

УДК 519.24

**Распознавание сигналов с неполной информацией с использованием
вейвлет-преобразования**

Т.В. Ларина

Студент, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Калужский филиал), г. Калуга, Россия

*Научный руководитель: Степанов С.Е., к.ф-м.н., доцент кафедры «Высшая
математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Калужский филиал), г. Калуга, Россия*

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана
sportsmenka1991@yandex.ru

В последнее время широко используются методы обработки данных основанные на вейвлет–преобразованиях. Вейвлеты— это математические функции, позволяющие анализировать различные частотные компоненты данных. Вейвлеты обладают существенными преимуществами по сравнению с преобразованием Фурье, потому что вейвлет–преобразование позволяет судить не только о частотном спектре сигнала, но также о том, в какой момент времени появилась та или иная гармоника. С их помощью можно легко анализировать прерывистые сигналы, либо сигналы с острыми всплесками. Кроме того вейвлеты позволяют анализировать данные согласно масштабу, на одном из заданных уровней (мелком или крупном). Уникальные свойства вейвлетов позволяют сконструировать базис, в котором представление данных будет выражаться всего несколькими ненулевыми коэффициентами. Это свойство делает вейвлеты очень привлекательными для упаковки данных, в том числе видео- и аудио-информации. Мелкие коэффициенты разложения могут быть отброшены в соответствии с выбранным алгоритмом без значительного влияния на качество упакованных данных. Вейвлеты нашли широкое применение в цифровой обработке изображения, обработке сигналов и анализе данных. Существует два класса вейвлет–преобразований: непрерывные и дискретные [16].

В данной работе реализовано дискретное вейвлет–преобразование с выводом получающегося распределения. Приведен текст программы и результат преобразования сигнала. Также дается краткое введение в теорию вейвлет–преобразований.

Пусть $f(x_i), i=1...m$ - измеряемый сигнал, описывающий исследуемый объект. Информацией о нем является дискретный набор данных $\{f^0(x_i)\}$:

$$f^0(x_i) = f(x_i), i = 0...k, k < m.$$

Здесь $f(x_i)$ - точные значения функции в точке x_i [1а].

Алгоритм обработки информации можно представить в следующем виде:

Этап 1 (Построение исследуемого сигнала). На этом этапе осуществляется расчет вейвлет–коэффициентов, то есть разложение сигнала на низкочастотную составляющую (аппроксимирующие коэффициенты, график которых представлен на рисунке 1,б) и высокочастотную составляющую (детализирующие коэффициенты, график которых представлен на рисунке 1,в) для, так называемой базисной функции. К треугольному сигналу с полной информацией (см. рис.1,а) применяется вейвлет–преобразование.

