

Влияния дискретности выходного сигнала импульсно-фазового детектора лазерного гироскопа на точность измерения малых угловых скоростей

77-48211/622087

11, ноябрь 2013

Енин В. Н., Людомирский М. Б., Санеев В. И.

УДК 621.375.826:681.3

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

Россия, Москва, ООО "НПК "Электрооптика"

enin@bmstu.ru

Введение

Одним из основных функциональных элементов измерительного канала лазерного гироскопа (ЛГ) является импульсно-фазовый детектор (ИФД), с помощью которого выполняется функция аналого-цифрового преобразования сигналов с выхода интерферометра ЛГ.

В публикациях, посвященных исследованию погрешностей ЛГ, анализу влияния дискретности выходного сигнала ИФД на точность работы прибора уделено недостаточно внимания. Это связано прежде всего с тем, что при измерении малых постоянных угловых скоростей при гирокомпасировании или выставке БИНС влияние дискретности ИФД «зашумлено» воздействием других факторов, а на подвижном объекте, где влияние ИФД становится более существенным, приближенная аналитическая оценка этого явления или, более точная цифровая, методами математического моделирования затруднена.

В [1] производится аналитическая оценка «шумовой» составляющей в выходном сигнале ЛГ вследствие дискретности ИФД путем определения накопления ошибки выходного сигнала ЛГ при однократной коммутации знакопеременной периодической подставки с последующим вычислением суммарной погрешности за несколько периодов коммутации. В этой работе сделано предположение, что за несколько периодов частотной подставки между тактами съема информации дисперсия погрешности измерения вследствие дискретности ИФД накапливается пропорционально количеству коммутаций знакопеременной периодической подставки. По выводам, представленным в [1], среднеквадратичное значение погрешности (сигма) при 1 секундном такте съема составляет 28 импульсов, а при 6 минутном – 537

импульсов для подставки, например, с частотой 400 Гц, что составляет сигму разброса выходного сигнала ЛГ (с масштабным коэффициентом МК = 0.861 имп/дуг.сек), равную 1.5 °/час. Это положение требует дальнейшей проверки и практических подтверждений.

Целью настоящей работы является исследование «шумовой» составляющей погрешности выходного сигнала ЛГ с виброподставкой вследствие дискретности ИФД, приближенная оценка среднеквадратичной величины случайной составляющей этой погрешности методами гармонического анализа и более точное определение разброса показаний прибора методами численного математического моделирования.

Функциональная схема измерительного канала ЛГ представлена на рисунке 1. С выхода фотоприемников интерферометра аналоговые сигналы преобразуются в импульсные последовательности [2] и распределяются с учетом знака по каналам Сп- и Сп+.

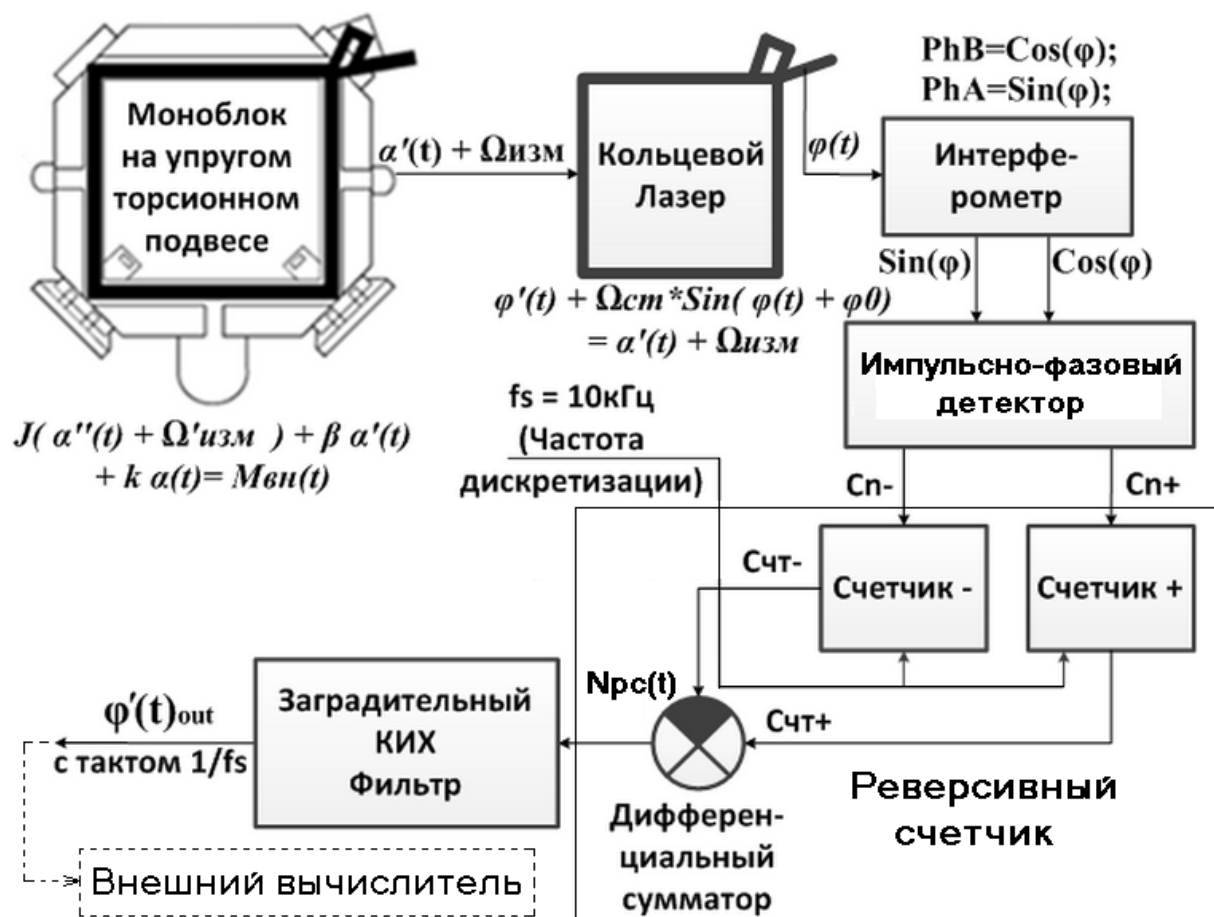


Рисунок 1 - Функциональная схема измерительного канала лазерного гироскопа.

В отличие от аналоговых сигналов (PhA, PhB) с выхода фотоприемников выходной сигнал ИФД является дискретным [1,5] (рисунок 2 а). Он информативен только в моменты прихода передних фронтов выходных импульсов ИФД, количество

которых однозначно связано с количеством интерференционных полос, проходящих мимо площадок фотоприемников, в другие моменты времени – ни один из параметров импульса никакой информации не несет.

На рисунке 2 б показан выходной сигнал (качественно) системы «ИФД-Реверсивный счетчик» (ИФД-РС) для лазерного гироскопа с небольшой амплитудой подставки (0.3 угл. минуты) и коэффициентом передачи ИФД, равным 2. (Коэффициент передачи ИФД $K_{\text{ИФД}}$ – это количество импульсов на выходе ИФД на каждые 2π накопленные разности фаз встречных волн в КЛ.)

Дискретный выходной сигнал ИФД направляется в реверсивный счетчик, выходной сигнал которого (рисунок 2 б) несет информацию о количестве накопленных импульсов, также является разновидностью дискретного сигнала, квантованного по уровню, с постоянной величиной кванта $\Delta_{\text{ИФД}}$, равным π в данном случае для $K_{\text{ИФД}}$, равным 2, а в общем случае $\Delta_{\text{ИФД}} = 2\pi / K_{\text{ИФД}}$.

