

УДК 621.432

**Математическая модель двигателя и трансмиссии, работающих в составе силовой
установки транспортного средства**

Д.А. Черкашин

*Студент, кафедра «Поршневые двигатели» МГТУ им. Н.Э. Баумана,
г. Москва, Россия*

*Научный руководитель: Барченко Ф.Б., к.т.н., доцент кафедры «Поршневые двигатели»
МГТУ им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия*

МГТУ им. Н.Э. Баумана
dimacherk@yandex.ru

Введение.

В современном мире автомобиль является неотъемлемой частью жизни и работы общества.

В связи с ростом производительности и частоты смены поколений автомобилей, для создания конкретной техники в короткие сроки необходимо математическое моделирование. Моделирование заменяет большую рутинную работу и позволяет на ранних этапах разработки отбросить тупиковые или неконкретноспособные варианты, разработать общую концепцию и т.д.

Все это возможно с помощью математического моделирования поведения автомобиля с указанной трансмиссией, двигателем, системой управления, нагрузкой и т.д. Причем в зависимости от совершенства математической модели возможно рассчитывать как динамику транспортного средства, так и расход топлива, выбросы вредных веществ.

Математическая модель двигателя.

Для моделирования работы двигателя в составе транспортного средства необходима быстродействующая модель, которая позволит инженеру получать результаты расчета в течении малого времени и при этом достоверность данных расчетов будет довольно высока.

Следует отметить 2 модели, которые возможно использовать в этих расчетах.

Первая, наиболее сложная из предлагаемых: термодинамическая модель рабочего процесса, рассчитывающая рабочий процесс в каждом цилиндре двигателя, динамику роторов турбокомпрессоров, моделирующую работу системы управления исполнительных механизмов и т.д. Для каждого цилиндра такой модели можно записать систему дифференциальных уравнений в виде [1]:

$$\begin{cases} q_{ц} \cdot Hu \, dx + dQ_w + dI_{ex} = dU + p \cdot dV \\ dG^I = r^I_{ВП} dG_{ВП} - r^I_B dG_B - l_0 \cdot q_{ц} \, dx \\ dG^{II} = r^{II}_{ВП} dG_{ВП} - r^{II}_B dG_B + (1 + l_0) dx \\ pV = (G^I + G^{II})RT \end{cases}$$

где: $q_{ц}$ - цикловая подача топлива; Hu - низшая теплота сгорания топлива; x - относительная масса выгоревшего топлива; Q_w - теплота, переданная через стенки КС;

$I_{ВП}, I_B$ - энтальпия рабочего тела, проходящего через впускные и выпускные органы газораспределения; U - внутренняя энергия рабочего тела; p - давление в цилиндре;

V - текущий объем цилиндра; G^I и G^{II} - масса воздуха и продуктов сгорания;

$G_{ВП}, G_B$ - масса рабочего тела, прошедшего через впускные и выпускные органы газообмена; $r_{ВП}, r_B$ - массовые доли воздуха и продуктов сгорания; l_0 - теоретическое количество воздуха, необходимого для сгорания 1 кг топлива; R - газовая постоянная.

Газообмен может быть рассчитан как с помощью квазистационарного метода, так и с использованием одномерной газовой динамики.

Работа турбокомпрессора рассчитывается с использованием экспериментальных характеристик, полученных на стационарных режимах.

Данная модель силовой установки обязательна для двигателя с турбонаддувом, так как динамика ротора турбокомпрессора сильно сказывается на динамике двигателя.

Для двигателя без наддува можно предложить более простой подход к моделированию работы двигателя: на основе скоростных характеристик, полученных как расчетным способом, так и экспериментальным. Для моделирования работы двигателя будет использована серия скоростных характеристик в зависимости от положения «педали акселератора» см. рис. 1.

