

Погрешности лазерного гироскопа, обусловленные прохождением зоны синхронизации в режиме гармонической виброподставки с «ошумлением»

77-48211/622064

10, октябрь 2013

Енин В. Н., Людомирский М. Б., Санеев В. И.

УДК 621.375.826:681.3

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

Россия, Москва, ООО "НПК "Электрооптика"

enin@bmstu.ru

Введение

Наличие зоны нечувствительности, обусловленной синхронизацией частот встречных волн является одним из основных недостатков лазерных гироскопов (ЛГ). Стремясь уменьшить фактор синхронизации конструкторы добиваются улучшения качества оптических элементов кольцевого лазера (КЛ), однако дальнейшее уменьшения величины зоны захвата сопряжено с большими материальными затратами и технологическими трудностями, что не позволяет снизить влияния этого явления до приемлемых величин [1].

Наибольшее распространение для борьбы с захватом получил метод «вибрационной подставки» (ВП). ВП создается угловыми колебаниями КЛ относительно основания прибора. Однако применение ВП не устраняет полностью влияние синхронизации, а лишь уменьшает это влияние на один – два порядка. Зона нечувствительности ЛГ с ВП называется динамической зоной захвата (ДЗЗ) в отличие от статической зоны (СЗЗ) без подставки. С точки зрения реальных эксплуатационных характеристик величина ДЗЗ в большинстве случаев также недопустимо велика.

На сегодняшний день практически единственным способом дальнейшего снижения величины зоны захвата является амплитудная модуляция колебаний КЛ квазислучайной периодической функцией (квазислучайное «ошумление» вибрационной частотной подставки КСО).

В работах [2-8] теоретически исследовано влияние прохождения зоны синхронизации на «шумовую» составляющую выходного сигнала ЛГ и получена приближенная формула погрешности при однократном прохождении зоны синхронизации и формула накопленной погрешности за время измерения. Отмечается, в

частности, что «шумовая» составляющая погрешности зависит от параметров подставки и убывает пропорционально $1/T^{1/2}$, где T – время усреднения.

Однако, в этих работах в процессе обоснования перехода от погрешности при однократном прохождении зоны синхронизации к многократным прохождениям этой зоны допускается (принимается без доказательства) случайный закон распределения разности фаз встречных волн КЛ в начальный момент прохождения зоны синхронизации. Полученные выражения в силу невозможности точного аналитического решения КЛ являются приближенными. Кроме того, в полученных формулах погрешностей ошибочно используется масштабный коэффициент МК, включающий коэффициент передачи импульсно-фазового детектора (ИФД), который в серийных ЛГ может принимать значения от 1 до 4. Но коэффициент передачи ИФД не влияет ни на величину накапливаемой ошибки за одно прохождение зоны синхронизации, ни на количество проходов этой зоны.

Целью настоящей работы является уточнение с помощью моделирования закона убывания «шумовой» составляющей погрешности ЛГ, обусловленной прохождением зоны синхронизации путем:

- математического моделирования случайного закона накопления погрешности за каждое прохождение зоны синхронизации с последующим определением общей ошибки измерения по результатам серии вычислительных экспериментов;
- численного решения дифференциального уравнения разности фаз встречных волн в КЛ непрерывно, в течение всего времени измерения, что позволяет отказаться от случайного закона распределения фазы в начале каждого прохождения зоны синхронизации и использовать результаты численного моделирования динамики разности фаз при прохождении участков вне зоны синхронизации.

Математическая модель разности фаз встречных волн в чувствительном элементе КЛ

Зависимость разности фаз встречных волн в КЛ от времени имеет вид [9]:

$$\varphi'(t) + \Omega_{СТ} \cdot МКn \cdot \sin[\varphi_0 + \varphi(t)] = \Omega_{КЛ}(t) \cdot МКn + \theta_B(t), \quad (1)$$

где

$\varphi_0 + \varphi(t)$ – разность фаз встречных волн в КЛ в зависимости от времени;

$\Omega_{СТ}$ – величина статической зоны захвата;

$\Omega_{КЛ}(t)$ – угловая скорость поворота КЛ в инерциальном пространстве.

$МКn$ – масштабный коэффициент передачи КЛ;

$\theta_B(t)$ – возмущающее воздействие.

MKn – безразмерный масштабный коэффициент передачи КЛ, равный отношению скорости изменения разности фаз $\phi'(t)$ [рад/сек] к угловой скорости поворота КЛ [рад/сек] в инерциальном пространстве для идеального ЛГ (без захвата частот). Обозначение MKn подчеркивает отличие принятого в (1) масштабного коэффициента размерностью (рад/сек)/(рад/сек) от общепринятого MK , имеющего размерность имп/дуг.сек или дуг.сек/имп. В определении MK учитывается чувствительность импульсно-фазового детектора разности фаз встречных волн, а в MKn детектор не учитывается, т.к. уравнение (1) является уравнением разности фаз в резонаторе КЛ, формирующейся до детектора.

