

Оригинальные приемы решения некоторых позиционных задач в начертательной геометрии

77-48211/586005

05, май 2013

Суфляева Н. Е.

УДК 515(076.5)

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

sufnat@yandex.ru

При составлении чертежей машиностроительных деталей часто приходится решать задачи на пересечение поверхности с поверхностью. Однако, если хотя бы одна из поверхностей линейчатая, то в процессе построения линии пересечения (линии перехода) приходится находить точки встречи прямых – образующих этой поверхности с другой поверхностью. В связи с этим в курсе начертательной геометрии построение точек пересечения прямой линии с поверхностью рассматривается обособленно, как самостоятельная позиционная задача.

Такая типовая позиционная задача на построение точек пересечения прямой с цилиндром, конусом и тором входит в домашнее задание, а также в рубежный контроль по начертательной геометрии у студентов первого курса машиностроительных специальностей МГТУ им. Н.Э. Баумана.

Большинство позиционных и метрических задач в начертательной геометрии имеют не одно, а целый ряд (иногда несколько десятков) способов решения. Среди этих многочисленных способов для каждой конкретной задачи выбирается наиболее рациональный. Критерием рациональности способа служит минимальное количество вспомогательных построений, требуемых для решения задачи, а также степень точности полученных результатов.

Задачу на определение точек встречи прямой с поверхностью студентам рекомендуется решать по общему алгоритму, а именно:

1. Через заданную прямую проводят (прямую включают во) вспомогательную плоскость, наивыгоднейшим образом

пересекающуюся с поверхностью, то есть пересекающую поверхность по простейшим линиям (прямым или окружностям);

2. Строят линии пересечения поверхности с плоскостью;
3. Определяют точки встречи на пересечении заданной прямой с построенной линией (двумя линиями) пересечения.

Если включить заданную прямую в проецирующую плоскость, то в случае с цилиндром и конусом линия пересечения в большинстве случаев будет представлять из себя эллипс, который придется строить приближенно, по точкам. Поэтому и результат пересечения заданной прямой с этим эллипсом, то есть искомые точки, будут найдены приближенно. Графически более точный результат дает включение заданной прямой в плоскость общего положения, пересекающую цилиндр или конус по их прямолинейным образующим. В этом случае искомые точки встречи определяются графически точно - в пересечении отрезков прямых.

Задача на определение точек пересечения прямой с цилиндром или призмой может быть рационально решена и другим традиционным способом начертательной геометрии, а именно способом замены плоскостей проекций.

Этот способ заключается в следующем:

1. Сначала одну из основных плоскостей проекций заменяют на новую вспомогательную плоскость проекций, параллельную образующим цилиндра или призмы и строят проекцию поверхности и заданной прямой на новую плоскость проекций (при этом координаты точек измеряют от заданной горизонтальной оси X);
2. Затем производят вторую замену плоскостей проекций и вводят вторую вспомогательную плоскость проекций, перпендикулярную образующим цилиндра или призмы, строят проецирующую проекцию цилиндра в виде окружности, а также проекцию отрезка прямой (при этом координаты точек измеряют от оси X_1 до соответствующих проекций точек) - проекции искомых точек пересечения прямой и поверхности цилиндра найдутся непосредственно на второй вспомогательной плоскости проекций;
3. Определяют проекции искомых точек в исходной системе плоскостей проекций, используя известные направления проекционных связей;
4. Определяют видимость прямой относительно исходных плоскостей проекций.

Пример решения задачи на определение точек встречи прямой с наклонным цилиндром вращения традиционным способом замены плоскостей проекций приведен на рис. 1.

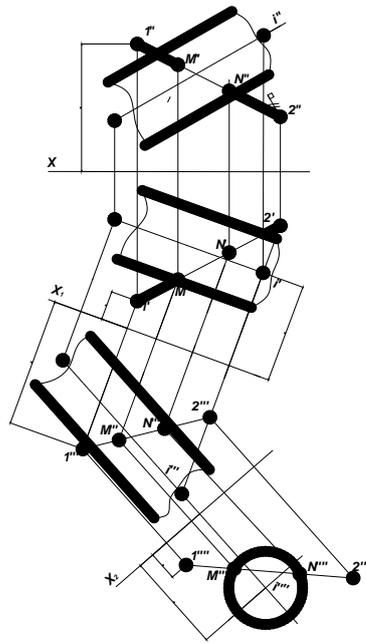


Рис. 1. Определение точек встречи прямой с цилиндром вращения традиционным способом замены плоскостей проекций.

В данной задаче требуется построить проекции точек M и N , в которых отрезок прямой $1 - 2$ пересекает наклонный цилиндр вращения.