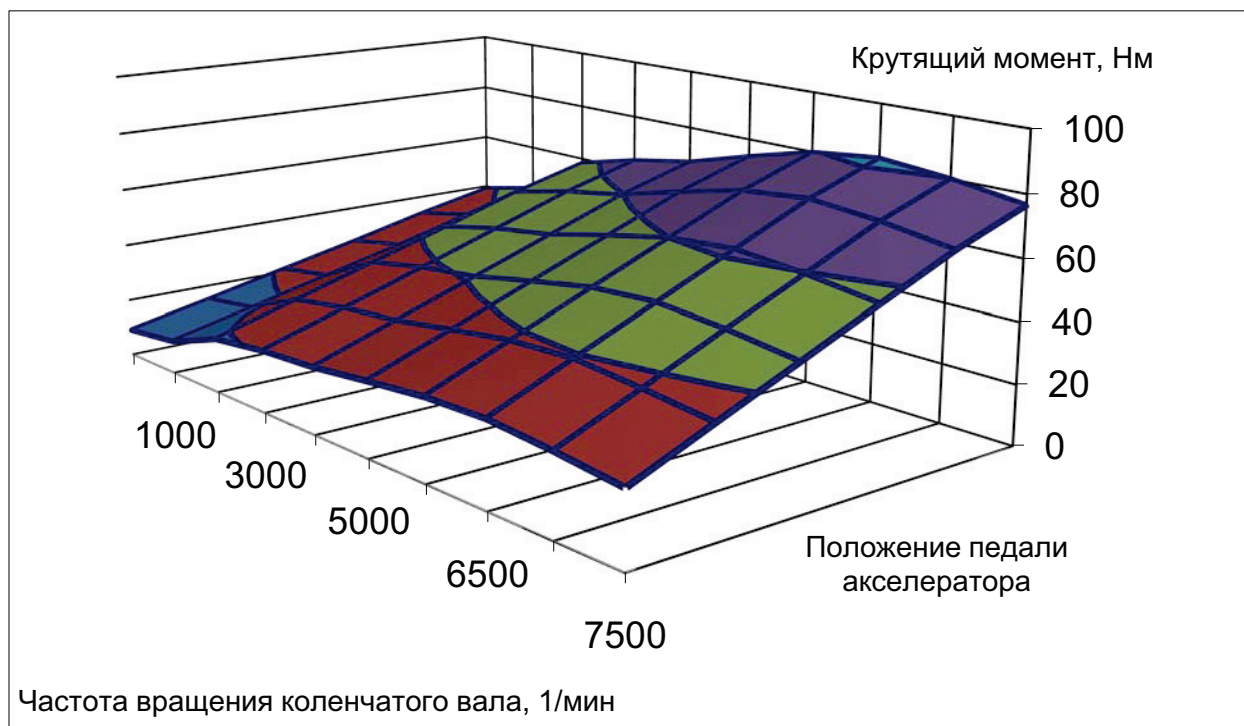


Рис. 1. Внешний вид характеристик, используемых для расчета динамики транспортного средства

При работе на неустановившемся режиме мощность, отдаваемая двигателем, меньше мощности на установившемся режиме. Это обусловлено динамикой наполнения цилиндров воздухом и парами топлива и тепловой инерцией двигателя. Уменьшение момента двигателя (а, следовательно, и сцепления) при работе на неустановившихся режимах невелико (не более 3 %) и примерно линейно зависит от ускорения вращения коленчатого вала:

$$\Delta M = \gamma_e M_e \frac{d\omega_{cy}}{dt}$$

где γ_e — коэффициент: $\gamma_e = 0,001 \dots 0,002$; M_e — эффективный момент двигателя.

Тогда момент создаваемый двигателем на таком режиме $M_{\partial e} = M_e - \Delta M$.

Такой способ расчета эффективных показателей двигателя не позволяет рассчитывать выбросы вредных веществ, однако он позволяет рассчитать расход топлива, при задании характеристики удельного эффективного расхода топлива (аналогично характеристике приведенной на рис.1), режимы наиболее частой работы двигателя (см. рис. 2), а также позволяет отладить методику совместного расчета двигателя и автомобиля.

