

УДК 519.816

**МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ ДЛЯ СЛУЧАЯ
КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ АЛЬТЕРНАТИВ В ЗАДАЧАХ ПРИНЯТИЯ
ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ**

*Сорокин В.Г., студент,
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана,
кафедра «Прикладная математика»*

*Научный руководитель: Старчак С.Л.,
д.т.н., доцент, профессор отдела № 1 УВЦ Военного института
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана*

*Максименко Н.Д.,
Россия, 105005, г. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана*

*Научный консультант: Григоренко В.М.,
к.т.н., доцент, начальник направления НИЦ РКО (г. Москва) 4 ЦНИИ МО РФ
bauman@bmstu.ru*

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире каждый человек – от студента до президента – принимает десятки решений в день. Какие-то более важные, какие-то менее. При принятии решений человек анализирует возникшую ситуацию и старается выбрать оптимальный вариант развития событий. Обычно анализ производится приблизительно, интуитивно, на основании своего здравого смысла и житейского опыта. Однако, достаточно часто принятое таким образом решение, не будучи плохим, не будет и оптимальным. И если для студента такие небольшие оплошности простительны, то президент должен действовать четко и безошибочно, поскольку принимаемые им решения носят стратегический характер. Возникает потребность в как можно более точном методе количественного анализа ситуации, который послужит опорой при принятии решения.

Одним из таких методов является *метод анализа иерархий*, разработанный американским математиком Томасом Саати. Данный метод подробно рассмотрен в [1], здесь будет приведено лишь ознакомительное описание.

Наша задача – модифицировать метод анализа иерархий для более точного рассмотрения ситуаций, в которых возможные варианты ее развития представляются наборами числовых значений для множества характеристик, описывающих ситуацию. Модифицированный метод является менее трудоемким для человека (или группы людей),

строящего и анализирующего иерархию, то есть желающего принять оптимальное решение.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

Метод анализа иерархий позволяет принять оптимальное решение в условиях существования нескольких вариантов развития ситуации, так называемых «альтернатив» (например, выбор машины, выбор места обучения, выбор отраслей, которые следует развивать государству для развития экономики в целом, выбор конкретного действия в отношении противника в данной ситуации и т.п.).

Основной идеей метода является представление и дальнейшее изучение рассматриваемой ситуации в виде иерархии. *Иерархия* – это некоторая абстрактная упорядоченная форма представления структуры рассматриваемой системы (ситуации) в виде дерева компонент, предназначенная для изучения функциональных взаимодействий этих компонент и их воздействий на систему в целом [1 – 3].

Обычно процедура построения иерархии начинается с изучения литературы для составления перечня всех *критериев* (концепций), существенных для задачи, независимо от их соотношения или порядка. Основные цели устанавливаются на вершине иерархии; их подцели – непосредственно ниже вершины и т. д. вплоть до последнего уровня критериев, не имеющих подкритериев, который является уровнем возможных альтернатив. Стоит отметить, что процесс построения иерархии достаточно трудоемкий: прежде чем будет сформирован хорошо определенный план, могут потребоваться значительные критические замечания и перепроверки. Пример простой иерархии, позволяющей оценить, какая сфера имеет наибольшее влияние на благосостояние города, представлен на рис. 1.