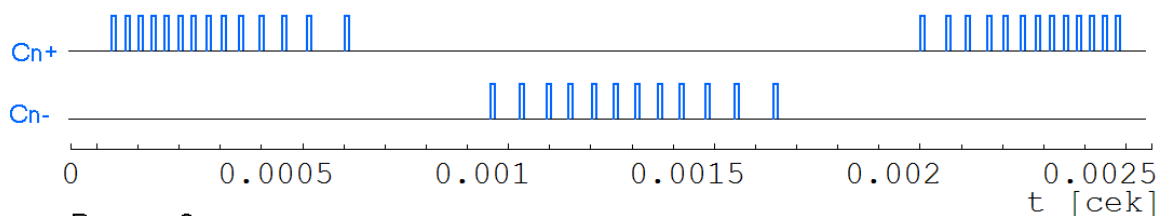


Рисунок 2 а

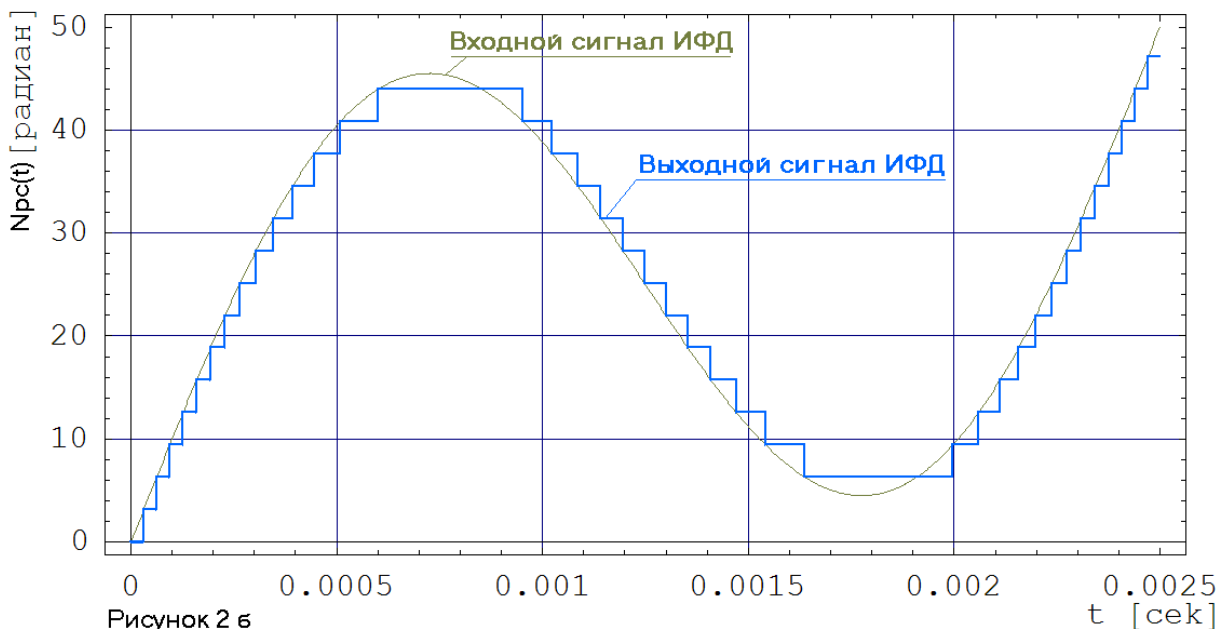


Рисунок 2 б

Рисунок 2 - Входной и выходной сигналы системы «ИФД – Реверсивный счетчик»: а) выходной сигнал ИФД, б) выходной сигнал системы «ИФД – Реверсивный счетчик».

Цифровая обработка данных с выхода реверсивного счетчика служит для снижения «шумовой» помехи (случайной составляющей выходного сигнала), и может

производиться различными методами. Используют фильтры Чебышева 2 рода, Калмана [4, 5, 6] в сочетании с заградительными. В качестве примера в данной работе на выходе измерительного канала используется пара последовательно включенных заградительных КИХ-фильтров на скользящих средних [4,5,6].

Гармонический подход к оценке влияния дискретности ИФД-РС на выходной сигнал ЛГ

Гармонический подход к оценке влияния дискретности ИФД-РС на выходной сигнал ЛГ покажем для идеального лазерного гироскопа с частотной виброподставкой, который измеряет постоянную угловую скорость $\Omega_{изм}$, не имеет зоны захвата, дрейфа нуля, температурных погрешностей, но учитывает погрешности, вносимые ИФД-РС.

Моноблок, принятого идеального гироскопа, в инерциальном пространстве поворачивается на угол:

$$\alpha(t) = A_{\alpha} \sin(w_{ВП} t) + \Omega_{изм} t, \quad (1)$$

где $\alpha(t)$ – угол поворота резонатора КЛ в инерциальном пространстве;

A_{α} - амплитуда угловых колебаний виброподставки;

$w_{ВП}$ – круговая частота виброподставки;

$\Omega_{изм}$ – величина измеряемой постоянной угловой скорости.

Введем понятие МКп – масштабный коэффициент передачи КЛ, равный отношению скорости изменения разности фаз $\varphi'(t)$ в рад/сек к угловой скорости поворота резонатора КЛ в инерциальном пространстве $\alpha'(t)$. В общепринятом определении масштабного коэффициента МК [имп/угл.сек] учитывается коэффициент передачи ИФД (количество импульсов на выходе импульсно-фазового детектора к накопленной разности фаз встречных волн, равной 2π), который в серийных приборах может принимать значения от 1 до 4. В МКп этот коэффициент не учитывается, т.к. разность фаз встречных волн в резонаторе КЛ формируется до детектора.

Разность фаз встречных волн в КЛ представим в виде:

$$\varphi(t) = A_{\varphi} \sin(w_{ВП} t) + \Omega_{изм} МКп t, \quad (2)$$

где $\varphi(t)$ – накопленная разность фаз встречных волн в КЛ;

A_{φ} – составляющая амплитуды виброподставки в выходном сигнале ЛГ,

$A_{\varphi} = A_{\alpha} МКп$.

Идеальный лазерный гироскоп без частотной виброподставки, измеряющий постоянную угловую скорость $\Omega_{изм}$, даст на выходе последовательность импульсов с частотой $\Omega_{изм} * МК$ (рисунок 3а). Например, прибор типа ГЛ [7,8] с $МК=0.861$ имп/дуг.сек при измерении вертикальной составляющей скорости вращения Земли в районе Москвы $12.4^\circ/\text{час}$ даст на выходе импульсы с частотой 10.68 Гц (рисунок 3а), что во внешнем вычислителе преобразуется в зависимость, показанную на рисунке 3 б.