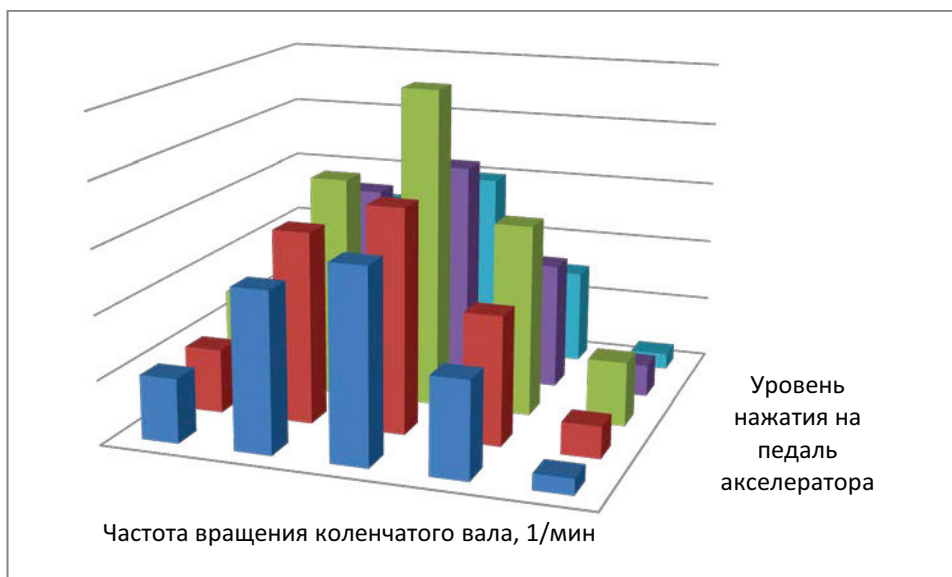


Рис. 2. Гистограмма распределения режимов работы двигателя в составе силовой установки транспортного средства

Данная методика позволяет наиболее обоснованно проектировать двигатель для транспортного средства, а также при использовании сложной модели двигателя создавать базовую прошивку системы управления двигателем.

Модель управления автомобилем.

В современной практике сертифицирования автомобилей и двигателей весь мир постепенно переходит к замеру вредных выбросов на нестационарных режимах движения автомобиля.

В настоящее время в Европе испытания проходят по «стандартным» циклограммам, характерным для определенных типов автомобилей.[2].

На рис. 3 приведен характерный вид этих циклограмм.

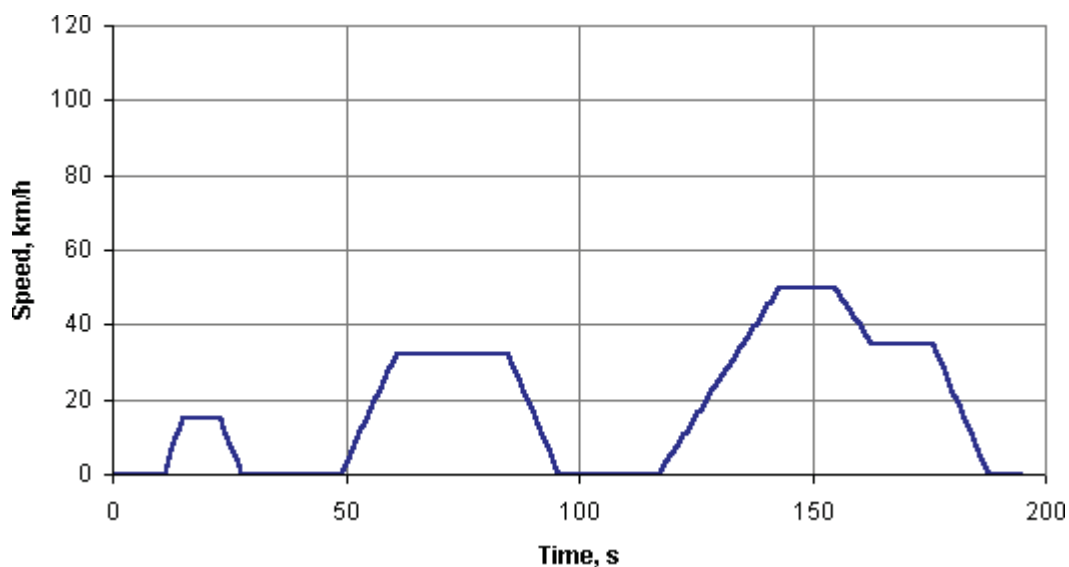


Рис. 3. «Стандартная» циклограмма испытания автомобиля по циклу испытаний ENS [2]

При моделировании движения автомобиля предполагается задавать положение «педали акселератора» в зависимости от времени, с таким расчетом, чтобы циклограмма движения автомобиля совпадала со «стандартной» в пределах допуска.

В связи с тем что цель всей разрабатываемой модели – это создание методики расчета работы двигателя в условиях сертификационных испытаний, условиях движения автомобиля в городе и т.д. Для расчета движения автомобиля в экстремальных условиях: спортивных соревнованиях, бездорожье и т.д. необходима более совершенная методика расчета динамики автомобиля. В данной работе используется «велосипедная схема».

Уравнение прямолинейного движения автомобиля и его слагаемые.

Схема сил, действующих на автомобиль, изображена на рис.4. На рисунке показан наиболее общий случай, когда автомобиль ускоренно движется на подъем крутизной α .