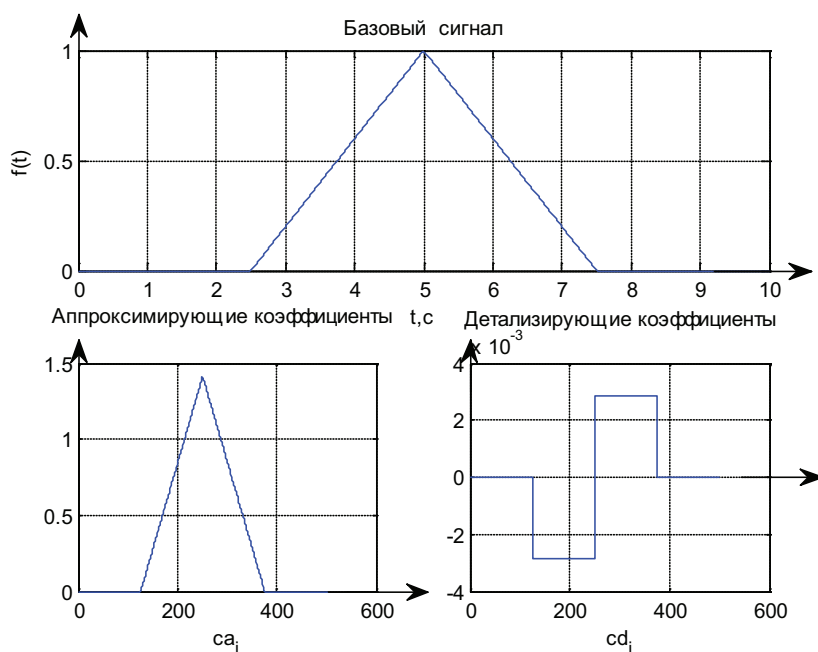


Рис.1. а) График базисной функции

б) График изменения аппроксимирующих коэффициентов

в) График изменения детализирующих коэффициентов

Этап 2 (Разложение сигнала). В данном эксперименте был использован один измеряемый сигнал:

Часть треугольного сигнала вдвое меньше по высоте и носителя, относительно базового сигнала (см. рис. 2а).

На данном этапе осуществляется разложение измеряемого сигнала, (график которого представлен на следующих рисунках) на низкочастотную составляющую (аппроксимирующие коэффициенты, график которых представлен на следующем рисунке) и высокочастотную составляющую (детализирующие коэффициенты, график которых представлен на следующем рисунке). В измеряемом сигнале время распространения меньше, чем у базовой функции, для более наглядного его представления. Если взять одинаковое время, то либо базовый сигнал будет представлен на половину, либо измеряемый сигнал будет два на одном графике.

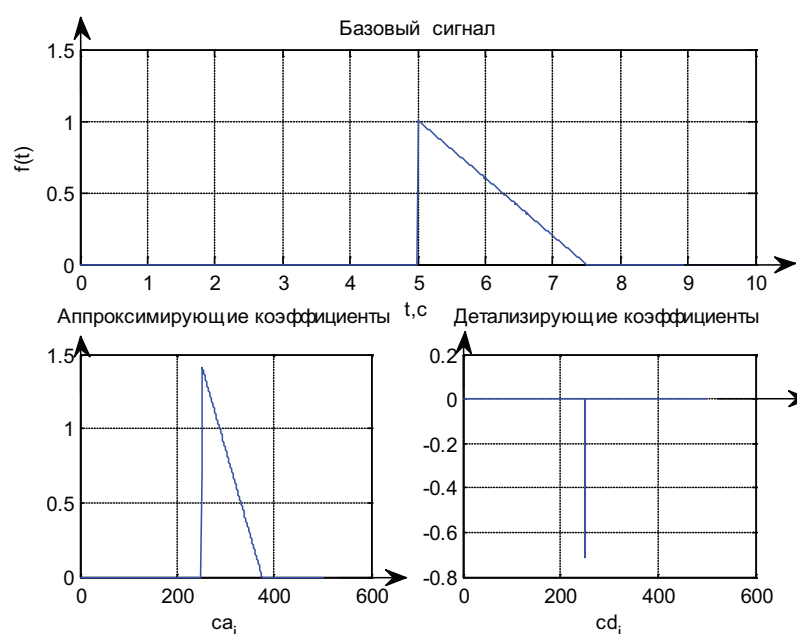


Рис.2. а) График части сигнала содержащих вдвое меньше по высоте и носителя относительно базового сигнала

б) График изменения аппроксимирующих коэффициентов

в) График изменения детализирующих коэффициентов

Этап 3 (Устранение ошибок измерения). На этом этапе происходит сопоставление вейвлет-коэффициентов измеряемого сигнала и вейвлет-коэффициентов базисной функции. Сопоставление коэффициентов осуществляется в пространстве l_2 , норма которого определяется формулой [2]:

$$\|x\| = \sqrt{\sum_{k=1}^N |x_k|^2}.$$

Сравнение коэффициентов части базового сигнала (см. рис.3,б,в) с частью сигнала, содержащего вдвое меньше высоту и носителя (см. рис.2,б,в). Для того чтобы провести это сравнение необходимо построить ту часть базового сигнала, которая присутствует у измеряемого сигнала.