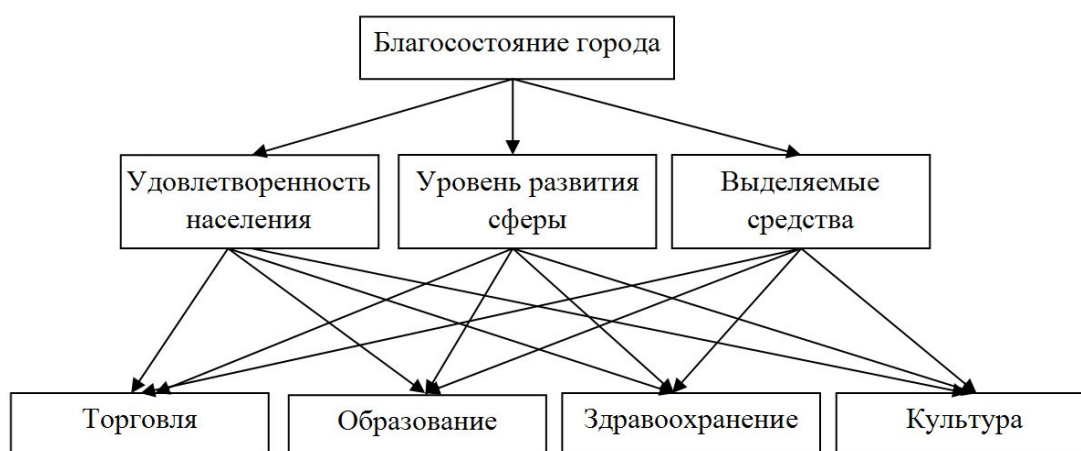


Рис. 1. Иерархия влияния сфер жизнедеятельности на благосостояние города

В [1, 2] в качестве количественного анализа иерархии предлагается так называемое «парное сравнение критериев». Оно заключается в сравнении каждого критерия с другим критерием той же *группы* (то есть с набором критериев, относящихся к одному и тому же критерию более высокого уровня) относительно его влияния на соответствующий критерий более высокого уровня. Оценка производится по шкале от «1» (критерии одинаково важны) до «9» (абсолютно превосходит по значительности). Проводя оценку таким образом для всех критериев, начиная с нижнего уровня иерархии, и производя необходимые вычисления, эксперты получают значения *весовых коэффициентов* для каждого критерия, а затем и численную оценку важности каждой альтернативы (более подробно см. [1, 2]).

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

Описанный выше метод анализа иерархий является мощным инструментом при принятии решений, но обладает некоторыми недостатками.

Во-первых, проведение парных сравнений на последнем уровне иерархии требуется даже в том случае, когда альтернативы выражаются в точном количественном значении. Например, при учете влияния различных сфер жизнедеятельности на бюджет города мы имеем четкие данные о затраченных средствах, однако нам необходимо оценить влияние каждой сферы «на глаз», проводя парные сравнения.

Во-вторых, выполнение парных сравнений является достаточно долгой и утомительной задачей при анализе детально построенных иерархий. Для группы критериев, состоящей из n элементов, требуется провести $(n - 1)!$ парных сравнений, а практически любая качественная иерархия, учитывающая все аспекты ситуации, будет иметь десятки групп критериев. Вдобавок выполнение данной процедуры, очевидно, невозможно поручить компьютеру.

Модифицированный метод анализа иерархий лишен этих недостатков, однако для его применения требуется участие группы экспертов. Если в первоначальном методе участие нескольких человек приветствовалось [1, 3], но не являлось обязательным, то здесь данное условие является необходимым условием обеспечения точности анализа. Это связано с тем, что в модифицированном методе важность критериев не определяется с помощью парных сравнений, а задается как абсолютная величина по отношению к критерию более высокого уровня. Каждый эксперт непосредственно оценивает важность каждого критерия в иерархии, присваивая ему число от «1» до «9», где «1» означает, что критерий не важен, «9» – критерий имеет абсолютную важность. За *весовой коэффициент* принимается нормированное значение среднего арифметического оценок важности, данных несколькими экспертами, что является гораздо более объективным значением, чем оценка, представленная одним человеком.

Участие группы экспертов при построении иерархии необязательно, но настоятельно рекомендовано, так как процесс построения иерархии достаточно трудоемкий и участие нескольких человек позволит сократить время и избежать ошибок, например таких, как небольшое количество критериев. Такая ситуация часто свидетельствует о неполном представлении структуры задачи, утере некоторых важных составляющих.

Как было сказано выше, модифицированный метод анализа иерархий применяется для более точного рассмотрения ситуаций в условиях нескольких наборов числовых значений характеристик, ее описывающих. Эти характеристики, называемые *показателями*, будут находиться на последнем уровне каждой ветви иерархии, но необязательно на последнем уровне самой иерархии. Это означает, что показатели могут принадлежать любому уровню иерархии, но не могут иметь подкритериев. Напомним, что в исходном методе критерии последнего уровня являлись альтернативами, а следовательно, должны были входить в каждую ветвь иерархии. В модифицированном методе альтернативами будут являться различные наборы числовых значений для показателей. Если показатель качественный, например степень готовности некоторого

<http://sntbul.bmstu.ru/doc/636410.html>

изделия к серийному производству, то для него представляется некоторая шкала оценки. Если показатель количественный – непосредственно задается его числовое выражение (в килограммах, метрах, часах и т. п.). Далее производится нормировка по альтернативам для каждого показателя, что позволяет использовать в расчете показатели, имеющие разные единицы измерения. Пусть, например, для одного показателя заданы альтернативы: 5 часов, 15 часов и 20 часов, а для другого – 3 килограмма, 6 килограммов, 21 килограмм. После нормировки по альтернативам для первого показателя получим безразмерные значения 0,125; 0,375; 0,5; для второго - 0,1; 0,2; 0,7.