При изображении сил приняты следующие основные допущения: дорожные условия под правыми и левыми колесами одноименных мостов автомобиля одинаковы, поэтому все силы, действующие на мост, могут быть приведены к его середине; автомобиль симметричен относительно продольной оси; нормальные составляющие реакции дороги приложены в середине контактной поверхности, а их смещение учтено в моментах сопротивления качению колес мостов.

На транспортное средство действуют следующие силовые факторы: окружная сила на ведущих колесах F_K ; M_{f1} M_{f2} — моменты сопротивления качению колес автомобиля; F_B — сила сопротивления воздуха; F_i — продольная составляющая силы тяжести автомобиля; F_{jX} —сила сопротивления поступательному ускорению масс автомобиля; R_{z1}

R_{z2} — нормальные реакции дороги; $G_a \cos \alpha$ — нормальная составляющая веса автомобиля;
 $G_a = m \cdot g$ — вес автомобиля; m — масса автомобиля [1]

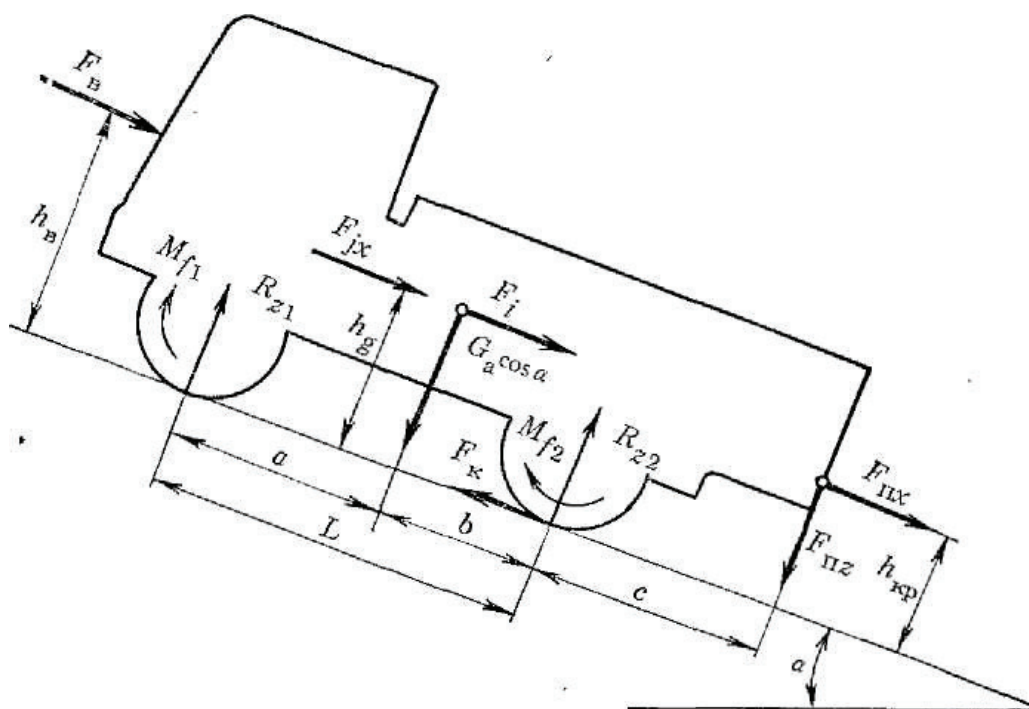


Рис. 4. Силы и моменты, действующие на автомобиль при прямолинейном движении [3]

Окружная сила на колесах возникает в результате того, что к ведущим колесам подводится от трансмиссии крутящий момент двигателя через сцепление, установленных на автомобиле. На рис. 5 приведена расчетная схема автомобиля. Момент от двигателя (M_d) передается на сцепление, при этом в зависимости от фазы работы сцепления. При движении автомобиля сцепление автомобиля может не полностью передавать крутящий момент от двигателя к трансмиссии, либо не передавать его вообще.