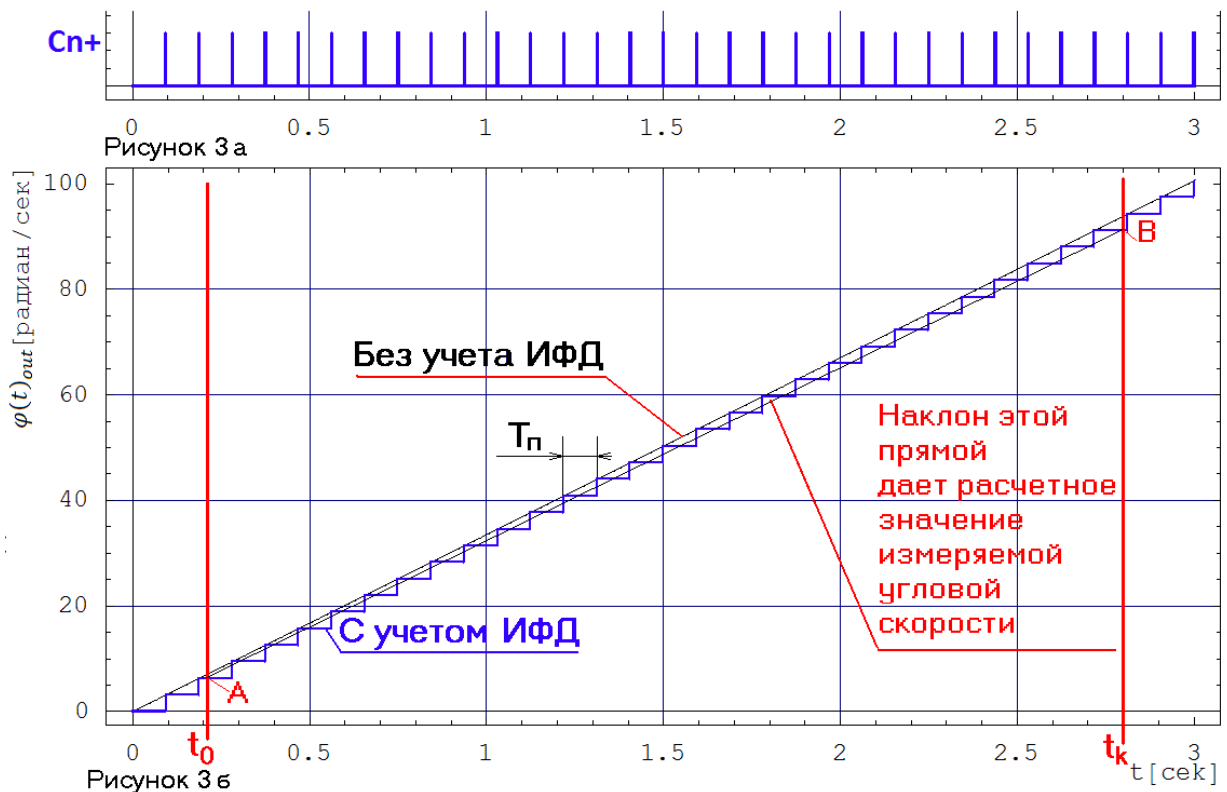


Рисунок 3 – Накопление разности фаз (во внешнем вычислителе) без виброподставки с учетом ИФД (с $МК = 0.861$ имп/дуг.сек), при измерении постоянной угловой скорости $\Omega_{изм} = 12.4^\circ/\text{час}$, а) выходной сигнал ИФД, б) графики накопления разности фаз.

На рисунке 3: T_p – период дискретизации выходного сигнала ЛГ при измерении постоянной угловой скорости (ширина полочек). В выбранном примере при $\Omega_{изм} = 12.4^\circ/\text{час}$ и $МК = 0.861$ имп/дуг.сек $T_p = 0,0936$ сек = $1/(10.68 \text{ Гц})$.

Прямая АВ на рисунке 3 показывает приращение разности фаз $\varphi(t_k) - \varphi(t_0)$ встречных волн за время $\Delta t = (t_k - t_0)$.

Момент начала измерения t_0 задается внешним вычислителем, в связи с чем он никак не привязан к фронтам следования ступенек (рисунок 3). Практически привязать t_0 к фронтам следования ступенек не представляется возможным из-за высокого «зашумления» выходного сигнала прибора, поэтому принимаем временной сдвиг t_0 относительно фронтов следования ступенек случайной величиной с равномерной

плотностью распределения вероятности. Это приводит к тому, что угол наклона прямой АВ (рисунок 3) не всегда совпадает с наклоном прямой, точно соответствующим измеряемой угловой скорости («Без учета ИФД»).

При измерении малых постоянных угловых скоростей выбирают определенное значение величины времени проведения измерения (и усреднения) $\Delta t = (t_k - t_0)$, фактическое значение которой с высокой точностью контролируется таймером в приборе в процессе измерения.

Принимая случайным сдвиг t_0 относительно фронтов ступенек при постоянном значении интервала времени $\Delta t = (t_k - t_0)$, можем получить следующее выражение для среднеквадратичной погрешности измерения постоянной угловой скорости σ_Ω :

$$\sigma_\Omega = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \sqrt{\int_0^{t_0} (\varepsilon(t + \Delta t) - \varepsilon(t))^2 dt} / (\Delta t \cdot \sqrt{t_0} \cdot \text{МКП}), \quad (3)$$

Где $\varepsilon(t) = \Omega_{\text{изм}} \cdot \text{МКП} \cdot t - \text{Floor} \left[\frac{\Omega_{\text{изм}} \cdot \text{МКП} \cdot t}{\pi} \right] \cdot \pi$

- погрешность измерения накопленного угла разности фаз встречных волн в момент времени t вследствие дискретности ИФД-РС, зависимость которой от времени показана на рисунке 4;

Floor[] – функция, вычисляющая целую часть аргумента;

$\Delta t = (t_k - t_0)$ – время измерения, за которое определяется набег разности

фаз $\Delta\varphi = \varphi(t_k) - \varphi(t_0)$. Отношение $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ определяет выходное значение прибора.

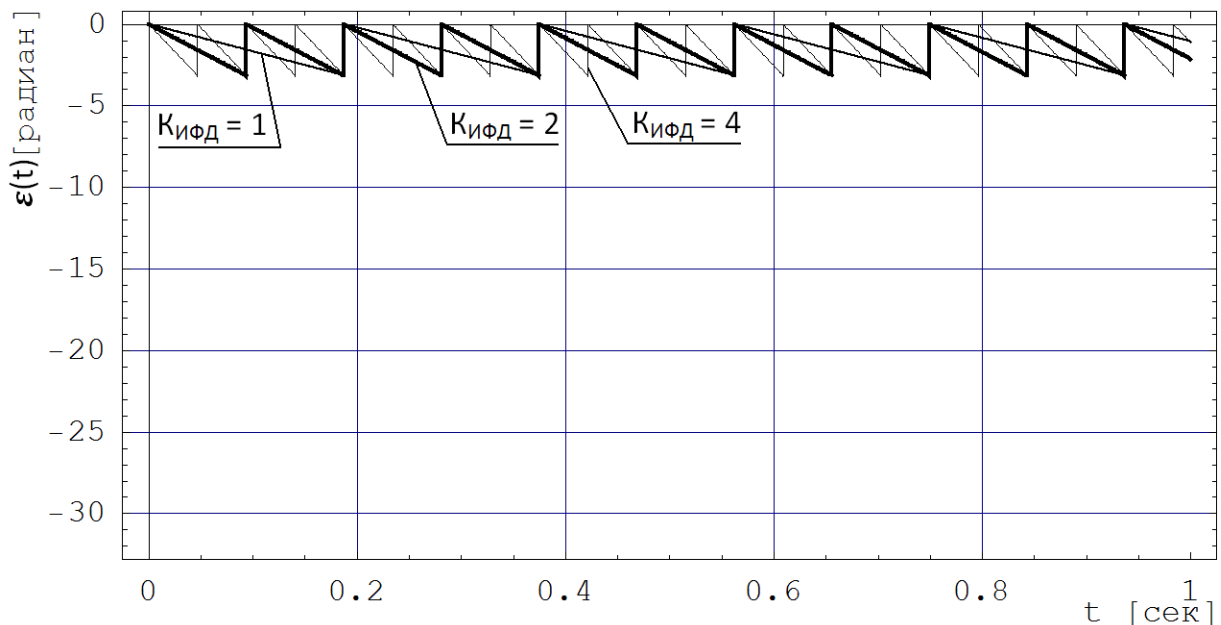


Рисунок 4 – Погрешность $\varepsilon(t)$ измерения накопленного угла разности фаз встречных волн вследствие дискретности ИФД-РС в зависимости от времени при различных значениях $K_{\text{ИФД}}$.

На рисунке 5 показаны зависимости накопления разности фаз при измерении различных угловых скоростей.