После того как определены оценки важности каждого критерия и заданы значения альтернатив для каждого показателя, происходит подсчет по алгоритму, который будет описан далее. Результат подсчета – численная оценка важности данного набора значений показателей. Вариант с максимальной (или минимальной, в зависимости от задачи) оценкой является предпочтительным.

АЛГОРИТМ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА

1. Подсчитывается среднее арифметическое оценок важности, заданных экспертами, для каждого критерия, то есть вычисляются ненормированные весовые коэффициенты.
2. Производится нормировка значений альтернатив для каждого показателя.
3. Итерационный процесс начинается с предпоследнего уровня иерархии, заканчивается на первом уровне и ведется в соответствии со следующей формулой:

$$\hat{Z}_i = \frac{\sum_{j=1}^n V_j Z_j}{\sum_{j=1}^n V_j}, \quad i = \overline{1..m}, \quad (1)$$

где $\hat{Z}_i$ – получаемое значение i -ого критерия данного уровня, V_j – ненормированный весовой коэффициент j -ого подкритерия, Z_j – значение j -ого подкритерия (на первой итерации это числовое значение j -ого показателя), n – количество подкритериев i -ого критерия данного уровня, m – количество критериев данного уровня.

4. Итог итерационного процесса – значения $\hat{Z}_i$ для критериев первого уровня.
5. Для критериев первого уровня, рассматриваемых как подкритерии, выполняется операция (1), результатом которой являются искомые числа (в количестве, равном количеству наборов числовых значений показателей), показывающие, какой набор значений показателей предпочтительнее.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Деление на $\sum_{j=1}^n V_j$ осуществляется для нормировки весовых коэффициентов.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Значение $\hat{Z}_i$ вычисляется для каждого критерия столько раз, сколько задано вариантов решения (альтернатив).

ЗАМЕЧАНИЕ 3. При расчете подразумевается, что максимальное значение каждого показателя является предпочтительным. Если же предпочтительным считается

минимальное значение (например, для показателя «затраты топлива»), необходимо произвести процедуру, «инвертирующую» значения альтернатив показателей. Например, путем вычитания значения альтернативы каждого показателя из значения максимальной альтернативы с последующей нормировкой.

Блок-схема алгоритма модифицированного метода анализа иерархий представлена на рис. 2.

ЗАДАЧА О ВЫБОРЕ СПОСОБА ПЕРЕДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим задачу о выборе способа передвижения по пути на работу (учебу) из четырех вариантов: пешком, на машине, на метро, на трамвае. Выбирая, каким способом добираться до работы, человек обычно опирается на такие факторы, как затраты денег и времени, возможность провести время с пользой, удобство выбранного вида передвижения. Так как работник должен приходить на работу свежим и отдохнувшим, учтем затраты энергии, а также необходимость поддерживать высокую концентрацию внимания. Пользу от дороги разделим на умственную (возможность чтения книг, просмотра видео, прослушивания радио и т. п.), физическую (прогулка пешком очевидно полезнее поездки на автомобиле) и эмоциональную (насколько человеку нравится данный способ передвижения). Из описанных критериев составим иерархию (см. рис. 3). Отметим, что для показателей «внимание», «деньги», «время», «энергия» предпочтительным является минимальное значение (см. замечание 3).

Составим таблицу возможных альтернатив для показателей (табл. 1). Критерии пользы являются качественными, им дадим оценку от «1» (бесполезно) до «10» (очень полезно). Аналогично оценим критерии внимания и удобства. Критерии затрат будем выражать в виде непосредственного объема затрат, то есть в рублях для денег, в минутах для времени и в килокалориях для энергии, считая при этом длину пути равной шести километрам.

