электронный научно-технический журнал
ИНЖЕНЕРНЫЙ ВЕСТНИК
èçäàòåëü ÔÃÁÎ Ó ÂÏ Î «Ì î ñêî âñêèé ãî ñóäàðñòâåí í ûé òåõí è÷åñêèé óí èâåðñèòåò èì . Í .Ý. Áàóì àí à»

# Стабилизация движения автомобилеподобного четырехколесного робота по заданному пути

**77-48211/597892**

**# 11, ноябрь 2013**

**Фокина А. Ю.**

УДК 517.93

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
alexfokina@rambler.ru

## Введение

Существует множество приложений (например в сельском хозяйстве, строительстве дорог), где требуется, чтобы движущееся транспортное средство следовало по заданному пути с высокой точностью.

Известны два типа задач: задача следования робота по заданной траектории и задача стабилизации движения робота по заданному пути.

В задаче стабилизации движения по заданному пути требуется, чтобы колесный робот из некоторого начального положения достиг нужного пути и двигался вдоль него с постоянной скоростью. В качестве пути задают достаточно гладкую кривую, проходящую через определенную последовательность контрольных точек.

Подобная задача рассмотрена в [12, 13, 14]. В [12] на основе дифференциально-геометрического подхода решается задача следования вдоль заданного пути двухколесного робота с дифференциальным приводом, в [13, 14] описаны практические решения задачи следования вдоль заданного пути для LEGO-роботов с использованием ПИД-регулятора [13] и алгоритма, приведенного в [3].

В данной работе для решения задачи путевой стабилизации автомобилеподобного четырехколесного робота используется метод линеаризации уравнений движения по части переменных с помощью подходящим образом выбранной обратной связи. Для применения указанного метода необходимо привести динамическую систему с управлением, описывающую движение робота, к специальному виду, называемому квазиканоническим [9]. Если такое преобразование удается найти, то линеаризующая обратная связь может быть легко построена. Однако в общем случае требуется исследование свойств динамической системы с управлением, для того чтобы определить максимальный индекс приводимости к квазиканическому виду [8]. Для исследования удобно использовать традиционную для колесных роботов систему уравнений движения, записанную в путевых координатах [2].

Обычно для решения задачи стабилизации движения по заданному пути производят замену переменной дифференцирования и переходят от дифференцирования по времени к дифференцированию по натуральному параметру кривой, задающей путь (см. например [3, 5, 11]). В данной статье показано, что задача следования по заданному пути может быть решена без замены переменной дифференцирования.

## 1. Модель колесного робота

Колесный робот (КР) представляет собой движущееся без проскальзывания транспортное средство, у которого задние колеса являются ведущими, а передние колеса отвечают за поворот платформы. Положение робота на плоскости описывается двумя координатами $(x_c,\ y_c)$ некоторой целевой точки платформы и одним углом, задающим ориентацию платформы относительно неподвижной системы координат $xOy$. В качестве целевой берется точка, расположенная в середине задней оси платформы, а в качестве угла — угол $\vartheta$ между центральной линией платформы (совпадающей с направлением вектора скорости) и осью $x$. Подробное описание используемых переменных и систем координат можно найти в [1, 3, 14].

Вместо четырехколесной модели робота будем рассматривать трехколесную модель, для чего заменим два передних колеса одним, расположенным между ними. Угол $\varphi$ поворота переднего колеса трехколесного робота соответствует полусумме углов $\varphi_1$ и $\varphi_2$ поворота передних колес четырехколесного робота относительно продольной оси робота:

$$\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}.$$

В качестве переменных состояния колесного робота в земной неподвижной системе координат будем рассматривать координаты $x_c$, $y_c$ базовой точки $C$ робота (середины задней оси), угол $\vartheta$ между центральной линией платформы и осью $Ox$ земной неподвижной системы координат, модуль вектора скорости $v$ точки $C$ робота ($v > 0$) и угол $\varphi$ поворота переднего колеса.

Обозначим через $u$ мгновенное значение кривизны кривой, описываемой целевой точкой $C$. Эта величина однозначно связана с углом поворота переднего колеса $\varphi$ соотношением $u = \dfrac{\operatorname{tg}\varphi}{l}$, где $l$ — расстояние между передними и задними колесами [1, 3].

Кинематические уравнения движения такого робота имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_c = v\cos\vartheta, \\ \dot{y}_c = v\sin\vartheta, \\ \dot{\vartheta} = v\dfrac{\operatorname{tg}\varphi}{l}, \\ \dot{\varphi} = \omega, \end{cases} \tag{1}$$

где $\omega$ — угловая скорость поворота плоскости переднего колеса.

Примем $\omega$ в качестве управления. Будем считать скорость $v$ постоянной.

## 2. Переход к путевым координатам

Перейдем от переменных $x_c, y_c, \vartheta, \varphi$ к путевым координатам [2]. Пусть $s$ — натуральный параметр кривой, задающей предписанную траекторию движения; $d$ — расстояние от базовой точки $C$ робота до предписанной траектории движения; $\varphi$ — угол поворота переднего колеса; $\psi$ – угол между центральной линией платформы и касательным вектором к предписанной траектории в точке $C_s$ целевого пути, ближайшей к базовой точке робота $C$ (рис. 1). Полагаем, что при движении робота вдоль целевой кривой в положительном направлении выполняется ограничение $|\psi| < \dfrac{\pi}{2}$.