Для ЛГ, среднего по габаритам и точности [10,11], $\Omega_{ст} = 50$ °/час, $MKn = 558140$, что соответствует общепринятому масштабному коэффициенту MK , равному 1,161 дуг.сек/имп при чувствительности детектора 2 импульса за период.

Теоретическая оценка величины накопления разности фаз встречных волн за один проход зоны синхронизации

Положим в уравнении (1) $\theta_{в}(t)=0$, а в $\Omega_{КЛ}(t)$ учтем наличие гармонической подставки с квазислучайным «ошумлением» амплитуды. Зависимость разности фаз встречных волн в КЛ от времени имеет вид:

$$\phi'(t) + \Omega_{ст} \cdot MKn \cdot \sin[\varphi(t) + \varphi_0] = \Omega_{ВП}(t) \cdot MKn \cdot \sin(\omega_{ВП} \cdot t), \quad (2)$$

где

$\Omega_{ВП}(t)$ – зависящая от времени, квазислучайная, медленно меняющаяся амплитуда колебаний виброподставки;

$\omega_{ВП}$ – круговая частота колебаний виброподставки, равная $2\pi \cdot f_{ВП}$, где $f_{ВП}$ – частота виброподставки, обычно в пределах от 350 до 450 Гц.

В момент прохождения зоны синхронизации:

$$|\sin(\omega_{ВП} t)| \ll 1 \quad (3)$$

С учетом (3) уравнение (2) можно представить в виде:

$$\phi'(t) + \Omega_{ст} \cdot MKn \cdot \sin[\varphi(t) + \varphi_0] = \Omega_{ВП}(t) \cdot MKn \cdot \omega_{ВП} \cdot t \quad (4)$$

Учитывая, что $|\phi'(t)| \gg |\Omega_{ВП}(t)|$, так как $MKn \gg 1$, делаем подстановку:

$$\varphi(t) = \varphi_1(t) + \Omega_{ВП}(t) \cdot MKn \cdot \omega_{ВП} \cdot t^2 / 2$$

приходим к уравнению для $\varphi_1(t)$

$$\varphi_1'(t) + \Omega_{ст} \cdot MKn \cdot \sin[\varphi_1(t) + \varphi_0 + \Omega_{ВП}(t) \cdot MKn \cdot \omega_{ВП} \cdot t^2 / 2] = 0 \quad (5)$$

Переносим синхронизирующее воздействие в правую часть уравнения и интегрируя по времени от $-\infty$ до $+\infty$, получаем значение максимальной величины накопления погрешности фаз встречных волн за одно прохождение зоны синхронизации:

$$D\varphi \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega_{\text{ст}} \cdot \text{МКП} \cdot \sin \left[\varphi_0 + \frac{\Omega_{\text{ВП}}(t) \cdot \text{МКП} \cdot w_{\text{ВП}} \cdot t^2}{2} \right] dt = \Omega_{\text{ст}} \cdot \text{МКП} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{\Omega_{\text{ВП}}(t) \cdot \text{МКП} \cdot w_{\text{ВП}}}} \cdot \sin \left[\varphi_0 + \frac{\pi}{4} \right] \quad (6)$$

Выражение (6) можно несколько упростить, если учесть, что произведение $\Omega_{\text{ВП}}(t)$ на $w_{\text{ВП}}$ является угловым ускорением поворота моноблока прибора в момент прохождения зоны синхронизации:

$$D\varphi \approx \Omega_{\text{ст}} \cdot \text{МКП} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{\varepsilon_{\text{ВП}}(t) \cdot \text{МКП}}} \cdot \sin \left(\varphi_0 + \frac{\pi}{4} \right) \quad (7)$$

Для типовых значений $\Omega_{\text{ст}} = 100 \text{ }^\circ/\text{час} = 4.8 \cdot 10^{-4} \text{ рад/сек}$, $\text{МКП} = 558140$, $\varepsilon_{\text{ВП}} = 3700 \text{ рад/сек}^2$ (это при амплитуде подставки 2 угловых минуты на частоте 400 Гц), получаем:

$$|D\varphi| \leq 0.015 \text{ рад, или } \frac{0.015}{\pi} = 0,005 \text{ выходного импульса} \quad (8)$$

Исследование закономерностей накопления разности фаз встречных волн в процессе измерения постоянных малых угловых скоростей

Исследование закономерностей накопления ошибок при многократном прохождении зоны синхронизации будем проводить в предположении, что: 1) закон накопления фазы при многократном прохождении зоны синхронизации односторонний, т.е. каждый раз при однократном прохождении ошибка увеличивается на $|D\varphi|$; 2) закон накопления фазы при многократном прохождении зоны синхронизации случайный, т.е. однократное накопление изменяется от $-|D\varphi|$ до $+|D\varphi|$ радиан. Первый подход позволяет оценить сверху «шумовую» составляющую погрешности измерения ЛГ, обусловленной прохождением зоны синхронизации. Второй может дать некоторое среднее значение интересующей шумовой составляющей в случае, если закон накопления фазы в реальном приборе соответствует случайному.