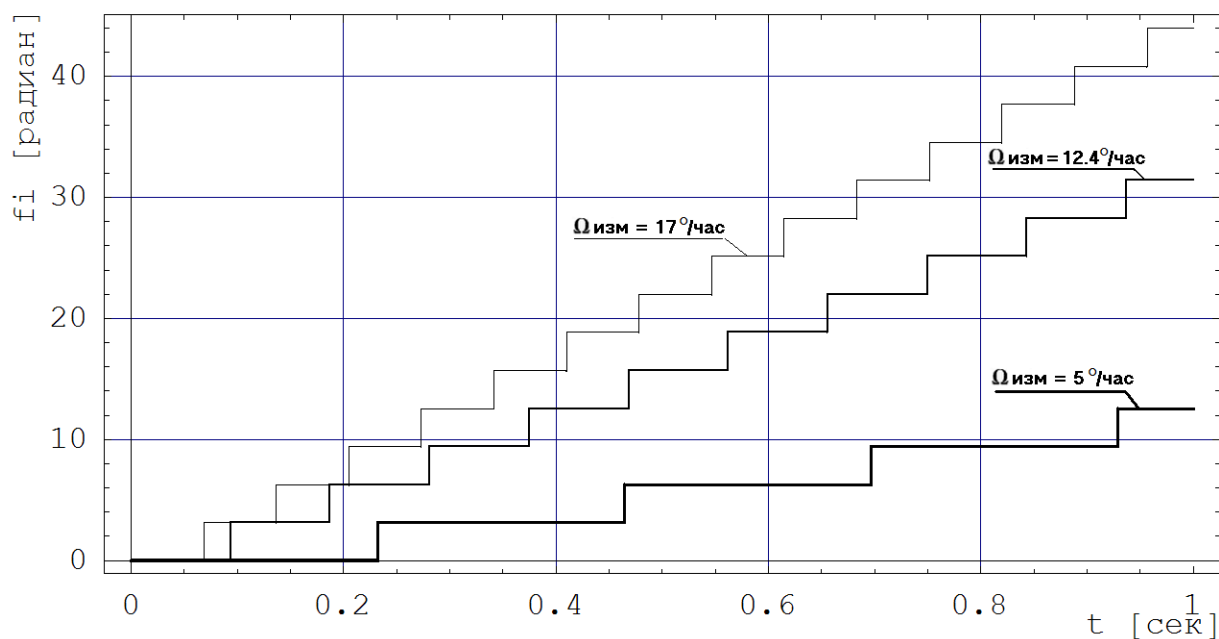


Рисунок 5 – Накопление разности фаз (во внешнем вычислителе) без виброподставки с учетом ИФД (с МК = 0.861 имп/дуг.сек), при измерении различных постоянных угловых скоростей $\Omega_{изм} = 17, 12.4$ и $5^\circ/\text{час}$.

На рисунке 6 показаны зависимости накопления разности фаз при измерении постоянной угловой скорости $12.4^\circ/\text{час}$ для различных $K_{ИФД}$.

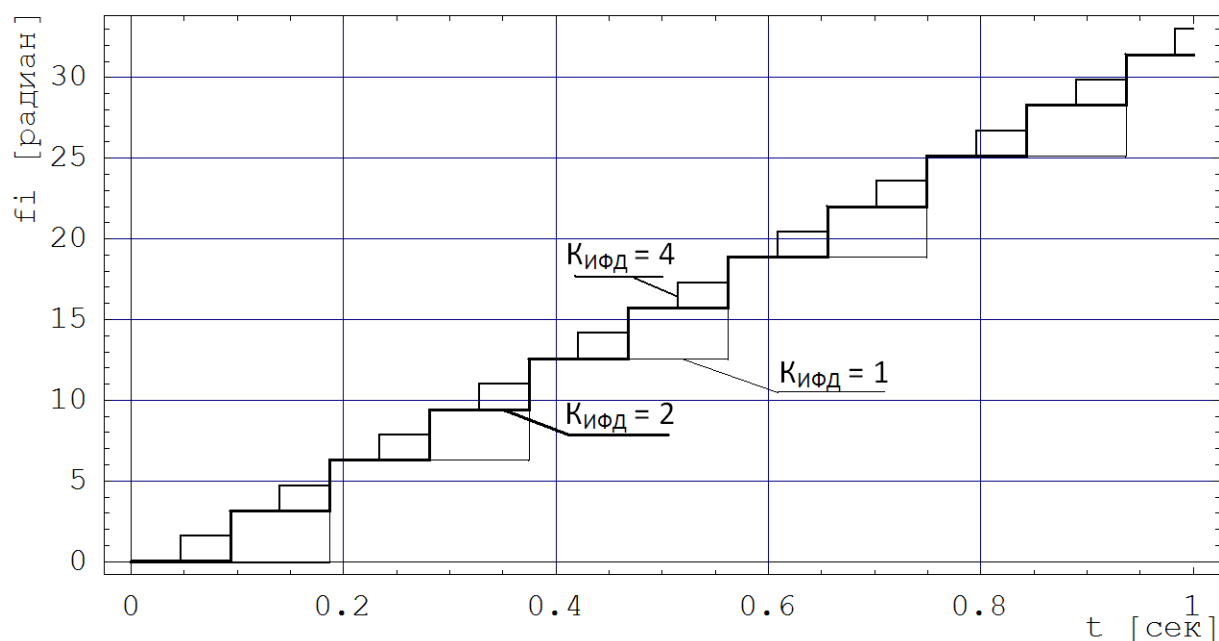


Рисунок 6 – Накопление разности фаз (во внешнем вычислителе) без виброподставки с учетом ИФД (с МК = 0.861 имп/дуг.сек), при измерении постоянной угловой скорости $\Omega_{изм} = 12.4^\circ/\text{час}$ для различных $K_{ИФД}$.

Расчеты среднеквадратичной погрешности (3) проведены в среде Mathematica Wolfram Research [9] для различных значений $K_{ИФД}$ в зависимости от значений $\Delta t = (t_k - t_0)$. Результаты расчетов показаны на рисунке 7.

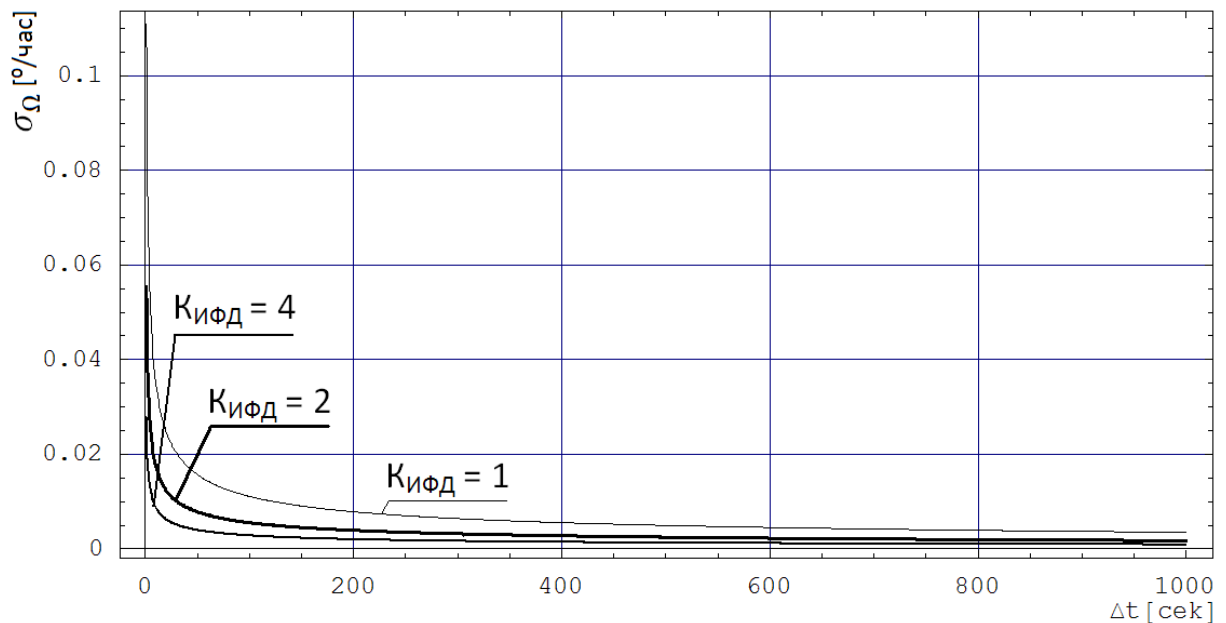


Рисунок 7 - Зависимости среднеквадратичной погрешности измерения постоянной угловой скорости 12.4 °/час от времени измерения Δt для идеального ЛГ с системой ИФД-РС для различных $K_{ИФД}$.