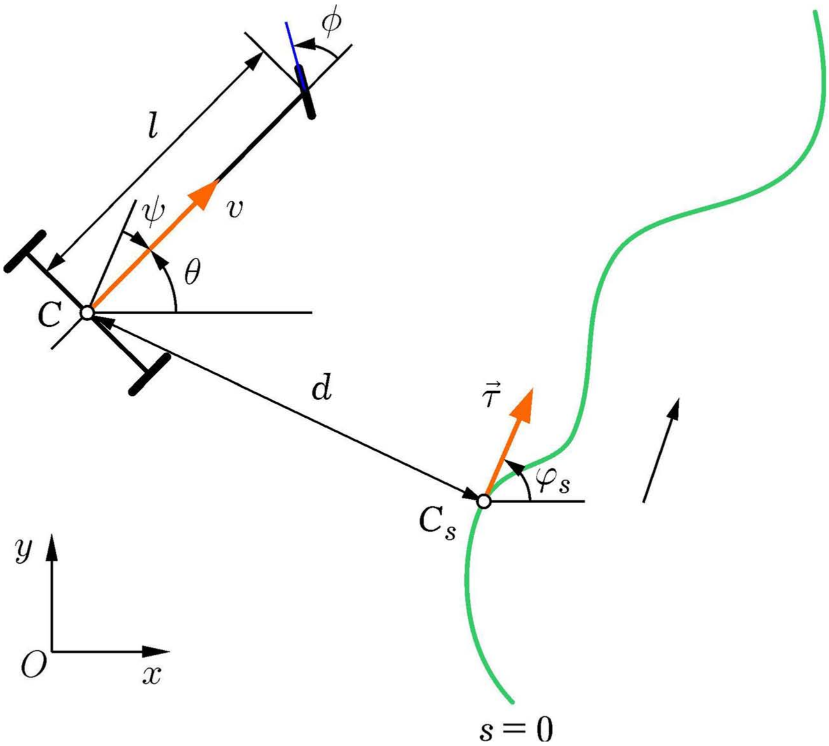


**Рис. 1.** Положение колесного робота относительно предписанной траектории

Пусть на плоскости фиксирована последовательность контрольных точек, заданных своими координатами. Будем задавать целевой путь, проходящий через эти точки в порядке их следования, парой параметрических сплайнов

$$\begin{cases} x_s = x(s), \\ y_s = y(s), \end{cases}$$

где $s$ — длина кривой. В этом случае говорят, что имеет место естественная параметризация кривой, а переменную $s$ называют естественным параметром.

Считают, что расстояние $d$ положительно, если целевая точка находится слева от кривой при движении в направлении увеличения естественного параметра, и отрицательно, если справа. При этом знак $d$ совпадает со знаком выражения $\cos\alpha$, где $\alpha$ — угол между вектором нормали $\overrightarrow{\beta} = (-y'_s,\ x'_s)$ к кривой в точке $C_s$ и вектором $\overrightarrow{CC_s}$.

Используя результаты, приведенные в [2], запишем исходную систему (1) в путевых координатах в виде

$$\begin{cases} \dot{s} = \dfrac{v\cos\psi}{1-kd}, \\ \dot{d} = v\sin\psi, \\ \dot{\psi} = \dfrac{v}{l}\,\mathrm{tg}\,\varphi - \dfrac{kv\cos\psi}{1-kd}, \\ \dot{\varphi} = \omega, \end{cases} \tag{2}$$

где $k \equiv k(s)$ — кривизна целевой кривой в ближайшей к точке $C$ робота точке кривой. Замена переменных, задающая преобразование системы (1) в путевые координаты, определена в области $\Omega = \mathbb{R}^4 \cap \left\{|\psi| < \dfrac{\pi}{2}\right\} \cap \left\{|\varphi| < \dfrac{\pi}{2}\right\} \cap \{1 - kd > 0\}$.

### 3. Преобразование к квазиканоническому виду

Запишем систему уравнений (2) в общем виде:

$$\dot{x} = A\,(x) + B\omega,$$

где $x = (s,\ d,\ \psi,\ \varphi)^{\mathrm{T}}$ — вектор переменных состояния, а векторные поля $A$, $B$, ассоциированные с системой (2), в путевых координатах имеют вид

$$A(x) = \begin{pmatrix} \dfrac{v\cos\psi}{1-kd} \\ v\sin\psi \\ \dfrac{v}{l}\,\mathrm{tg}\,\varphi - \dfrac{kv\cos\psi}{1-kd} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

С учетом требования $v > 0$ будем рассматривать систему (2) в области $\Omega$.

Найдем максимальный индекс приводимости $r$ системы (3) к квазиканоническому виду по алгоритму, приведенному в [8].

Так как $B \neq 0$, то распределение $F_1 = \mathrm{span}(B)$ в области $\Omega$ регулярно и инволютивно [10].

Далее для $k = 2,\ 3,\ \ldots$ последовательно вычисляем векторные поля

$$\mathrm{ad}_A^{k-1} B = [A, \mathrm{ad}_A^{k-2} B],$$

где $\mathrm{ad}_A^0 B = B$, проверяем регулярность распределения $F_k = \mathrm{span}\left(B,\ \mathrm{ad}_A B,\ \ldots,\ \mathrm{ad}_A^{k-1} B\right)$, и строим его инволютивное замыкание $\overline{F}_k$. Затем проверяем регулярность распределения $\overline{F}_k$.