При однонаправленном накоплении «шумовой» составляющей погрешности измерения ЛГ получаем накопление за одну секунду при прямом и обратном прохождении зоны за один период виброподставки:

$$\Omega_{1 \text{ вариант}} \leq 0.015 * 2 * 400 = 12 \text{ радиан} = 3.8 \text{ импульса/сек} \quad (9)$$

Что в пересчете на измеряемую угловую скорость составляет:

$$\Delta\Omega_{1 \text{ вариант}} \leq (12/558140)\text{рад/сек} = 4.4 \text{ °/час} \quad (10)$$

Из (10) видно, что $\Delta\Omega_{1 \text{ вариант}}$ на два порядка больше величин, обнаруживаемых на практике испытаний лазерных гироскопов. Это позволяет сделать вывод, что подход, предполагающий однонаправленное наращивание фазы не может использоваться для оценки искомой «шумовой» составляющей погрешности измерения ЛГ, обусловленной прохождением зоны синхронизации.

Во втором случае, при случайным изменении величины от -0.015 до +0.015 радиана с равномерным распределением с постоянной плотностью вероятности, накопление ($D_{\text{фВП } i, i+1}$) разности фаз встречных волн за один период виброподставки будет равно:

$$D_{\text{фВП } i, i+1} = D_{\text{фВП } i} + D_{\text{фВП } i+1}, \quad \text{или} \\ D_{\text{фВП } i, i+1} = (2 * \text{Random}[] - 1) * 0.015 + (2 * \text{Random}[] - 1) * 0.015, \quad (11)$$

где i – порядковый номер прохождения разности фаз встречных волн зоны синхронизации. За один период виброподставки разность фаз встречных волн наращивается дважды, так как она дважды проходит через зону синхронизации, поэтому за один период виброподставки i увеличивается на 2;

$D_{\text{фВП } i}$ – накопление разности фаз встречных волн за прохождение первой полуволны виброподставки;

$D_{\text{фВП } i+1}$ – накопление разности фаз встречных волн за прохождение второй полуволны виброподставки;

$\text{Random}[]$ – функция-генератор случайных чисел в диапазоне от 0 до 1.

Накопления разности фаз встречных волн по (11) для 80000 прохождений зон синхронизации или 40000 периодов виброподставки (что соответствует времени накопления в течение 100 секунд) представлены на рисунке 2.