Методами гармонического анализа покажем, что КИХ-фильтр с частотой подавления, равной частоте подставки, не уменьшает среднеквадратичный разброс погрешности выходного сигнала идеального ЛГ (с системой ИФД-РС).

Амплитудно-частотная характеристика передаточной функции такого 2-х секционного КИХ-фильтра порядка $M=25$ [4,5,6] имеет вид:

$$W(w) = (1 + \sum_{k=1}^{24} e^{-jkw*2\pi/f_{п1}})^2 / 625, \quad (4)$$

где $f_{п1}$ – первая частота подавления звеньев КИХ-фильтра, для примера, выбранная равной 400 Гц.

Зависимость (4) показана на рисунках 8 и 9.

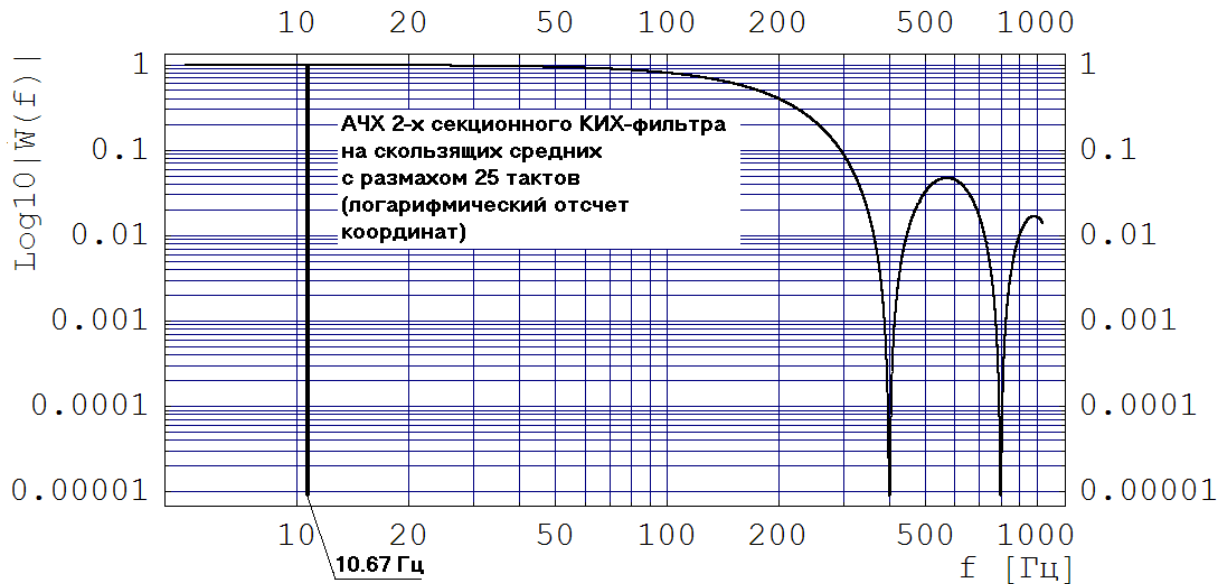


Рисунок 8 – АЧХ 2-х секционного КИХ-фильтра.

Разложим $\varepsilon(t)$ (рисунок 4) в ряд Фурье:

$$\varepsilon(t) = MK * 2\pi / K_{ИФД} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n T_{\Pi}^2}{2n\pi} \sin(2\pi \cdot n \cdot \frac{t}{T_{\Pi}}) \quad (5)$$

где T_{Π} – длительность интервала времени между выходными информационными импульсами (ширина полочек на рисунке 3).

Полученный линейчатый спектр $\varepsilon(t)$ прибора (5) показан на рисунке 9.

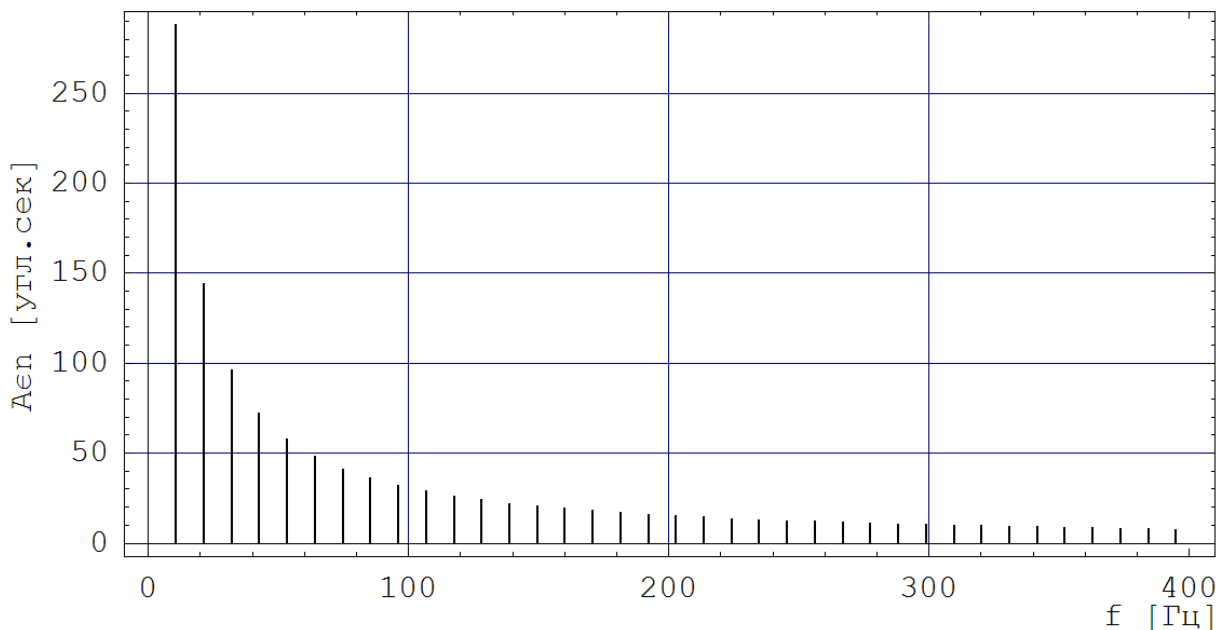


Рисунок 9 – Линейчатый спектр зависимости $\varepsilon(t)$, представленной на рисунке 4, после разложения в ряд Фурье.

Умножив каждую гармонику разложения (рисунок 9) на $W(w)$ (4) для соответствующей частоты (рисунок 10), получим зависимость $\varepsilon(t)$. Сложив

полученную погрешность $\varepsilon(t)$ с выходом идеального прибора (без виброподставки и ИФД), получаем $\varphi(t)$ с учетом виброподставки, ИФД и 2-х секционного КИХ-фильтра (рисунок 11), при коэффициенте передачи ИФД, равным 2 и $\Omega_{изм} = 12.4^\circ/\text{час}$.