Процесс продолжается до тех пор, пока либо распределение $F_k$ не окажется нерегулярным в $\Omega$, либо его инволютивное замыкание $\overline{F}_k$ не окажется нерегулярным, либо размерность распределения $\overline{F}_k$ не станет равной размерности системы (3). Максимальный индекс приводимости к квазиканоническому виду системы (3) в области $\Omega$ будет определяться размерностью максимального регулярного инволютивного распределения, построенного по указанной процедуре, для которого существует хотя бы один нетривиальный первый интеграл.

Для проверки регулярности распределения $F_2 = \mathrm{span}\,(B,\ \mathrm{ad}_A B)$ вычислим координаты векторного поля $\mathrm{ad}_A B = [A, B]$. В результате получим

$$\mathrm{ad}_A B(x) = \frac{\partial B(x)}{\partial x} A(x) - \frac{\partial A(x)}{\partial x} B(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ s - \dfrac{v}{l\cos^2\varphi} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Можно видеть, что распределение $F_2 = \mathrm{span}\,(B,\ \mathrm{ad}_A B)$ регулярно, поскольку ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{v}{l\cos^2\varphi} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

равен 2 в $\Omega$, и $\dim(F_2) = 2$ в $\Omega$.

Построим инволютивное замыкание $\overline{F_2}$. Рассмотрим распределение

$$\mathrm{span}\,(B,\ \mathrm{ad}_A B,\ [B, \mathrm{ad}_A B])$$

и исследуем его инволютивность. Имеем

$$[B, \mathrm{ad}_A B](x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dfrac{2v\,\mathrm{tg}\,\varphi}{l\cos^2\varphi} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{v}{l\cos^2\varphi} & -\dfrac{2v\,\mathrm{tg}\,\varphi}{l\cos^2\varphi} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

равен 2, то векторное поле $[B, \mathrm{ad}_A B]$ является в $\Omega$ линейной комбинацией векторных полей $B$ и $\mathrm{ad}_A B$ над кольцом гладких функций, определенных на $\Omega$. Следовательно, распределение $F_2$ инволютивно ($F_2 = \overline{F}_2$) и регулярно в $\Omega$.

Рассмотрим распределение $F_3 = \operatorname{span}(B,\ \operatorname{ad}_A B,\ \operatorname{ad}_A^2 B)$. Имеем

$$\operatorname{ad}_A^2 B(x) = \begin{pmatrix} -\dfrac{v^2 \sin\psi}{l\cos^2\varphi(1-kd)} \\ \dfrac{v^2\cos\psi}{l\cos^2\varphi} \\ \dfrac{kv^2\sin\psi}{l\cos^2\varphi(1-kd)} - \dfrac{2\omega v \operatorname{tg}\varphi}{l\cos^2\varphi} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Поскольку матрица

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -\dfrac{v^2 \sin\psi}{l\cos^2\varphi(1-kd)} \\ 0 & 0 & \dfrac{v^2\cos\psi}{l\cos^2\varphi} \\ 0 & -\dfrac{v}{l\cos^2\varphi} & \dfrac{kv^2\sin\psi}{l\cos^2\varphi(1-kd)} - \dfrac{2\omega v \operatorname{tg}\varphi}{l\cos^2\varphi} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

имеет в $\Omega$ ранг, равный 3, то распределение $F_3$ регулярно в $\Omega$.

Исследуем инволютивность распределения $F_3$. Вычислив $[\operatorname{ad}_A B, \operatorname{ad}_A^2 B]$, получим

$$[\operatorname{ad}_A B, \operatorname{ad}_A^2 B](x) = \begin{pmatrix} \dfrac{v^3\cos\psi}{l^2\cos^4\varphi(1-kd)} \\ \dfrac{v^3\sin\psi}{l^2\cos^4\varphi} \\ -\dfrac{kv^3\cos\psi}{l^2\cos^4\varphi(1-kd)} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Можно видеть, что ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -\dfrac{v^2 \sin\psi}{l\cos^2\varphi(1-kd)} & \dfrac{v^3\cos\psi}{l^2\cos^4\varphi(1-kd)} \\ 0 & 0 & \dfrac{v^2\cos\psi}{l\cos^2\varphi} & \dfrac{v^3\sin\psi}{l^2\cos^4\varphi} \\ 0 & -\dfrac{v}{l\cos^2\varphi} & \dfrac{kv^2\sin\psi}{l\cos^2\varphi(1-kd)} - \dfrac{2\omega v \operatorname{tg}\varphi}{l\cos^2\varphi} & -\dfrac{kv^3\cos\psi}{l^2\cos^4\varphi(1-kd)} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

равен 4 в $\Omega$ и совпадает с размерностью пространства состояний. Следовательно, инволютивное замыкание распределения $F_3$ имеет размерность 4 в $\Omega$ и регулярно. Поскольку размерность инволютивного замыкания совпадает с размерностью пространства, то, согласно алгоритму [8], необходимо вернуться к рассмотрению распределения $F_2$, поскольку оно регулярно, инволютивно и является максимальным распределением рассматриваемого вида, обладающим указанными свойствами, размерность которого меньше размерности пространства состояний.

Заметим, что из $\dim F_3 = 3$ в $\Omega$ следует $\mathrm{ad}_A^2 B \notin \overline{F}_2$ в $\Omega$. Последнее означает, что в окрестности любой точки из $\Omega$ определен максимальный индекс приводимости к квазиканоническому виду, равный 3, и найдется локальная замена переменных, позволяющая преобразовать систему (3) к регулярному квазиканоническому виду. Если в окрестности некоторой точки соответствующая замена будет построена, можно будет исследовать нелокальные свойства этой замены.