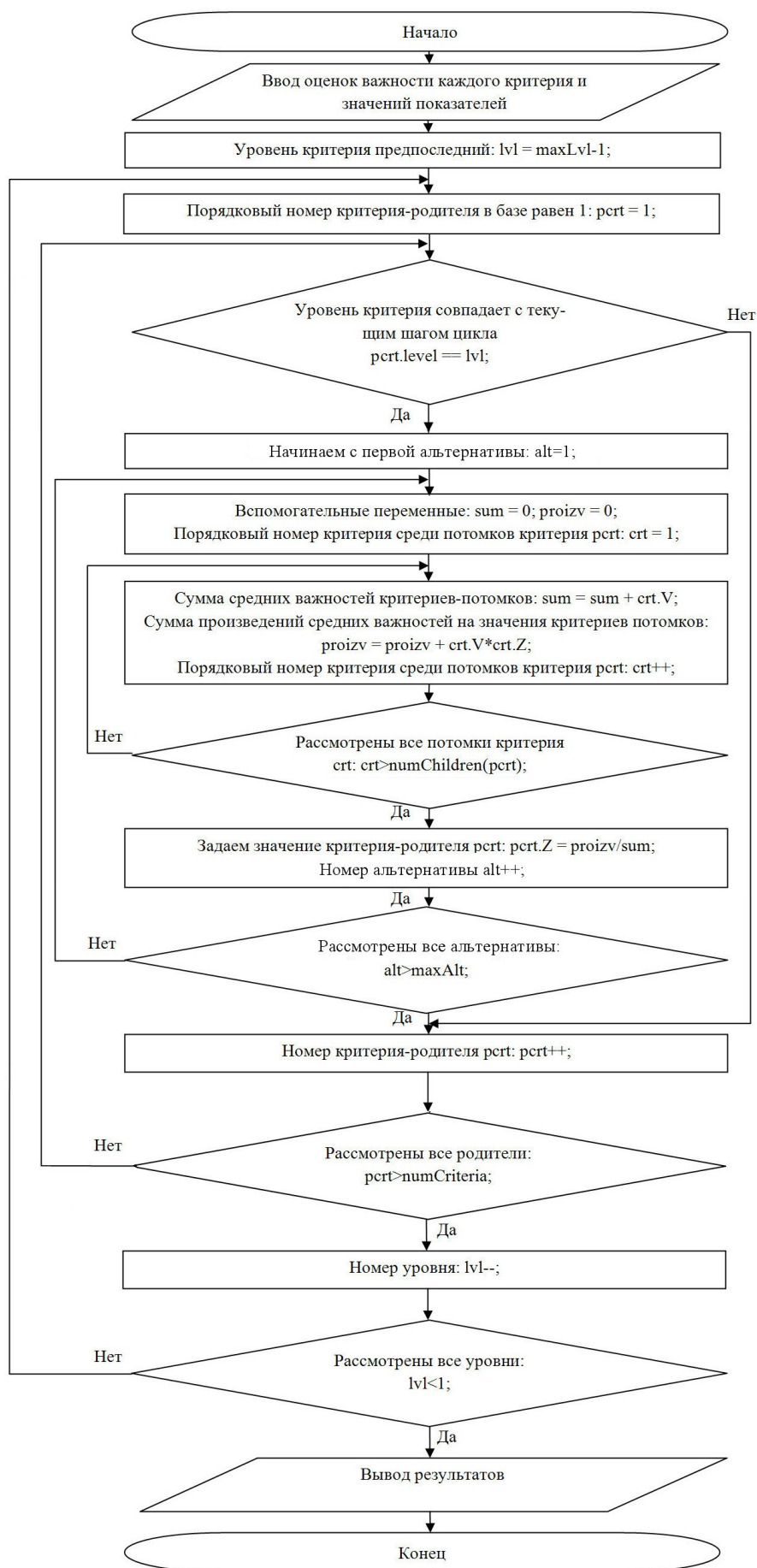


Рис. 2. Блок-схема алгоритма

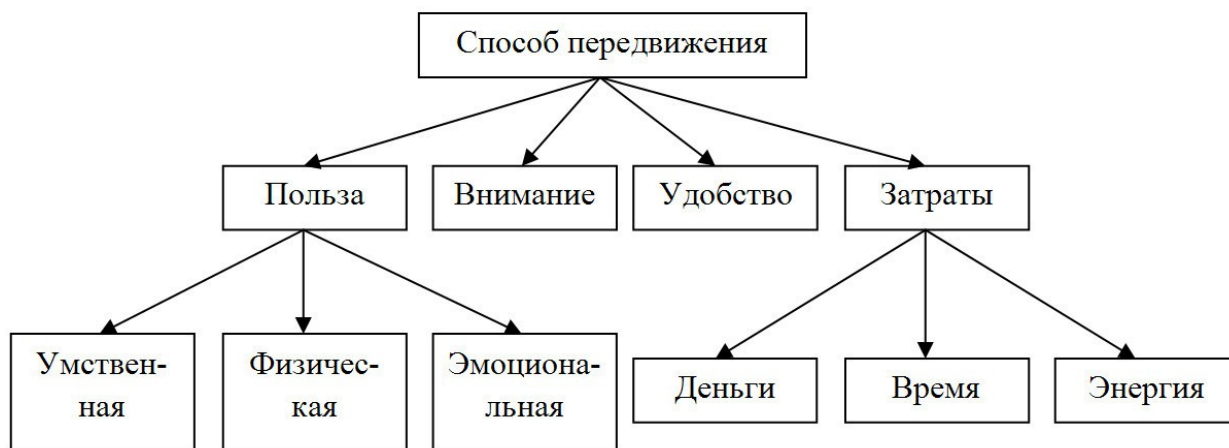


Рис. 3. Иерархия критериев выбора способа передвижения при пути на работу

Таблица 1

	Умственная	Физическая	Эмоциональная	Внимание	Удобство	Деньги, руб.	Время, мин.	Энергия, ккал
Пешком	3	8	7	6	6	0	70	370
Машина	3	1	5	10	9	12	10	18
Метро	6	2	1	4	5	28	20	70
Трамвай	9	2	7	3	5	26	30	50

Для оценки важности каждого критерия человек-инициатор привлекает помощников, например членов своей семьи. Результаты анализа по группам критериев представлены в таблицах 2, 3, 4.

Таблица 2

	Польза	Внимание	Удобство	Затраты
Инициатор	8	6	6	8
Помощник 1	6	6	7	9
Помощник 2	7	6	7	8

Таблица 3

	Умственная	Физическая	Эмоциональная
Инициатор	7	7	7
Помощник 1	8	5	8
Помощник 2	8	8	5

Таблица 4

	Деньги	Время	Энергия
Инициатор	7	9	4
Помощник 1	9	9	7
Помощник 2	9	7	7

Далее происходит запуск программы, реализующей алгоритм подсчета, либо подсчет производится вручную. Результат: на работу следует добираться на трамвае (табл. 5).

Таблица 5

	Пешком	Машина	Метро	Трамвай
Оценка	0,255	0,260	0,214	0,271

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе рассмотрения свойств метода анализа иерархий и предметных областей его применения была предложена его модификация, предусматривающая адаптацию метода-прототипа под задачи с количественными значениями альтернатив. Модифицированный метод обладает приемлемой степенью универсальности, позволяя при задании альтернатив использовать также исходные данные в качественном виде. Однако в этом случае точность модифицированного метода будет хуже, чем точность метода-прототипа. Это объясняется заменой механизма парных сравнений для альтернатив на процедуру присвоения качественному