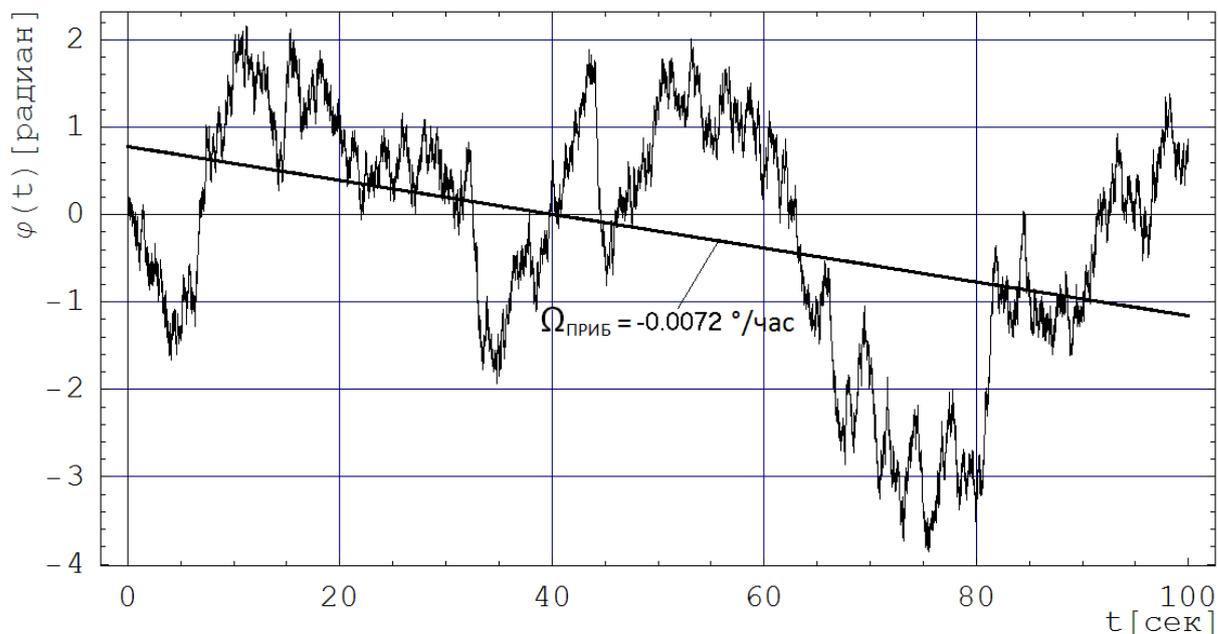


Рисунок 2 – Накопление «шумовой» составляющей при случайной величине разности фаз в начале прохождения зоны синхронизации и соответствующая этому накоплению линия регрессии при времени усреднения $T=100$ сек.

На рисунке 2 также показана прямая линия регрессии, проведенная по всем 80000 точкам процесса накопления разности фаз. Крутизна наклона этой линии регрессии определяет текущее значение погрешности измерения постоянной угловой скорости, вызванное многократным прохождением зоны синхронизации при случайном законе начальной разности фаз в начале зоны синхронизации.

Меняя начальную установку генератора случайных чисел строим графики накопления, рассчитываем параметры прямой линии регрессии и вычисляем погрешность, вносимую процедурой накопления по второму варианту. Дополнительные примеры на рисунках 3 и 4.

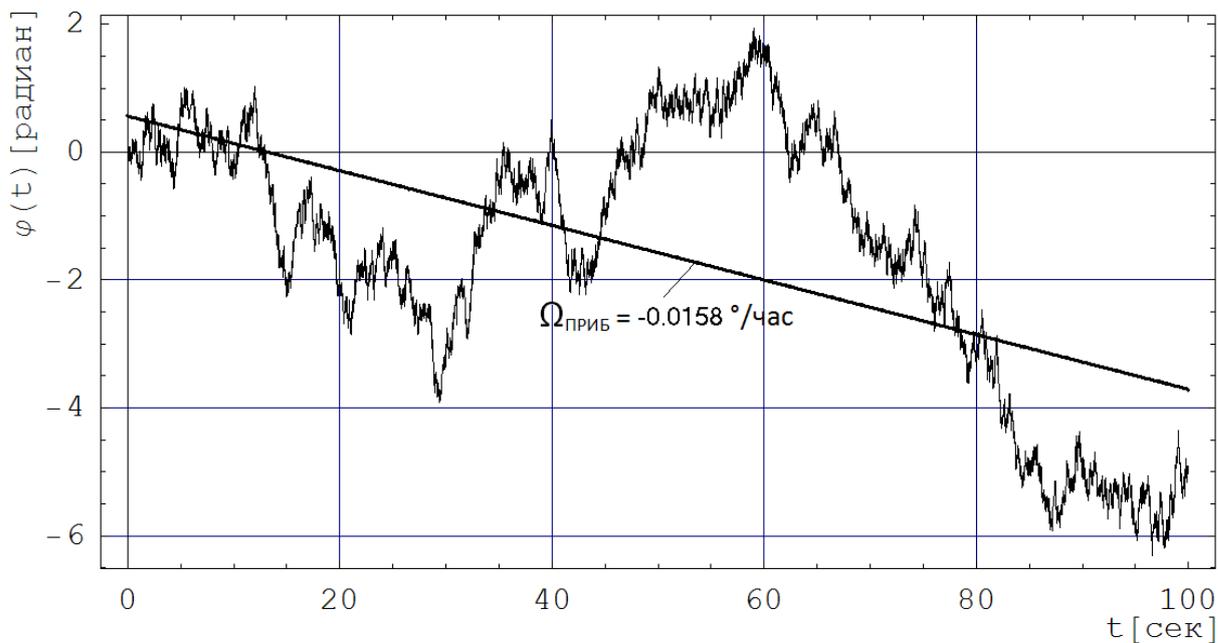


Рисунок 3 – Накопление «шумовой» составляющей (вариант 2) при случайной величине разности фаз в начале прохождения зоны синхронизации и соответствующая этому накоплению линия регрессии при $T=100$ сек.