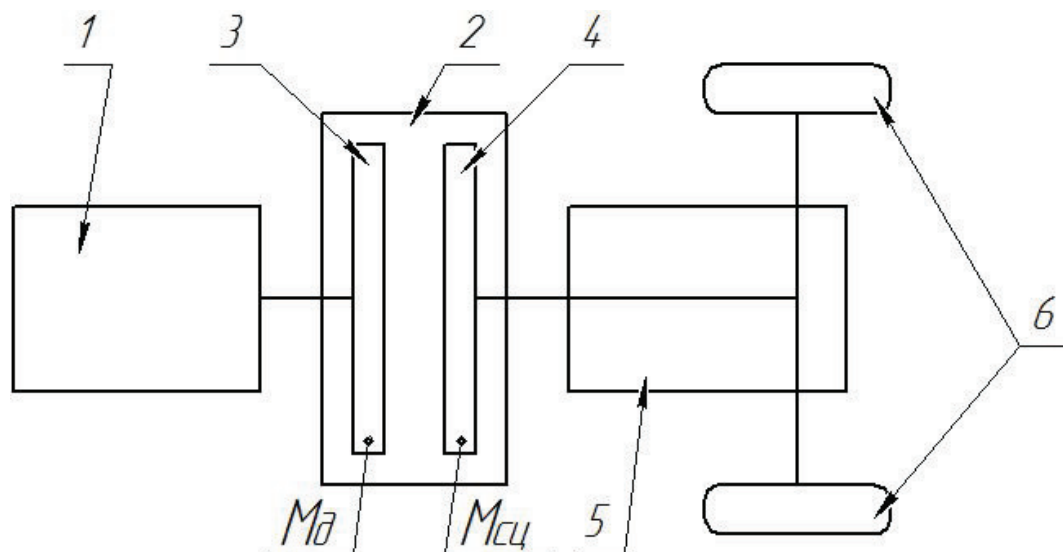


Рис. 5. Расчетная схема автомобиля с одной ведущей осью

1 – двигатель; 2 – сцепление; 3 – ведущий диск сцепления; 4 – ведомый диск сцепления;
5 – трансмиссия; 6 – колеса.

Момент сцепления определяется следующим выражением

$$M_{сц} = f_{сц} M_{\delta} ,$$

где $M_{сц}$ – момент на ведомом диске сцепления. (19)

На рис. 6 показана зависимость коэффициента трения между маховиком двигателя и диском сцепления $f_{сц}$ в зависимости от режима работы.

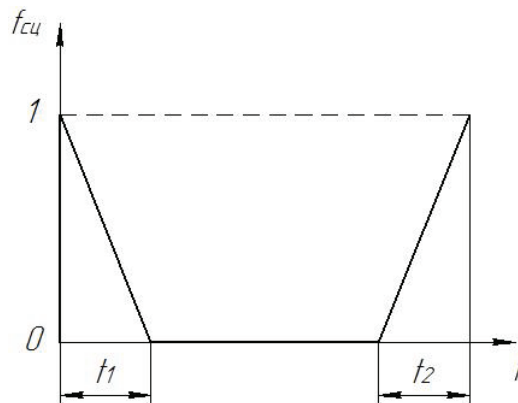


Рис. 6 .Коэффициент трения между ведущим и ведомым диском сцепления при переключении передач, где t_1 – время выжимания сцепления; t_2 – время отпускания сцепления

При разгоне автомобиля часть момента двигателя затрачивается на разгон маховика и связанных с ним деталей. Поэтому ведущим колесам автомобиля от трансмиссии передается крутящий момент:

$$M_{Kсц} = \left[M_M - I \frac{d\omega_{сц}}{dt} \right] u_T \eta - I \frac{d\omega_K}{dt} ,$$

где I_M — момент инерции маховика и связанных с ним деталей; $\omega_{сц}$ - угловая скорость вращения ведомого диска сцепления; u_T — передаточное число трансмиссии; η — коэффициент полезного действия трансмиссии; I_K – момент инерции колеса и связанных с ним вращающихся деталей; ω_K – угловая скорость колеса.

При составлении дифференциального уравнения прямолинейного движения автомобиля используем схему системы сил и моментов приведенную на рис. 4. Составим общее уравнение динамики, применив принцип Лагранжа-Даламбера:

$$M_K \delta \varphi_2 - M_{f1} \delta \varphi_1 - M_{f2} \delta \varphi_2 - F_t \delta x - F_B \delta x - F_{ж} \delta x - M_{жк1} \delta \varphi_1 - M_{жк2} \delta \varphi_2 = 0$$

$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 = \delta x / r_K,$$

где r_K – радиус колеса.

Проанализируем выражение виртуальной работы моментов сопротивления качению:

$$\delta W = - \left(\frac{M_{f1} + M_{f2}}{r_K} \right) \delta x = - f_a (R_{Z1} + R_{Z2}) \delta x = - f_a m_a g (\cos \alpha) \delta x,$$

где f_a – коэффициент сопротивления качению.