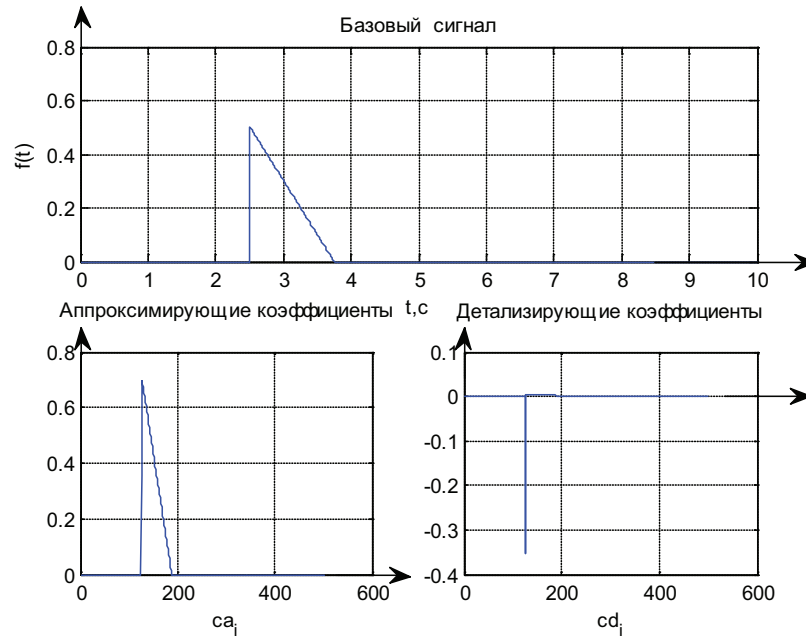


Рис.3. а) График части базового сигнала

б) График изменения аппроксимирующих коэффициентов

в) График изменения детализирующих коэффициентов

$$cd = \sum_{k=1}^N |cd_k|;$$

$cd = 1.0629 - l_2$ норма детализирующих коэффициентов части сигнала с полной информацией (сумма абсолютной величины детализирующих коэффициентов).

$cd = 0.5300 - l_2$ норма детализирующих коэффициентов части сигнала, содержащего вдвое меньше высоту и носителя (сумма абсолютной величины детализирующих коэффициентов).

$$cd = \frac{1.0629}{0.5300} = \frac{2}{1}.$$

Если сумма абсолютной величины детализирующих коэффициентов части базисной функции вдвое меньше суммы абсолютной величины детализирующих коэффициентов части сигнала, содержащего вдвое меньше носителя.

$$ca = \sum_{k=1}^N |ca_k|;$$

$ca = 88.6951 - l_2$ норма аппроксимирующих коэффициентов части сигнала с полной информацией (сумма абсолютной величины аппроксимирующих коэффициентов).

$ca = 22.0847 - l_2$ норма аппроксимирующих коэффициентов части сигнала, содержащего вдвое меньше высоту и носителя (сумма абсолютной величины аппроксимирующих коэффициентов).

$$ca = \frac{88.6951}{22.0847} = \frac{4}{1};$$

И если отношение суммы абсолютной величины аппроксимирующих коэффициентов равно 4, то есть это можно объяснить так же, что измеряемый сигнал содержит в 2 раза меньше высоту и в 2 раза меньше носителя, следовательно, измеряемый сигнал принадлежит сигналу с полной информацией.

В данной работе мною был проведен эксперимент по распознаванию сигнала с неполной информацией. После сравнительного анализа можно сделать вывод, что даже по части сигнала, независимо от ее величины можно установить к какому конкретному классу принадлежит тот или иной сигнал. Данный метод показывает, что сигналы можно сравнивать не только визуально по графику, но и по коэффициентам. Описанный выше метод распознавания сигналов не требует проведения сложных вычислений, и часто применяется при решении практических задач.

Список литературы

1. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. М.: СОЛОН-Пресс, 2004, 286с .
2. Смоленцев Н.К. Основные теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. М.: ДМК Пресс, 2005, 304 с.
3. John M. Gregorie, Darren Dale, R. Bruce van Dover A wavelet transform algorithm for peak detection and application to powder x-ray diffraction data // Review of scientific instruments №82, 2011. С. 15-26.