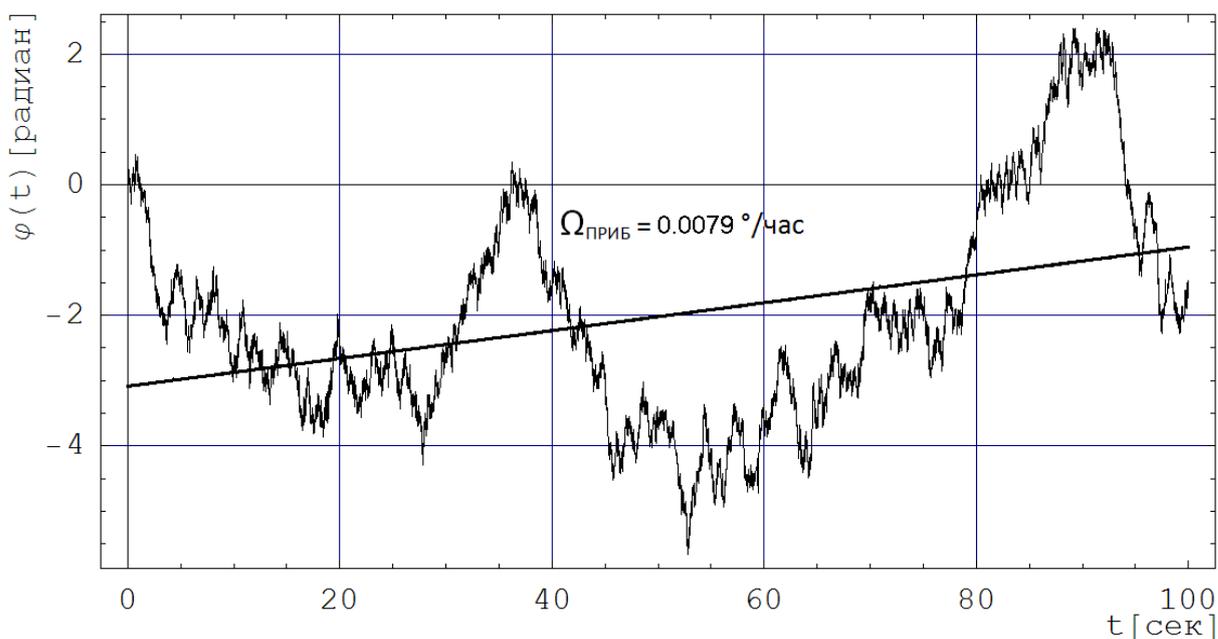


Рисунок 4 – Накопление «шумовой» составляющей (вариант 3) при случайной величине разности фаз в начале прохождения зоны синхронизации и соответствующая этому накоплению линия регрессии при $T=100$ сек.

Для построения зависимости среднеквадратичной погрешности от времени измерения при накоплении «шумовой» составляющей по случайному закону для каждого выбранного времени усреднения T проводилось 163 [12] вычислительных

эксперимента для того, чтобы иметь точными две значащие цифры $\sigma_{\Omega_{\text{ПРИБ}}}$. Среднее значение 163 результатов экспериментов для конкретного T принималось к качеству $\sigma_{\Omega_{\text{ПРИБ}}}(T)$. Для каждого T (20 значений с шагом 49.5) в диапазоне от 10 до 1000 секунд для построения графика на рисунке 5 проводились аналогичные 163 вычислительных эксперимента.

В результате обработки данных проведенных экспериментов получена зависимость среднеквадратичной погрешности измерения от времени измерения при накоплении «шумовой» составляющей по случайному закону от времени усреднения T , представленную на рисунке 5. Зависимость, представленная на рисунке 5, с относительной точностью $3.4 \cdot 10^{-4}$ в диапазоне от 10 до 1000 секунд аппроксимируется законом $\frac{0.1211}{\sqrt{T}}$.