Таким образом получаем выражение тягового баланса автомобиля с учетом того что

$$\omega_K = V / r_K :$$

$$\frac{M_{cy} u_T \eta_T}{r_k} - m_a g (f_a \cos \alpha + \sin \alpha) - F_B - \left(m_a + \frac{I_{cy} u_T^2 \eta_T}{r_K^2} + \sum_1^z \frac{I_K}{r_K^2} \right) \frac{dV}{dt} = 0,$$

где z – число колес; V – скорость прямолинейного движения автомобиля.

Введем обозначения:

$$\delta = 1 + \frac{(\gamma_{eq} M + I) u}{m_a r_K^2} + \frac{\sum_1^z I_K}{m_a r_K^2}$$

Коэффициент δ называется коэффициентом учета вращающихся масс. Если известны конструктивные параметры автомобиля его, можно посчитать по выражению, приведенному выше. Иногда этот коэффициент представляют в виде:

$$\delta = 1 + \sigma_1 + \sigma_2 u_{кп}^2.$$

$$\sigma_1 = \frac{\sum_1^z I_K}{m_a r_K^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{(\gamma_{eq} M + I)}{m_a r_{K \Pi}^2} \left(\frac{u_T}{u} \right)^2$$

$u_{к.п.}$ – передаточное число коробки передач.

Для одиночных автомобилей при номинальной нагрузке можно считать $\sigma_1 = 0,03 \dots 0,05$; $\sigma_2 = 0,04 \dots 0,06$. Меньшие значения относятся к более тяжелым автомобилям.

Нормальные составляющие реакции дороги, действующие на колеса автомобиля, непрерывно изменяются в процессе движения автомобиля. Они определяют сопротивление качению колес, а в предельных режимах движения – максимальные значения окружных сил и устойчивость автомобиля.

Для нахождения R_{Z1} и R_{Z2} в соответствии со схемой на рис. 1 составим уравнения равновесия:

$$R_{z1} = \frac{1}{L} \left[(b - fr_K - h_g \sin \alpha) G_a - m_a h_g \frac{dV}{dt} - F_B h_B \right]$$

$$R_{z1} = \frac{1}{L} \left[(a + fr_K + h_g \sin \alpha) G_a + m_a h_g \frac{dV}{dt} + F_B h_B \right]$$

Сила сопротивления качению вводится в расчет условно вместо момента сопротивления качению.

При движении по твердым дорогам сопротивление качению обусловлено гистерезисными потерями энергии в шине при ее радиальной, тангенсальной и боковой деформациях, скольжением в зоне контакта с опорной поверхностью и сопротивлением воздуха.

Так как невозможно учесть особенности работы каждого колеса, используют осредненные значения коэффициентов сопротивления качению, а общую силу сопротивления определяют по выражению:

$$F_f = \sum_{i=1}^z F_{fi} = f G_a \cos \alpha \approx f G_a$$

где f — осредненный коэффициент сопротивления качению, который обычно находится экспериментально для определенных дорожных условий и шин.

Исследования показывают, что при движении автомобиля до 50 км/ч сопротивление качению можно считать постоянным. Интенсивное увеличение сопротивления качения наблюдается на скорости выше 100 км/ч. Объясняется это увеличением затрат энергии при ударах и колебательных процессах, происходящих в шине при высоких скоростях движения. Предложено несколько эмпирических зависимостей для определения коэффициента сопротивления качению при высокой скорости движения [3]

Так же можно найти данные в виде экспериментальных графиков по коэффициенту сопротивления качению. В разрабатываемой программе расчета коэффициент сопротивления качению определяется по заданной таблично функции с помощью линейной интерполяции.

Сила сопротивления подъему автомобиля (F_i) — составляющая силы тяжести автомобиля, направленная параллельно опорной поверхности и приложенная в центре масс автомобиля на высоте h_g . Если углы подъемов считать положительными, а спусков — отрицательными, сила сопротивления подъему определяется выражением:

$$F_i = G_a \sin \alpha.$$

Сила сопротивления воздуха (F_B) существенно влияет на тягово-скоростные свойства автомобилей, при высоких скоростях движения.

Лобовое сопротивление в основном определяет затраты мощности двигателя при высоких скоростях движения, а следовательно, и расход топлива. Сила лобового сопротивления

$$F_{Bx} = c_x \rho \frac{V^2}{2} A_B$$

где c_x — коэффициент лобового сопротивления (коэффициент обтекаемости); ρ — плотность воздуха; V — скорость относительного движения воздуха и машины; A_B — лобовая площадь (площадь наибольшего поперечного сечения машины).