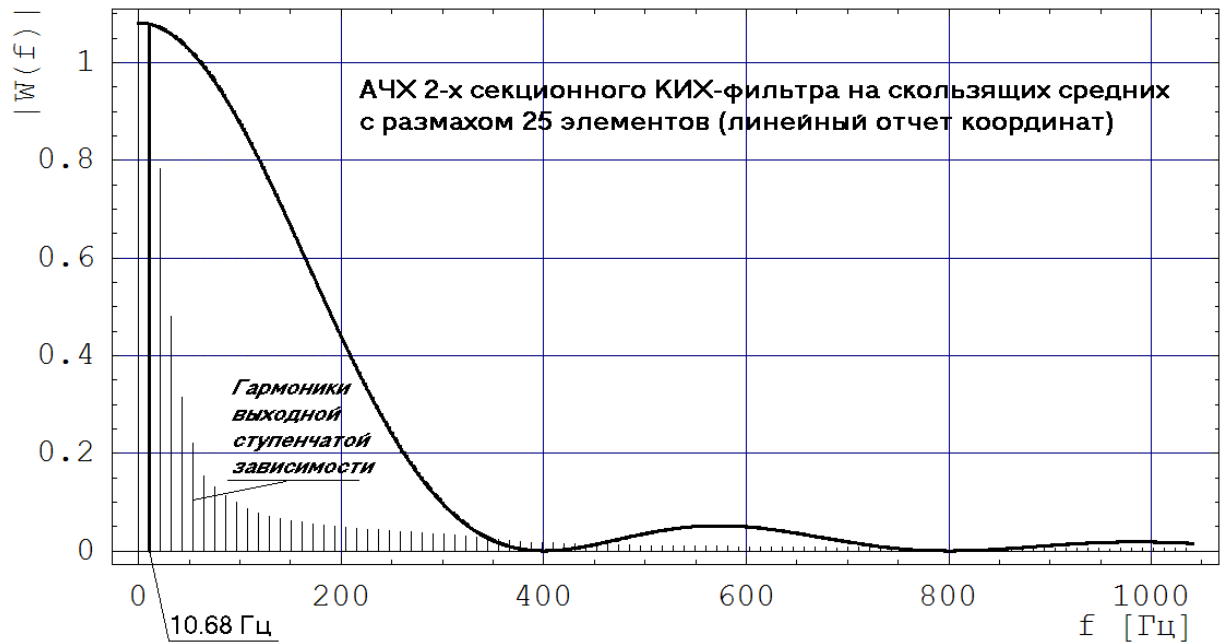


Рисунок 10 – АЧХ 2-х секционного КИХ-фильтра совместно с линейчатым спектром $\varepsilon(t)$.

Графики зависимости $\varphi(t)$ с учетом $\varepsilon(t)$ до фильтра и после показаны на рисунок 11 а и б.

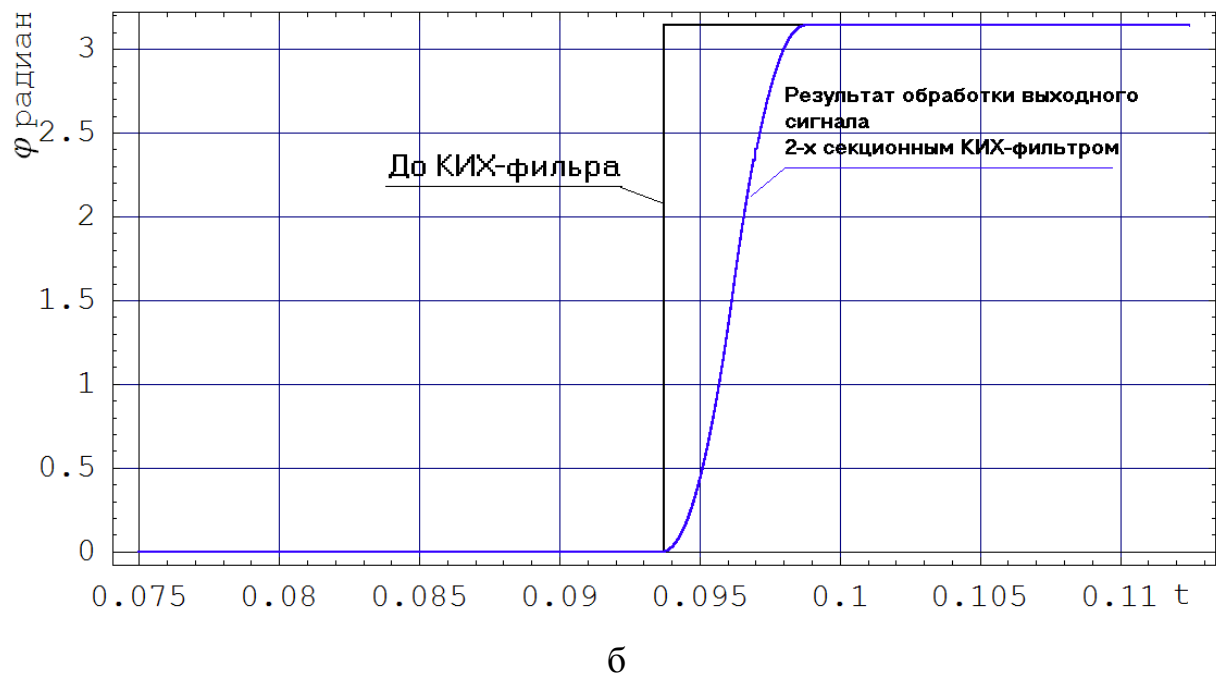
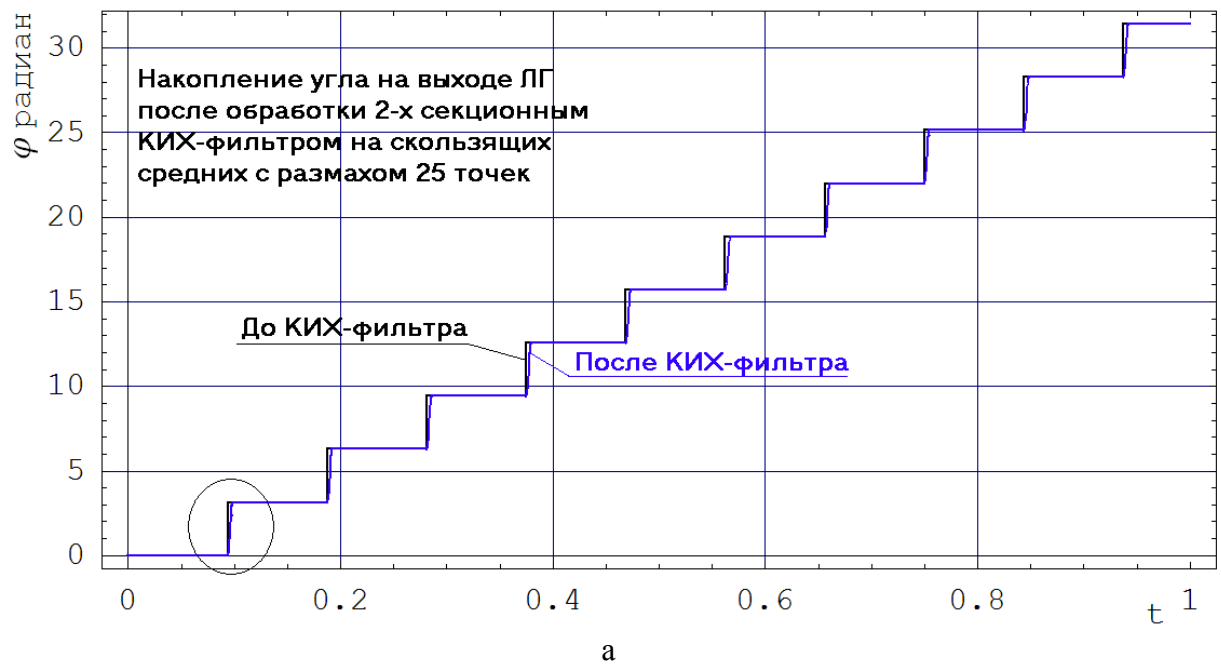


Рисунок 11 – а) Зависимости $\varphi(t)$ до 2-х секционного КИХ-фильтра и после него;
 б) Вид первой ступеньки $\varphi(t)$ до 2-х секционного КИХ-фильтра и после него в увеличенном масштабе.