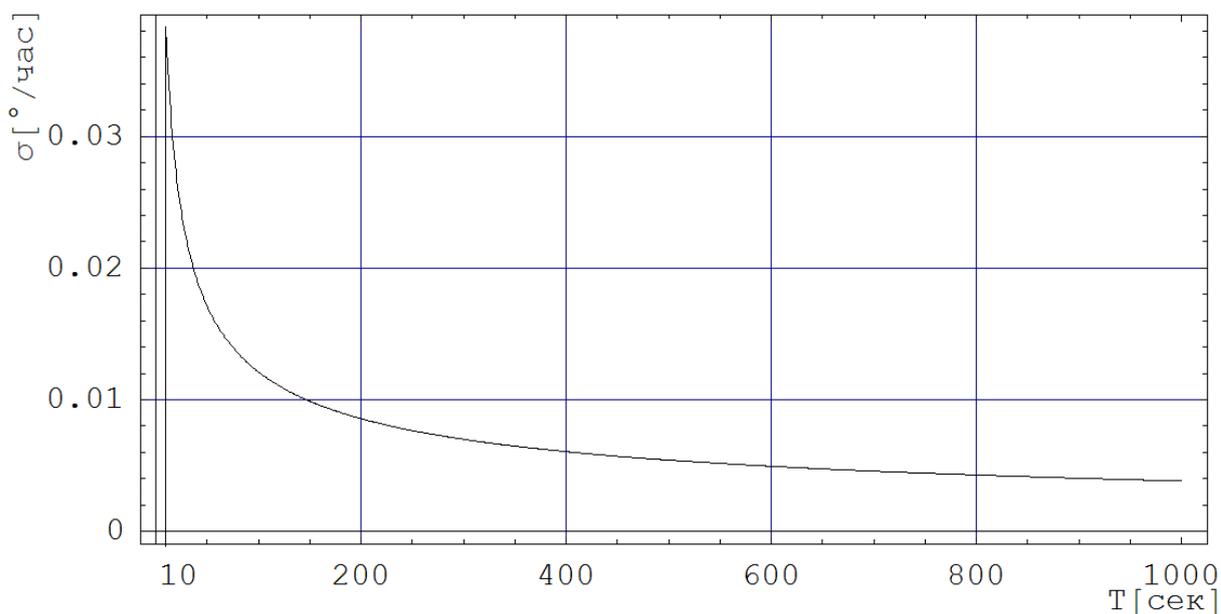


Рисунок 5 – Зависимость среднеквадратичной погрешности измерения от времени измерения при накоплении «шумовой» составляющей по случайному закону (в зависимости от T усреднения в диапазоне от 10 до 1000 секунд).

Численное решение дифференциального уравнения разности фаз встречных волн в КЛ с учетом ВП и «ошумления».

Добавив в (2) величину измеряемой угловой скорости $\Omega_{\text{ИЗМ}}$, получим уравнение, в котором учитывается наличие гармонической подставки с квазислучайным «ошумлением» с размахом по амплитуде, равным 10 % от амплитуды ВП:

$$\varphi'(t) + \Omega_{\text{СТ}} \cdot MKn \cdot \sin[\varphi(t) + \varphi_0] = \Omega_{\text{ВП}}(t) \cdot MKn \cdot \sin(w_{\text{ВП}} \cdot t) + \Omega_{\text{ИЗМ}} \cdot MKn \quad (12)$$

Численное моделирование уравнения (12) изменения разности фаз от времени $\varphi(t)$ проведено в среде Mathematica Wolfram Research [9] с относительной точностью $2 \cdot 10^{-7}$. Фиксировалось каждое прохождение зоны синхронизации, $D\varphi_{ВП i}$ определялось путем вычитания от полученного значения $\varphi(t)$ точного значения разности фаз в отсутствии синхронизирующего воздействия $\Omega_{ИЗМ} * MKn * t$.

По полученному массиву численных значений разностей

$$D\varphi_{ВП i} = \varphi(t_i) - \Omega_{ИЗМ} * MKn * t_i, \quad (13)$$

где t_i – время i -ого прохождения зоны синхронизации, построена зависимость среднеквадратичной погрешности от времени усреднения (рисунок 6).