Для построения замены переменных найдем первые интегралы распределения $F_2$. Для этого решим систему уравнений [10]

$$Bh = 0, \quad \mathrm{ad}_A Bh = 0,$$

имеющую в путевых координатах вид

$$\frac{\partial h}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{v}{l\cos^2\varphi}\frac{\partial h}{\partial \psi} = 0.$$

Эта система имеет два очевидных первых интеграла: $h_1 = s$, $h_2 = d$.

Поскольку одной из целей управления является вывод базовой точки $C$ робота на целевой путь, в качестве первой фазовой переменной $z_1$ возьмем расстояние $d$. Тогда [9], последовательно дифференцируя $z_1$ в силу системы (2), получим

$$\begin{aligned} z_2 &= \dot{z}_1 = v\sin\psi, \\ z_3 &= \dot{z}_2 = v\cos\psi\Big(\frac{v}{l}\operatorname{tg}\varphi - \frac{kv\cos\psi}{1-kd}\Big), \\ \dot{z}_3 &= f + g\omega, \end{aligned}$$

где

$$f = -v\sin\psi\Big(\frac{v}{l}\operatorname{tg}\varphi - \frac{kv\cos\psi}{1-kd}\Big)^2 +$$
$$+ v\cos\psi\left(-\frac{k^2v^2\cos\psi\sin\psi}{(1-kd)^2} + \frac{kv\sin\psi}{1-kd}\Big(\frac{v}{l}\operatorname{tg}\varphi - \frac{kv\cos\psi}{1-kd}\Big)\right) - \dot{k}\Big(\frac{kdv\cos\psi}{(1-kd)^2} + \frac{v\cos\psi}{1-kd}\Big),$$
$$g = \frac{v^2\cos\psi}{l\cos^2\varphi}.$$

Положим $\eta = s$, где $s$ — натуральный параметр кривой. Тогда

$$\dot{\eta} = \frac{v\cos\psi}{1-kd}.$$

Заметим, что выбор одного из первых интегралов распределения $F_2$ в качестве координатной функции позволил избавиться в последнем уравнении от управления.

Покажем, что соотношения

$$\begin{cases} z_1 = d, \\ z_2 = v\sin\psi, \\ z_3 = v\cos\psi\Big(\dfrac{v}{l}\operatorname{tg}\varphi - \dfrac{kv\cos\psi}{1-kd}\Big), \\ \eta = s, \end{cases} \tag{4}$$

действительно задают невырожденную замену переменных в области $\Omega$.

Можно видеть, что матрица Якоби замены (4) невырождена в области $\Omega$, и в указанной области определено обратное к (4) гладкое отображение. Таким образом, имеем диффеоморфизм $\Psi\colon \Omega \to \Psi(\Omega)$, где $\Psi(\Omega)$ — образ области $\Omega$ при указанном отображении.

В итоге в $\Omega$ получаем квазиканонический вид системы (2) с индексом приводимости $r = 3$

$$\begin{cases} \dot{z_1} = z_2, \\ \dot{z_2} = z_3, \\ \dot{z_3} = f(z,\eta) + g(z,\eta)\omega, \\ \dot{\eta} = \dfrac{v\cos\psi}{1-kd}. \end{cases} \tag{5}$$

где $z = (z_1,\ z_2,\ z_3)$. Последнее уравнение системы записано в виде заготовки, т.е. в нем не сделана замена переменных. Однако в данном случае указанный вид позволяет провести исследование нулевой динамики [4, 6, 7] системы.

Нулевая динамика системы (5), соответствующая $z_1 = z_2 = z_3 = 0$, имеет вид

$$\dot{\eta} = \frac{v\cos\psi}{1-kd} = v,$$

так как $z_2 = \dot{z_1} = v\sin\psi = 0$, $\psi = 0$, $d = 0$. Решение полученного уравнения соответствует движению точки $C$ робота вдоль заданной кривой с постоянной скоростью $v$.

Коэффициент $g$ при управлении не обращается в ноль в области $\Omega$. Воспользуемся методом линеаризации обратной связью по части переменных [4, 7] для построения стабилизирующего управления, обеспечивающего стабилизацию $z_1 = z_2 = z_3 = 0$, и положим

$$\omega = \frac{f - (b_1z_1 + b_2z_2 + b_3z_3)}{g}. \tag{6}$$

Для обеспечения ассимптотической устойчивости решения уравнения $\dot{z_3} = -\sum\limits_i b_iz_i$ коэффициенты $b_1, b_2, b_3$ выбираются так, чтобы корни $\lambda_i$ соответствующего характеристического уравнения удовлетворяли условию $\mathrm{Re}(\lambda_i) < 0$ [6].

При стабилизации по части переменных нулевая динамика не является устойчивой, как традиционно требуют при решении задачи стабилизации [4]. Однако, поскольку решение $\eta(t)$ уравнения нулевой динамики соответствует движению вдоль заданного пути с постоянной скоростью, предъявленное управление (6) обеспечивает решение поставленной задачи.

## 4. Примеры

Рассмотрим примеры стабилизации движения по заданной прямой и по заданной окружности. В данных примерах задачу нахождения расстояния от точки до соответствующей линии можно решить аналитически. Заметим, что в общем случае можно использовать достаточно простые численные процедуры.

**Пример 1.** Рассмотрим случай, когда заданный путь представляет собой прямую линию

$$x(\tau) = \tau, \quad y(\tau) = \tau,$$

где $\tau$ — произвольный параметр.