Используя результаты расчетов, представленные на рисунке 11а, по выражению (3) для среднеквадратичной погрешности измерения постоянной угловой скорости σ_Ω , полученной для различных Δt с «включенной» виброподставкой и КИХ-фильтром, построена зависимость $\sigma_\Omega(\Delta t)$ (рисунок 12).

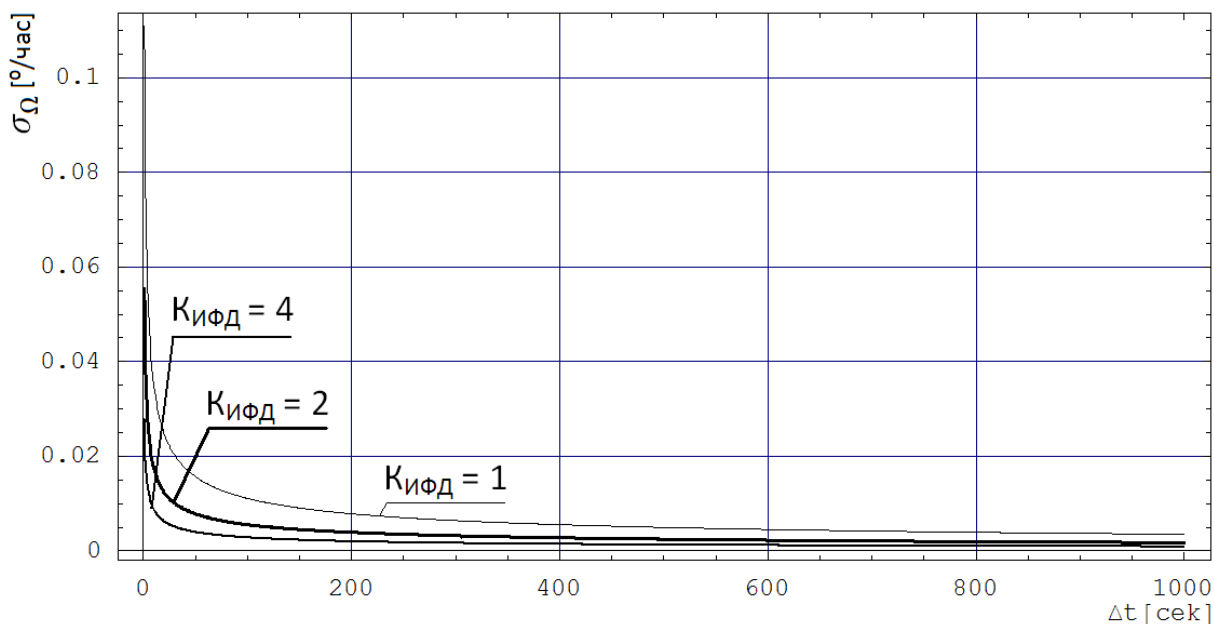


Рисунок 12 - Зависимость среднеквадратичной погрешности измерения постоянной угловой скорости $12.4^\circ/\text{час}$ от времени измерения $\Delta t = (t_k - t_0)$, полученная для ЛГ с «включенной» виброподставкой и КИХ-фильтром с ($\Delta_{\text{ИФД}}=2\pi$, $K_{\text{ИФД}}=1$), ($\Delta_{\text{ИФД}}=\pi$, $K_{\text{ИФД}}=2$) и ($\Delta_{\text{ИФД}}=\pi/2$, $K_{\text{ИФД}}=4$).

Сопоставляя выходные сигналы ЛГ до и после 2-х секционного КИХ-фильтра, представленные на рисунках 11 и 12, с сигналами, представленными на рисунке 3, полученными без учета виброподставки, а также графики зависимостей среднеквадратичных погрешностей измерения постоянной угловой скорости $12.4^\circ/\text{час}$ от времени измерения Δt , представленных на рисунках 7 и 12 (отличие σ_Ω не более 4 % во всем диапазоне значений Δt , например, для $\Delta t = 360$ секунд σ_Ω в первой зависимости равна $0.0029^\circ/\text{час}$, во второй - $0.0028^\circ/\text{час}$), можно сделать вывод, что виброподставка и 2-х секционный КИХ-фильтр не снижает в выходном сигнале величины σ_Ω , т.е. не оказывает сглаживающего воздействия на квантованность (ступенчатость), вызванную работой системы «ИФД - реверсивный счетчик».

Математическое моделирование работы ЛГ с учетом виброподставки, синхронизации встречных волн, ИФД-РС и цифрового фильтра

Математическая моделирование работы ЛГ проведем в соответствии с функциональной схемой работы лазерного гироскопа, представленной на рисунок 1. Учет в математической модели синхронизацию встречных волн, наличие гармонической виброподставки, ИФД-РС и 2-х секционный заградительный КИХ-фильтр. Математическая модель ЛГ в этом случае будем иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha(t) = A_{\alpha} \sin(w_{\text{ВП}} t) + \Omega_{\text{ИЗМ}} t \\ \varphi'(t) + \Omega_{\text{СТ}} * \text{МКП} * \sin(\varphi(t)) = (\alpha'(t) + \Omega_{\text{ИЗМ}}) * \text{МКП} \\ Npc(t) = \begin{cases} \pi * \text{Floor}\left(\frac{\varphi(t)}{\pi}\right), \text{ если } \varphi'(t) > 0 \\ \pi * \text{Ceiling}\left(\frac{\varphi(t)}{\pi}\right), \text{ если } \varphi'(t) \leq 0 \end{cases} \\ \varphi(t_i)_{1\text{ЗВ}} = \sum_{j=i-M-1}^{j=i} Npc(t_j) \\ \varphi(t_i)_{\text{out}} = \varphi(t_i)_{2\text{ЗВ}} = \sum_{j=i-M-1}^{j=i} \varphi(t_j)_{1\text{ЗВ}} \end{array} \right. \quad (6)$$

где

$\varphi(t_i)_{1\text{ЗВ}}$ – i-е выходное значение 1-го звена КИХ-фильтра;

$\varphi(t_i)_{\text{out}} = \varphi(t_i)_{2\text{ЗВ}}$ – i-е выходное значение 2-го звена КИХ-фильтра,

одновременно являющееся выходным значением прибора;

M – порядок (размах) КИХ-фильтра.

В результате проведения численного эксперимента в среде Mathematica Wolfram Research [9] на математической модели (6) с параметрами, например, прибора типа ГЛ-2Д [3,7,8,10]:

$A_{\alpha} = 0.0003$ радиана = 1 угл. минута;

$\Omega_{\text{ИЗМ}} = 0.00006$ рад/сек = 12.4 °/час;

$\Omega_{\text{СТ}} = 0.000242$ рад/сек = 50 °/час;

$\text{МКП} = 558140$ (рад/сек)/(рад/сек);

и при коэффициенте чувствительности ИФД, равным 2 имп/(2π радиан), получена зависимость $\varphi(t)$ в течение 1 секунды работы прибора (рисунок 13).