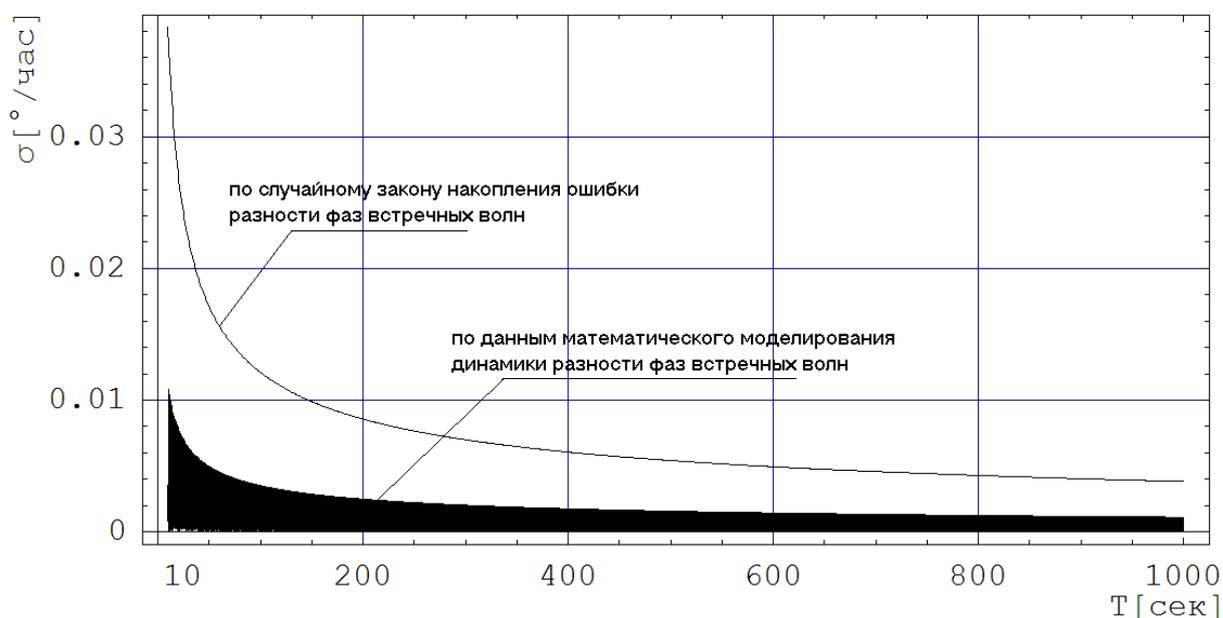


Рисунок 6 – Зависимости среднеквадратичной погрешности от времени усреднения при случайном накоплении ошибки и полученной путем численного моделирования динамики разности фаз встречных волн в зависимости от T усреднения в диапазоне от 10 до 1000 секунд.

Зависимость среднеквадратичной погрешности от времени усреднения T , полученная путем численного моделирования, представленная на рисунке 6, носит немонотонный характер по виду напоминающий функцию Бесселя первого рода нулевого порядка [12]. Огибающая этой функции с относительной точностью $1.0 \cdot 10^{-5}$ в диапазоне от 10 до 100 секунд аппроксимируется законом $\frac{0.03512}{\sqrt{T}}$.

Более подробно зависимость среднеквадратичной погрешности от времени усреднения, полученной путем численного моделирования в зависимости от T усреднения в диапазоне от 1 до 10 секунд представлена на рисунке 7.

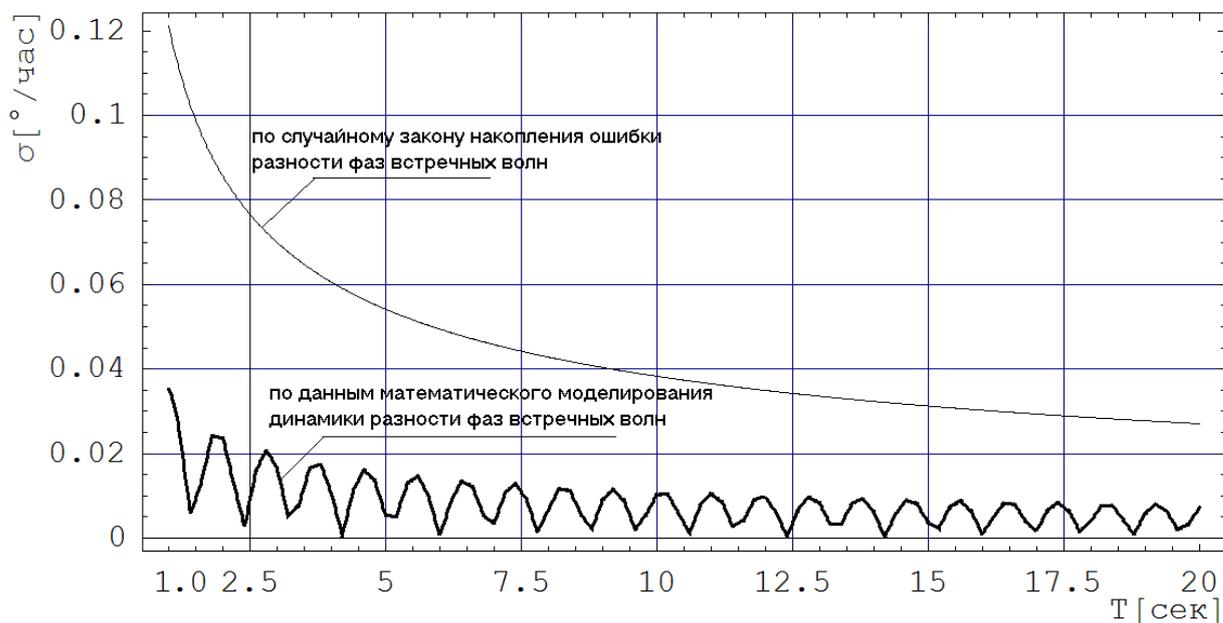


Рисунок 7 – Зависимости среднеквадратичной погрешности от времени усреднения при случайном накоплении и полученной путем численного моделирования в зависимости от T усреднения в диапазоне от 1 до 10 секунд.

Зависимости, представленные на рисунке 7, построены с шагом $\Delta T = 0.1$ секунды, в связи с чем некоторые полуволны нижнего графика не касаются оси абсцисс (T). Для устранения этого недостатка необходимо уменьшить шаг построения ΔT в несколько раз, что привело бы возрастанию времени вычислений до величин порядка 120 часов. Подобные затраты времени неоправданно велики.