Обычно коэффициенты лобового сопротивления определяют путем продувки автомобиля или его модели в аэродинамических трубах.

В расчетах тягово-скоростных свойств автомобилей обычно используют не коэффициент обтекаемости c_x , который определяется в основном формой автомобиля, а коэффициент сопротивления воздуха k_B , которым учитываются и другие сопротивления, не зависящие непосредственно от формы автомобиля. При этом сила сопротивления воздуха рассчитывается по формуле:

$$F_B = k_B A_B V^2$$

Следовательно, приближенно можно считать, что $k_B = 0,5\beta c_x \rho$ (β — коэффициент, учитывающий дополнительные сопротивления). Характерные значения для разных типов автомобилей приведены в таблице 1.

Входящая в выражение площадь лобового сопротивления может быть определена по технической документации, а при ее отсутствии — приближенно по выражению

$$A_{Bl} = H \alpha B$$

где α — коэффициент заполнения площади: для легковых автомобилей $\alpha = 0,78 \dots 0,8$; для грузовых $\alpha = 0,75 \dots 0,9$ (большие значения принимаются для более тяжелых автомобилей); B и H — наибольшие ширина и высота автомобилей соответственно.

Сопротивление воздуха принято рассматривать в виде сосредоточенной силы, приложенной в точке, называемой центром парусности автомобиля. Расстояние от опорной поверхности до центра парусности называется высотой центра парусности h_B .

Таблица 1

Значения коэффициента сопротивления воздуха для различных типов автомобилей

Тип автомобиля	$k_B, \text{Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}^{-4}$
Гоночные	0,13 ... 0,15

Легковые	0,15 ... 0,35
Автобусы	0,25 ... 0,4
Грузовые	0,5 ... 0,7
Автопоезда	0,55 ... 0,95

Сила сопротивления поступательному разгону автомобиля (F_{jx}) – это сила его инерции

$$F_{jx} = m_a \frac{dV}{dt}$$

КПД трансмиссии.

КПД трансмиссии характеризует потери мощности при ее передаче механизмами трансмиссии и равен произведению коэффициентов полезного действия ее механизмов. Наибольшие потери мощности имеют место в коробках передач, раздаточных коробках, главных передачах, колесных редукторах.

Исследованиями установлены некоторые общие закономерности изменения КПД трансмиссий в зависимости от типа агрегата и режима работы. Это позволяет дать приближенную оценку КПД трансмиссии проектируемого автомобиля.

Экспериментальные графики, характеризующие потери мощности в редукторных механизмах в зависимости от режимов работы механизмов могут быть найдены в соответствующей технической литературе. Некоторые из них приведены в относительных величинах, определяемых отношением текущего значения к номинальному. На рис. 7 приведены значения КПД первой передачи трансмиссии в зависимости от частоты, при разных значениях относительного момента.

Для расчета потерь мощности на трение в узлах, которые передают нагрузку, можно использовать экспериментально установленные значения КПД шестеренчатых зацеплений. Считается, что пара цилиндрических шестерен передает мощность с КПД 0,98%, а конических – 97%.

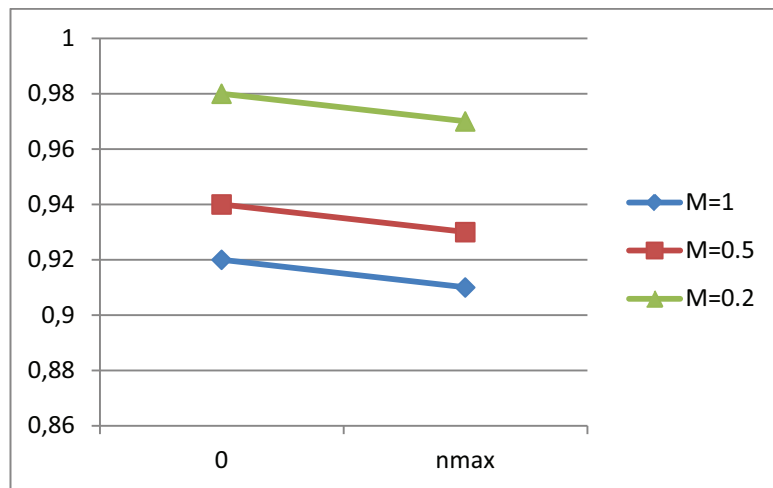


Рис. 7. Зависимости КПД первой ступени коробки передач от частоты вращения

Потери во всей трансмиссии автомобиля обычно определяют экспериментально совместно с потерями в подшипниках ведущих колес, прокручивая трансмиссию с заданной скоростью при вывешенных ведущих колесах. Если известен крутящий момент $M_{x\ x}$, потребный для прокручивания незагруженной трансмиссии, ее КПД можно найти по формуле:

$$\eta_{тш} = \eta \left(1 - \frac{M_{x\ x}}{M_e} \right)$$

где $\eta_{ш}$ — КПД шестеренчатых зацеплений, через которые передается момент двигателя M_e , необходимый для обеспечения движения автомобиля в заданных условиях.