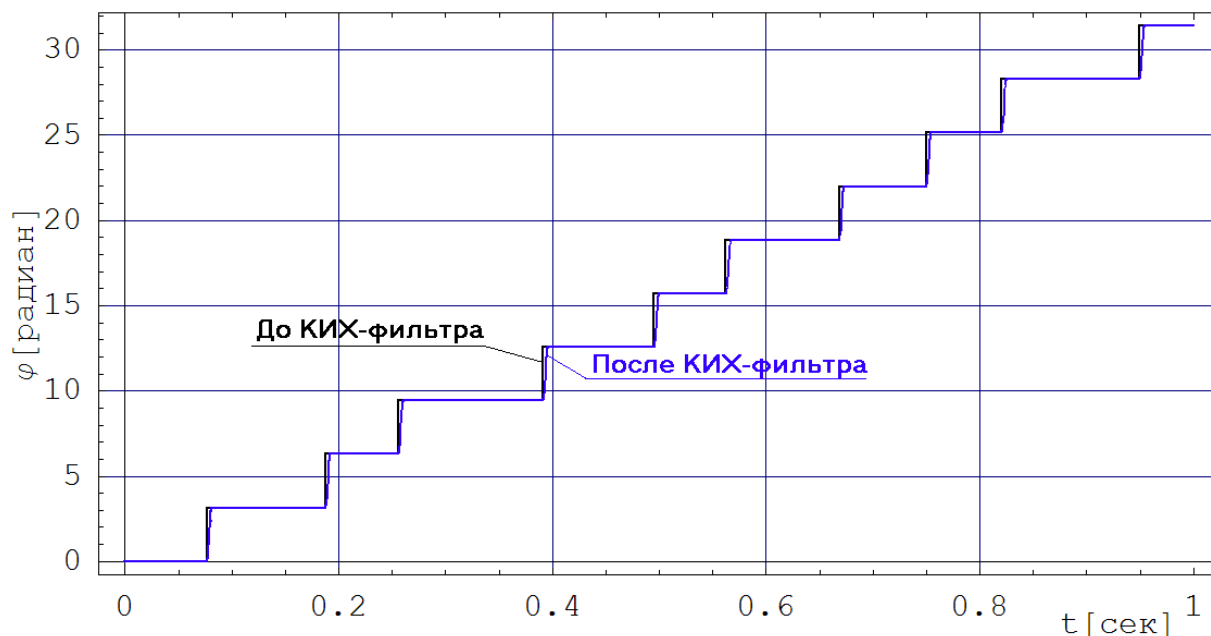


Рисунок 13 – Зависимости $\varphi(t)$ до 2-х секционного КИХ-фильтра и после него с учетом виброподставки и синхронизации встречных волн.

Выходной сигнал, полученный в результате моделирования (рисунок 13) отличается шириной ступенек от аналогичного сигнала, полученного гармоническим методом и представленном на рисунке 11а. Есть основания полагать, что нестабильность ширины ступенек вызвана наличием синхронизации встречных волн, так как угловые колебания стабильной виброподставки полностью подавляются заградительным КИХ-фильтром. Эта нестабильность является лишь дополнительным «шумовым» фактором для ступенек, вызванных работой ИФД-РС.

Моделирование $\varphi(t)$ с целью вычисления среднеквадратичной погрешности измерения постоянной угловой скорости σ_Ω (3) с учетом виброподставки, 2-х секционного КИХ-фильтра, ИФД-РС и дополнительно с учетом синхронизации встречных волн, на интервалах времени до 10 минут (рисунки зависимостей $\varphi(t)$ для интервалов времени до 10 минут представляют собой прямые линии вследствие недостаточного разрешения видео или печатающих устройств и поэтому не представлены) показывает: σ_Ω выходного сигнала ЛГ, обусловленная дискретностью системы ИФД-РС, полученная в ходе вычислительного эксперимента отличается от σ_Ω , полученной методами гармонического анализа не более чем на 30 процентов. Это можно объяснить наличием «шумового» вклада синхронизирующего воздействия, поскольку условия проведения вычислительного эксперимента отличаются от условий проведения гармонического анализа лишь наличием синхронизирующего воздействия.

Выводы

Гармонический подход к оценке влияния дискретности ИФД-РС на выходной сигнал ЛГ, также как и математическое моделирование с учетом синхронизации, виброподставки и 2-х секционного КИХ-фильтра показывают:

- 1) дискретность (квантованность) выходного сигнала ИФД-РС проявляется в виде «шумовой» случайной составляющей σ_{Ω} в выходном сигнале лазерного гироскопа;
- 2) составляющая σ_{Ω} , например, для лазерного гироскопа ГЛ-2Д при времени усреднения $\Delta t = 6$ минут оценивается величиной 0.0028 °/час, а при времени усреднения $\Delta t = 10$ секунд оценивается величиной 0.0560 °/час (при измерении постоянной угловой скорости 12.4 °/час, при коэффициенте передачи ИФД, равным 2 или уровнем квантования на его входе, равным π);
- 3) в общем случае, составляющая σ_{Ω} зависит не только от Δt , но и от величины коэффициента передачи ИФД, и, при этом, обратно пропорциональна величине этого коэффициента и не зависит от измеряемой угловой скорости;
- 4) в общем случае, составляющая σ_{Ω} обратно пропорциональна величине Δt и величине коэффициента передачи ИФД, и, при этом, не зависит от измеряемой угловой скорости;
- 5) спектр «шумовой» составляющей погрешности выходного сигнала ЛГ, обусловленной дискретностью ИФД, является линейчатым в диапазоне от 10 до 400 Гц, амплитуды линий спектра обратно пропорциональны частоте и, например, на частоте 400 Гц амплитуда составляет 8 угловых секунд, что в пересчете на σ_{Ω} составляет 0.00006 °/час при 6 минутном усреднении.

Список литературы

- 1 Голяев Ю.Д., Колбас Ю.Ю., Ошибка дискретности выходного сигнала кольцевого лазера с периодической подставкой // Журнал технической физики, 1991. – Том 61, в. 8.
- 2 Енин В.Н., Лазерные гироскопы для бесплатформенных систем ориентации // Учебное пособие по курсу «Проектирование систем ориентации», МВТУ им. Н.Э. Баумана – 1988.
- 3 Bakin Y.V., Ziouzev G.N., Lioudomirski G.N., LASER GYROS WITH TOTAL REFLECTION PRISMS // Optical Gyros and their Application, edited by D. Loukianov and other, published May – 1999.
- 4 Кестер У., Проектирование систем цифровой и смешанной обработки сигналов // Мир электроники, ТЕХНОСФЕРА, М. – 2011.

- 5 Айфичер Э.С., Джервис Б.У., Цифровая обработка сигналов: практический подход, 2-е издание, М., «Вильямс» – 2008.
- 6 Солонина А. И., Улахович Д. А., Арбузов С. М., Соловьева Е. Б., Основы цифровой обработки сигналов // курс лекций СПб.: БХВ-Петербург – 2005.
- 7 Болотнов С.А., Вереникина Н.М., Лазерные информационно-измерительные системы Часть 2 // Учебное пособие, МВТУ им. Н.Э. Баумана – 2005.
- 8 Болотнов С.А., Вереникина Н.М., Алексейченко А.А., Лазерные информационно-измерительные системы Часть 3 // Учебное пособие, МВТУ им. Н.Э. Баумана – 2006.
- 9 Michael Trott, The Science and Art of Mathematica by Tim McIntyre // Science, Apple.com – 2007.
- 10 Бакин Ю.В., Болотнов С.А., Людомирский М.Б., Алексейченко А.А., Лазерные гироскопы с призмами полного внутреннего отражения // в сб.: Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Приборостроение. М.: МГТУ им.Н.Э.Баумана – 2007, С. 97 - 104.