Естественная параметризация этой прямой имеет вид

$$x(s) = \frac{s}{\sqrt{2}}, \quad y(s) = \frac{s}{\sqrt{2}},$$

где $s$ — естественный параметр кривой.

Примем $v = 1$ м/с, $l = 2$ м. Начальные условия зададим следующим образом:

$$x(0) = -0{,}5\text{ м}, \quad y(0) = -1\text{ м}, \quad \vartheta(0) = 0\text{ рад}, \quad \varphi(0) = 0\text{ рад}.$$

Результаты моделирования представлены на рис. 2–5.

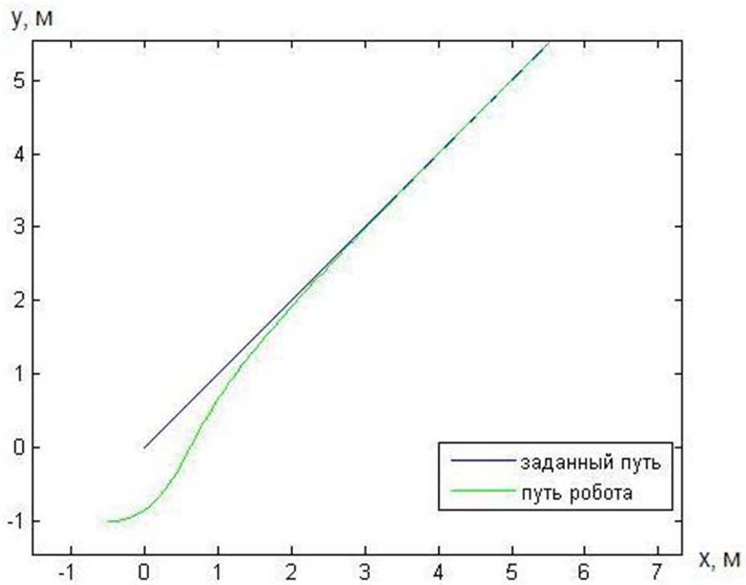


**Рис. 2.** Заданный путь и путь робота

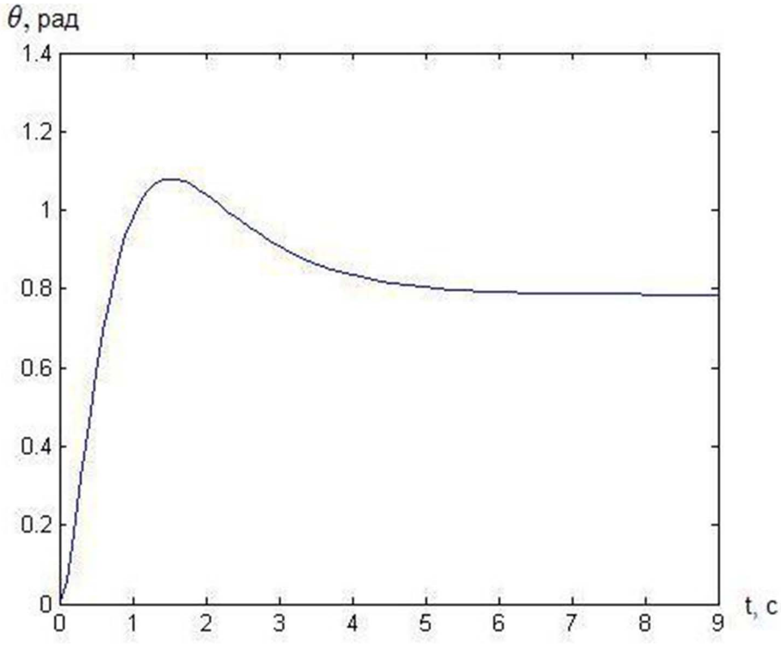


**Рис. 3.** Зависимость угла ориентации $\vartheta$ робота от времени $t$

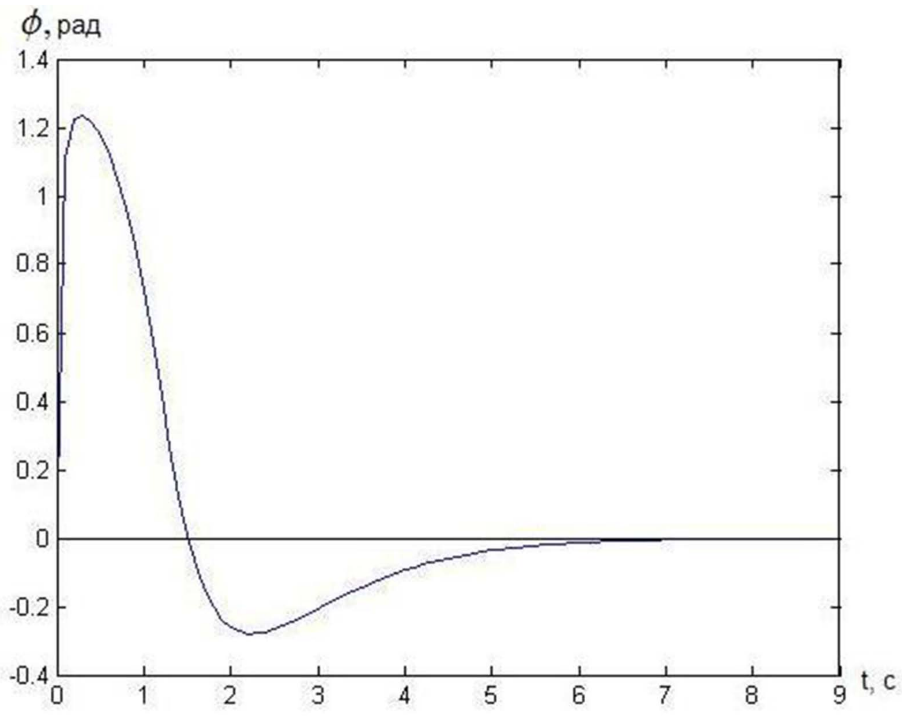


**Рис. 4.** Зависимость угла поворота колес $\varphi$ робота от времени $t$

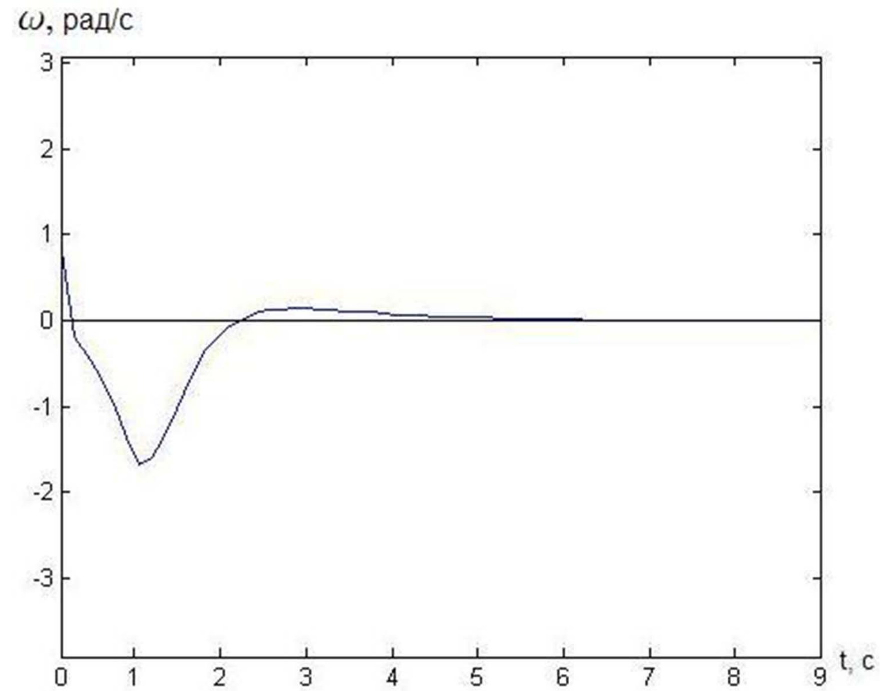


**Рис. 5.** Зависимость управления $\omega$ от времени $t$

**Пример 2.** Рассмотрим случай, когда заданный путь представляет собой окружность, описываемую уравнениями

$$x(\tau) = 20 \cos \tau, \quad y(\tau) = 20 \sin \tau,$$

где $\tau$ — произвольный параметр.

Естественная параметризация данной кривой имеет вид

$$x(s) = 20\cos\frac{s}{20}, \quad y(s) = 20\sin\frac{s}{20},$$

где $s$ — естественный параметр кривой.

Примем $v = 6$ м/с, $l = 3$ м, а начальные условия зададим так:

$$x(0) = 10\,\text{м}, \quad y(0) = -10\,\text{м}, \quad \vartheta(0) = \frac{\pi}{2}\,\text{рад}, \quad \varphi(0) = 0\,\text{рад}.$$

Результаты моделирования представлены на рис. 6–10.