показателю определенного значения по некоторой шкале, которое, очевидно, будет носить более приблизительный и более субъективный характер. При определении важности каждого критерия вместо парных сравнений проводится процедура непосредственной оценки абсолютного значения важности группой экспертов, что не понижает точность алгоритма.

При задании в качестве альтернатив исходных данных, выражаемых в некотором количественном значении, модифицированный метод будет обладать более высокой точностью по сравнению с методом-прототипом. При этом точность модифицированного метода будет зависеть от точности исходных данных.

Модифицированный метод является менее трудоемким как при оценке важности критериев, так и для программирования. Данное обстоятельство обеспечивает применение модифицированного метода для проведения экспресс-анализа, позволяющего на ранних стадиях исследований определить потенциальную область рациональных решений.

Дальнейшие исследования целесообразно проводить с целью повышения надежности и точности модифицированного метода для задач с альтернативами качественного характера, но применительно к конкретной предметной области, в рамках которой сформирована достаточная статистическая база, позволяющая сформировать «объективную» или «стандартную», в пределах рассматриваемой предметной области, шкалу оценивания качественных альтернатив.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993. 278 с.
2. Таха Х. А. Введение в исследование операций: Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. 912 с.
3. Буренок В.М., Ляпунов В.И., Мудров В.И. Теория и практика планирования и управления развитием вооружения / Под ред. Московского А.А. М.: Изд. «Вооружение. Политика. Конверсия», 2004. 419 с.