенко С.А., Макашов Э.М., Полушкин Ю.Ф., Шефтель Л.В. Механика полета. М.: Машиностроение, 1969. 420 с.
11. Краснощёченко В.И., Крищенко А.П. Нелинейные системы: геометрические методы анализа и синтеза. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 520 с.