Разработанная математическая модель совместного расчета двигателя в составе силовой установки наземного транспортного средства позволяет рассчитывать динамику прямолинейного движения автомобиля с учетом режима работы двигателя, а так же расход топлива. Моделирование управления автомобилем осуществляется за счет задания изменения положения педали акселератора, такая модель позволяет рассчитать ездовой цикл.

На рис.8 показана блок-схема алгоритма расчета с помощью разработанной математической модели.

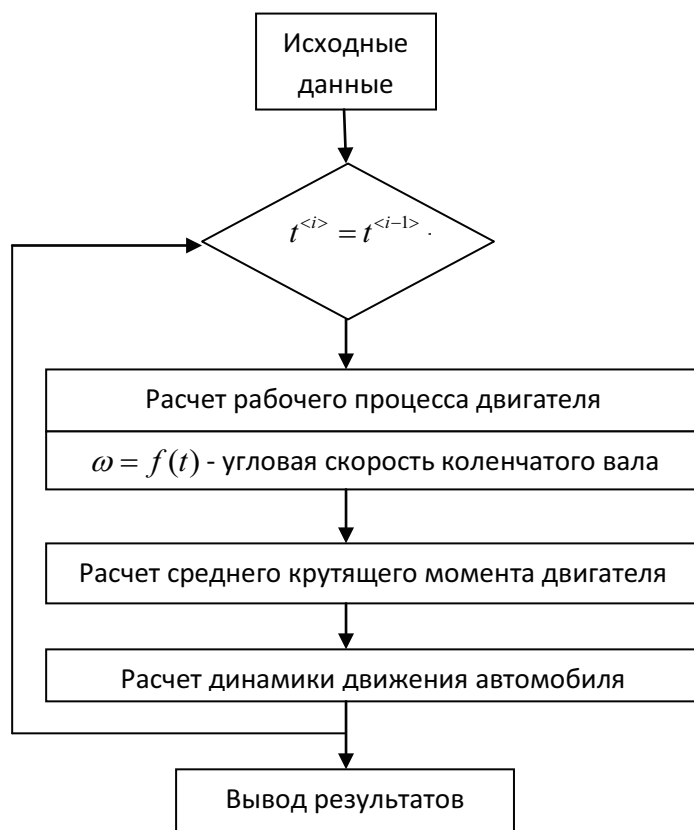


Рис. 8. Алгоритм расчета динамики автомобиля

Для решения приведенных дифференциальных уравнений используется метод Адамса-Башфорта. Общий вид решения дифференциального уравнения имеет вид [4]:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{24} h \cdot (55y'_i - 59y'_{i-1} + 37y'_{i-2} - 9y'_{i-3}) + O(h^5),$$

где $O(h^5) = \frac{251}{720} h^5 y^{(5)}$. Величина h называется шагом

В настоящее время на основе предлагаемой математической модели разрабатывается программа для ЭВМ, которая позволит оценивать как динамические качества транспортного средства, работу самого двигателя на переходных режимах и его тепловое состояние, так и оценивать различные показатели транспортного средства в целом в зависимости от конструктивных особенностей исполнительных механизмов.

Список литературы

1. Двигатели внутреннего сгорания. Теория поршневых и комбинированных двигателей (4-е изд.)/А.С. Орлин [и др.] М.: Машиностроение, 1983. 382с.
2. Emission Test Cycles//DieselNet.com: Online information service on clean diesel engines and diesel emissions. URL http://dieselnet.com/standards/cycles/ece_eudc.php.

3. Гришкевич А.И. Автомобили: Теория. – Мн.:Выш. Ншк., 1986. 208 с.
4. Вычислительная математика. Часть вторая: Учебное пособие для студентов дневного и заочного обучения технических и химико-технологических специальностей/ В.С. Асламова, А.Г. Колмогоров, Н.Н. Сумарокова. Ангарская государственная техническая академия. – Ангарск: АГТА, 2005г. 94с.