Выводы

Сопоставляя зависимости среднеквадратичной погрешности от времени усреднения при случайном накоплении и полученной путем численного моделирования полного уравнения КЛ, приходим к следующим выводам:

- 1) Метод оценки «шумовой» составляющей погрешности измерения ЛГ, обусловленной прохождением зоны синхронизации, полученный путем численного моделирования дифференциального уравнения общей динамики разности фаз встречных волн, приводит к величине $\sigma_{\Omega_{\text{ПРИБ}}}$ в 3.4 раза меньшей

- чем $\sigma_{\Omega_{\text{ПРИБ}}}$, полученная в предположении о случайности фазы в начальные моменты прохождения зоны синхронизации;
- 2) Существенная разница результатов (в 3.4 раза) дает основания полагать, что фазы в начальные моменты прохождения зоны синхронизации не описываются случайной закономерностью, а обладают выраженной зависимостью, определить которую возможно путем дальнейшего всестороннего анализа результатов численного математического моделирования;
 - 3) «Шумовая» составляющая погрешности измерения ЛГ $\sigma_{\Omega_{\text{ПРИБ}}}$, обусловленная прохождением зоны синхронизации, полученная путем численного математического моделирования, при 200 секундном и более усреднении меньше $0.003^\circ/\text{час}$, что приемлемо для приборов со средней точностью ($0.005\text{-}0.02^\circ/\text{час}$) в режиме гирокомпасирования или выставки БИНС;
 - 4) Величины «шумовой» составляющей погрешности измерения ЛГ $\sigma_{\Omega_{\text{ПРИБ}}}$, обусловленной прохождением зоны синхронизации, полученные и тем и другим путем, при усреднении около 1 секунды достигают $0.04^\circ/\text{час}$ в одном случае и $0.12^\circ/\text{час}$ в другом, что на порядок хуже, чем требуется для приборов среднего класса точности. При движении объекта, на котором установлен измерительный прибор, время усреднения T не может превышать нескольких секунд. Отсюда следует необходимость дальнейшего исследования методами математического моделирования динамики разности фаз встречных волн при временах усреднения меньших 3-4 секунд;
 - 5) Величина «шумовой» составляющей погрешности измерения ЛГ $\sigma_{\Omega_{\text{ПРИБ}}}$, обусловленной прохождением зоны синхронизации, основанной на предположении случайности фазы в начальные моменты прохождения зоны синхронизации, приводит к убыванию её величины пропорционально $1/T^{1/2}$. Этому же закону убывания соответствует и составляющая погрешности, обусловленная прохождением зоны синхронизации, полученная методом численного математического моделирования.

Список литературы

1. Ароновиц Ф. В., Лазерные гироскопы. // В сб.: Применение лазеров. Пер.с англ. под ред.В.П.Тычинского, М.: «Мир» – 1974, С. 182-269;
2. Ароновиц Ф. В., Fundamentals of the Ring Laser Gyro // in misc. Optical gyros and their application. RTO-AG-339 – 1999, С. 3-1;

3. Seridan W., Seridan W., Hammons, Val J., Ashby Mechanically Dithered RLG The Quantum Limit – IEEE 1982.
4. Судаков В. Ф., Фазовые соотношения в зоне захвата кольцевого генератора при модуляции разности частот резонатора (быстрое прохождение) // Оптика и спектроскопия – 1976. – Т. 40, № 1. С. 190-192.
5. Болотнов С.А., Вереникина Н.М., Лазерные информационно-измерительные системы Часть 2 // Учебное пособие, МВТУ им. Н.Э. Баумана – 2005.
6. Суханов С.В. Методы и алгоритмы повышения точностных характеристик лазерного гироскопа // 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (в науке и промышленности) по техническим наукам, Дис. на соискание ученой степени техн.наук.
7. Молчанов А.В. Исследование конструктивно-технологических характеристик лазерного гироскопа с целью повышения его качества // Дис. на соискание ученой степени техн.наук., «МАТИ», РГТУ им. К.Э. Циолковского.
8. Суханов С.В., Чуманкин Е.А., Халеев К.И., Мишин А.Ю., Эффективный алгоритм ошумления виброподставки лазерного гироскопа. // Мир авионики, Журнал Российского Авиаприборостроительного Альянса. – 2007. – № 2. С. 26-29.
9. Бычков С.И., Лукьянов Д.П., Бакаляр А.И., Лазерный гироскоп // М: Советское радио – 1975.
10. Бакин Ю.Б., Болотнов С.А., Людомирский М.Б., Алексейченко А.А., Лазерные гироскопы с призмами полного внутреннего отражения // в сб.: Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Приборостроение. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана – 2007.
11. Bakin Y.V., Ziouzev G.N., Lioudomirski M.B., LASER GYROS WITH TOTAL REFLECTION PRISMS // Optical Gyros and their Application edited by D. Loukianov and other, published May – 1999.
12. Корн Г., Корн Т., Справочник по математике для научных работников и инженеров, М.: Наука – 1973, С. 619,633.