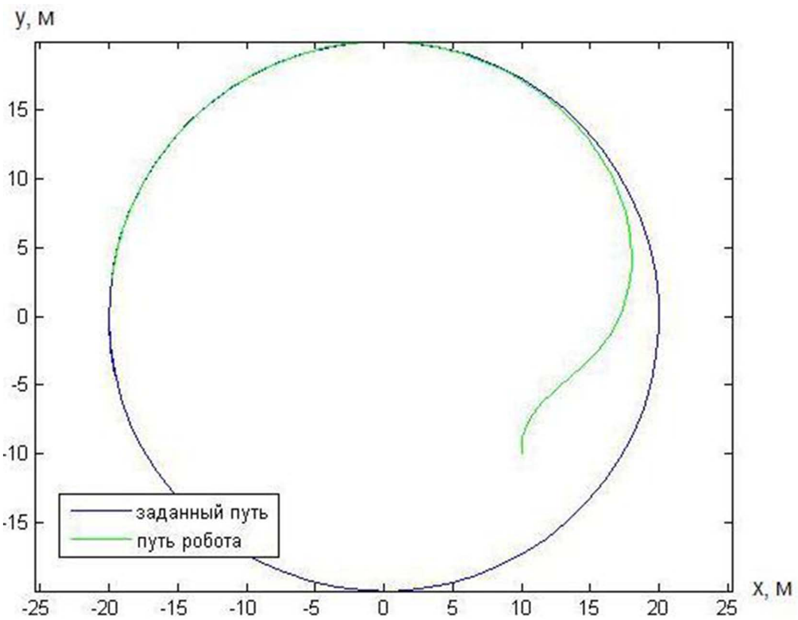


**Рис. 6.** Заданный путь и путь робота

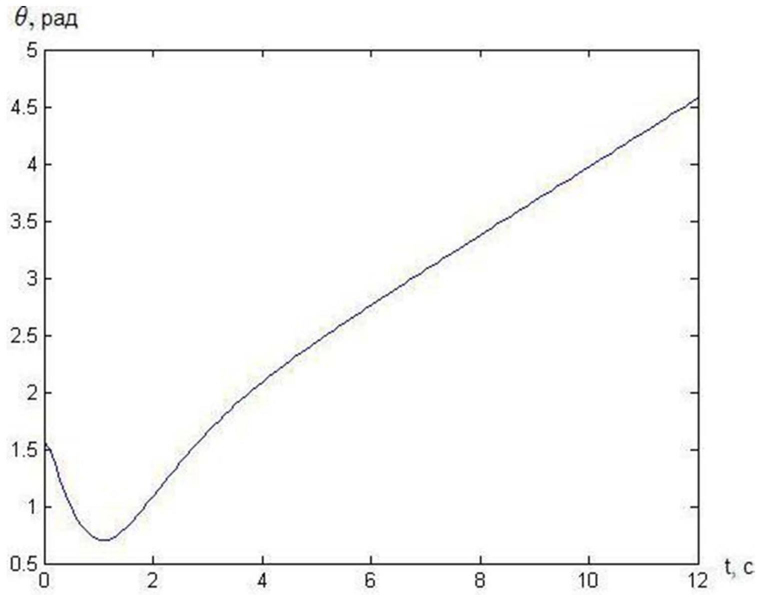


**Рис. 7.** Зависимость угла ориентации $\vartheta$ робота от времени $t$

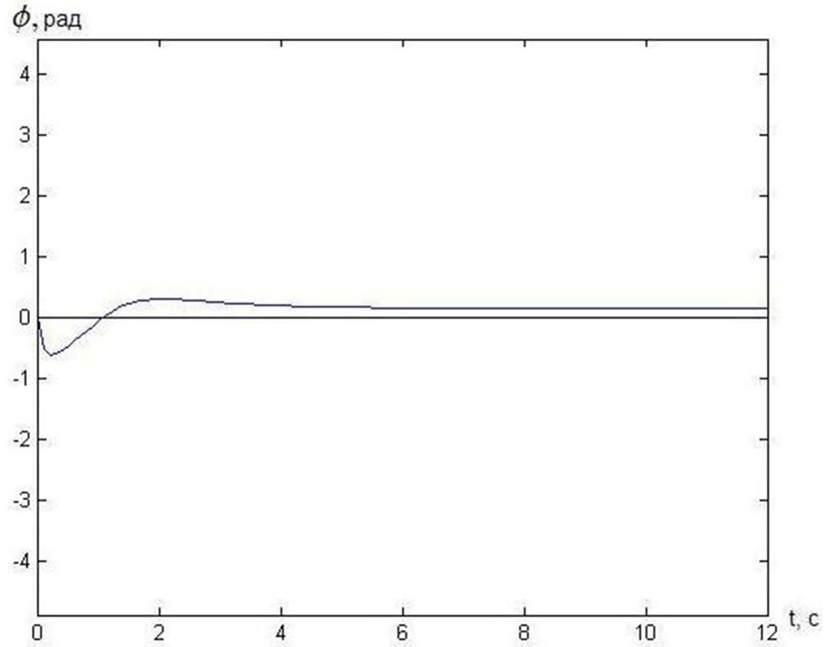


**Рис. 8.** Зависимость угла поворота колес $\varphi$ робота от времени $t$

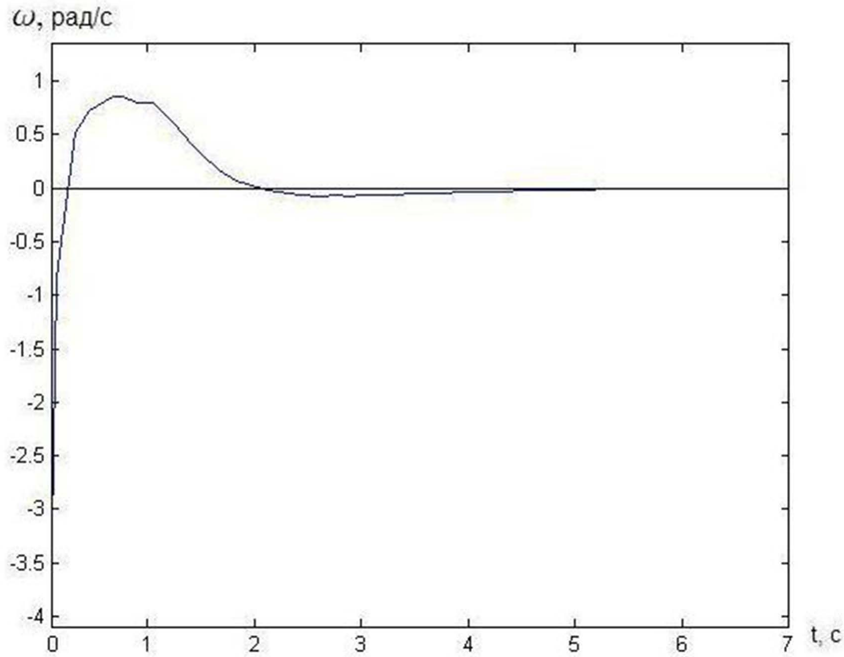


**Рис. 9.** Зависимость управления $\omega$ робота от времени $t$

**Заключение**

В данной работе предложен способ построения стабилизирующего управления в задаче стабилизации движения колесного робота с автомобильной компоновкой колес по заданному пути без замены переменной дифференцирования, т.е. без традиционного для данной задачи перехода от дифференцирования по времени к дифференцированию по путевому параметру или другой подобной переменной.