Для этого:

1. Фронтальную плоскость проекций заменяем на новую, вспомогательную плоскость проекций, параллельную образующим цилиндра - на чертеже ставим новую ось X_1 (в данном примере – параллельную горизонтальной проекции оси цилиндра i'), строим проекцию поверхности цилиндра и заданной прямой $1''' - 2'''$ на новую плоскость проекций, измеряя координаты точек Z от заданной горизонтальной оси X до фронтальных проекций точек (для точек 1 и 2 – от оси X до проекций $1''$ и $2''$);

2. Вводим вторую вспомогательную плоскость проекций, перпендикулярную образующим цилиндра - на чертеже ставим ось X_2 , перпендикулярную проекции оси цилиндра i''' , строим проецирующую проекцию оси цилиндра i'''' и самого цилиндра в виде окружности, а также проекцию отрезка $1'''' - 2''''$, измеряя координаты точек от оси X_1 до горизонтальных проекций точек (для точек 1 и 2 – от оси X_1 до проекций $1'$ и $2'$) - проекции искомых точек M'''' и N'''' пересечения прямой и поверхности цилиндра находятся непосредственно в пересечении проекции отрезка $1'''' - 2''''$ и окружности цилиндра на второй вспомогательной плоскости проекций;

3. Определяем проекции искомых точек M' , N' и M'' , N'' в исходной системе плоскостей проекций, используя известные направления проекционных связей;

4. Определяем видимость прямой 1 – 2 относительно исходных плоскостей проекций, используя то обстоятельство, что точка M лежит на верхней половине цилиндра (относительно горизонтальной плоскости проекций) и на передней половине цилиндра (относительно фронтальной плоскости проекций) и, следовательно, ее горизонтальная проекция M' и фронтальная проекция M'' делят соответствующие проекции отрезка $1' - 2'$ и $1'' - 2''$ на видимую и невидимую (находящуюся внутри цилиндра) части, а точка N лежит на нижней половине цилиндра (относительно горизонтальной плоскости проекций) и на задней половине цилиндра (относительно фронтальной плоскости проекций) и, следовательно, ее горизонтальная проекция N' и фронтальная проекция N'' закрыты поверхностью цилиндра - в этом случае границами видимости отрезка 1-2 вблизи точки N на горизонтальной и фронтальной проекциях являются соответствующие очерковые образующие цилиндра.

Таким образом, решение задачи на определение точек пересечения прямой с поверхностью классическим способом замены плоскостей проекций требует двух этапов замены плоскостей проекций и достаточно громоздких построений.

В данной работе предлагается необычное, не описанное в литературе по начертательной геометрии, применение способа замены плоскостей проекций для решения задачи на определение точек встречи прямой с цилиндрической или призматической поверхностью, осуществляемый в один этап замены плоскостей проекций.

Применение данного способа показано на рис. 2 на примере решения рассмотренной выше задачи на нахождение точек M и N пересечения прямой 1 - 2 с наклонным цилиндром вращения. Суть способа заключается в том, что, вместо заданной горизонтальной оси X , вводится ось X_1 , параллельная одной проекции оси цилиндра вращения (в данном примере - параллельная фронтальной проекции оси цилиндра i''), и ось X_2 , перпендикулярная второй проекции оси этого цилиндра (в данном примере - перпендикулярная горизонтальной проекции оси цилиндра i') и определяющая границу горизонтальной и вспомогательной плоскостей проекций. Далее строится проецирующая проекция цилиндра вращения в

виде окружности с центром в точке i''' и проекция прямой $1'''-2'''$. При этом координаты точек Z измеряются не от заданной оси X , а от введенной оси X_1 .

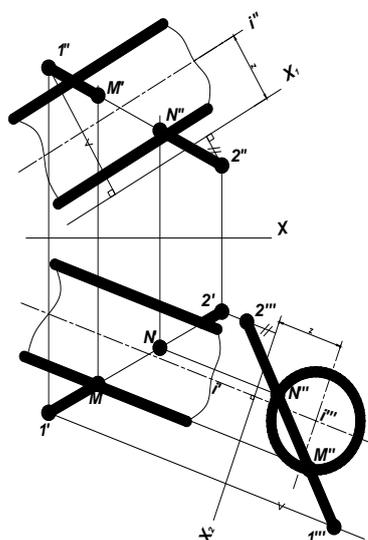


Рис. 2. Пример оригинального применения способа замены плоскостей проекций для определения точек встречи прямой с цилиндром вращения.

Проекции искомых точек пересечения на вспомогательной плоскости проекций M''' и N''' определяются в пересечении проекции прямой $1''' - 2'''$ и окружности цилиндра.

Определение проекций точек M' и N' , а также M'' и N'' понятно из чертежа на рис. 2.

Видимость прямой $1 - 2$ определяется аналогично предыдущему примеру.

Такая модификация способа замены плоскостей проекций для решения определенного класса позиционных задач позволяет применять вместо двух только одну замену плоскостей проекций, существенно сокращая при этом объем выполняемой графической работы и снижая трудоемкость процесса решения.

Описанный оригинальный прием может быть применен для решения позиционных задач аналогичного типа, например, для задач на пересечение призм и цилиндров с плоскостью, а также с различными многогранниками (призмами, пирамидами и проч.).

Список литературы

1. Бубенников А.В. Начертательная геометрия. М.: Высш. шк., 1985.- 288 с.
2. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Наука, 1988.- 272 с.
3. Кузнецов Н.С. Начертательная геометрия. М.: Высш. шк., 1981. – 262 с.
4. Куликов А.С. Начертательная геометрия в применении к черчению, конструированию и проектированию. М.: МАШГИЗ, 1959. – 323 с.
5. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 1985. - 136 с.
6. Фролов С.А. Начертательная геометрия. М.: Машиностроение, 1983.- 240 с.