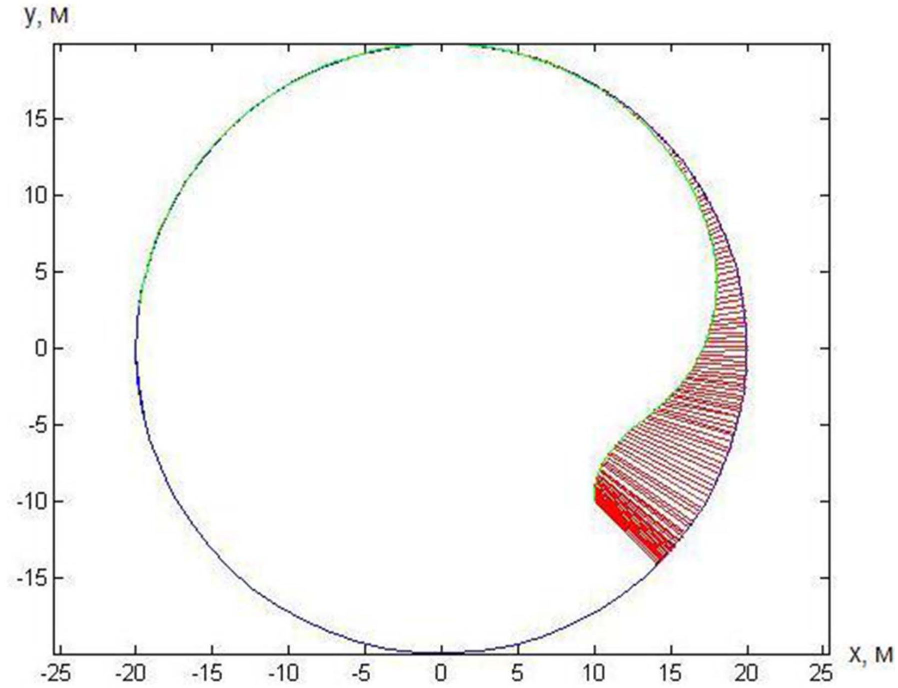


**Рис. 10.** Изменение расстояние от целевой точки до заданного пути

Проведено полное исследование приводимости кинематической модели колесного робота к квазиканоническому виду, найден максимальный индекс приводимости к указанному виду.

Методами математического моделирования показана работоспособность предложенного метода синтеза управления, обеспечивающего движение колесного робота вдоль заданного пути с постоянной скоростью.

Работа выполнена в рамках исследований, проводимых по грантам РФФИ № 12-07-00329 и № 12-07-00267.

## Список литературы

1. Андрианова О.Г. Моделирование движения колесного робота по заданному пути // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2010. № 10. С. 1–12. Режим доступа: http://technomag.bmstu.ru/doc/239840.html (дата обращения 17.11.2013)
2. Канатников А.Н., Касаткина Т.С. Особенности перехода к путевым координатам в задаче путевой стабилизации // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. № 7. С. 211–222. Режим доступа: http://technomag.bmstu.ru/doc/445496.html (дата обращения 17.11.2013). DOI: 10.7463/0712.0445496.
3. Пестерев А.В. Синтез стабилизирующего управления в задаче следования колесного робота вдоль заданной кривой // Автоматика и телемеханика. 2012. № 7. С. 25–39.
4. Isidori A. Nonlinear control systems. London: Springer-Verlag, 1995.

5. Гилимьянов Р.Ф., Пестерев А.В., Рапопорт Л.Б. Управление движением колесного робота в задаче следования вдоль криволинейного пути // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. Т. 47, № 6. С. 158–165.
6. Ким Д.П. Теория автоматического управления: учебник для вузов. Т. 1. Линейные системы. 2-е изд., испр. и доп. М.: Физматлит, 2007. 310 с.
7. Ким Д.П. Теория автоматического управления: учебник для вузов. Т. 2 : Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. 2-е изд., испр. и доп. М.: Физматлит, 2004. 440 с.
8. Ткачев С.Б., Шевляков А.А. Преобразование аффинных систем со скалярным управлением к квазиканоническому виду // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки. 2013. № 1. С. 3–16.
9. Крищенко А.П., Клинковский М.Г. Преобразование аффинных систем с управлением и задача стабилизации // Дифференциальные уравнения. 1992. Т. 28, № 11. С. 1945–1952.
10. Канатников А.Н., Крищенко А.П., Четвериков В.Н. Дифференциальное исчисление функций многих переменых: Учеб. для вузов / Под ред. Зарубина В.С., Крищенко А.П. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2000. 456 с.
11. Laumond J.-P. Robot motion planning and control. Springer, 1998. 343 p.
12. Нефедов Г.А. Стабилизация движения двухколесного робота с дифференциальным приводом по заданному пути // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 4. С. 131–140. Режим доступа: http://technomag.edu.ru/doc/547786.html (дата обращения 17.11.2013). DOI: 10.7463/0413.0547786.
13. Нефедов Г.А. Реализация алгоритма управления четырехколесным роботом Lego Mindstorms, обеспечивающего движение вдоль заданного пути // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. № 2. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/551896.html (дата обращения 22.03.2013).
14. Фокина А.Ю., Фролова Т.В., Яшков И.С. Реализация движения LEGO-робота по заданному пути // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2013. №2. Режим доступа: http://sntbul.bmstu.ru/doc/551980.html (дата обращения 22.03.2013).