

Определение погрешностей обработки, вызванных деформациями базовых деталей приспособлений.

77-48211/513921

11, ноябрь 2012

Булдакова А. Ю., Киселев В. Л.

УДК 658.512

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана

allabuldakova@mail.ru

na061969@mail.ru

При разработке технологических процессов проводятся расчеты, позволяющие прогнозировать точность изготовления деталей при принятых проектных решениях. Суммарная погрешность обработки определяется рядом первичных факторов, в том числе и погрешностями установки заготовки. В свою очередь погрешность установки является комплексным параметром, включающим в себя погрешности базирования и закрепления заготовки, а также погрешность приспособления. При закреплении заготовок происходит деформация элементов приспособлений. Эмпирические зависимости контактных деформаций установочных элементов приспособлений (опор, опорных пластин) приведены в [4]. Цель данной работы – оценить величину прогиба базовых деталей приспособлений (плит, угольников и др.) под действием сил закрепления и выявить влияние таких деформаций на дополнительные погрешности, которые возникнут при механической обработке заготовки.

Поставленную задачу можно решить одним из численных методов, предварительно осуществив переход от реальной сложной конструкции к расчетной схеме. Большинство базовых деталей приспособлений можно привести к пластинкам постоянной толщины, заземленным по всему контуру. Для этого при использовании специальных приспособлений необходимо лишь отбросить те части базовой детали, которые не деформируются, а при применении универсально-сборных приспособлений (УСП) надо также преобразовать имеющуюся пластинку с пазами в эквивалентную пластинку постоянной толщины. Если толщина полученной пластинки мала по сравнению с остальными ее размерами, т. е. отношение толщины пластинки к наименьшему из двух других размеров находится в пределах 0.05...0.2, то при расчете можно пользоваться

теорией тонких пластинок [3] и проводить оценку деформаций срединной плоскости пластинки, для чего удобно и целесообразно использовать или вариационный метод Ритца, или метод конечных элементов.

При решении задачи методом Ритца [2] задаем форму изогнутой поверхности пластины в виде ряда

$$z(x, y) = \sum c_i z_i(x, y), \quad (1)$$

где c_i - подлежащие определению коэффициенты;

$z_i(x, y)$ - координатные функции, каждая из которых удовлетворяет геометрическим граничным условиям.

Далее подставляем это выражение в формулу полной энергии системы Π

$$\dot{I} = U + V, \quad (2)$$

где $U = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) dy dx$ – энергия деформации пластинки постоянной

толщины h ,

где $D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \mu^2)}$ – жесткость пластинки при изгибе [6],

где E - модуль упругости; μ - коэффициент Пуассона;

$V = -\sum_{i=1}^m P_i z(x_i, y_i) - \sum_{j=1}^k \int_0^a \int_0^b q_j z(x, y) dy dx$ – потенциал внешних сил,

действующих на пластинку, при наличии m сосредоточенных сил P_i и k распределенных сил q_j .

Полная энергия системы оказывается выраженной через постоянные c_i , т.е. $\dot{I} = \dot{I}(c_i)$.

Из требования стационарности энергии следует

$$\partial \dot{I} / \partial c_i = 0. \quad (3)$$

Очевидно, что уравнения (3) представляют собой систему линейных уравнений относительно \tilde{f}_i . Решение этой системы, подставленное в формулу (1), дает искомую функцию перемещений $z(x, y)$.

Пользуясь для решения задачи методом конечных элементов [5,7] сначала условно разбиваем пластинку на отдельные прямоугольные конечные элементы (наносим сетку) так, чтобы точки приложения сосредоточенных сил (или приведенных к ним распределенных сил) совпадали с узлами на границах элементов. При принятых допущениях в каждом из четырех узлов конечного элемента (рис. 1) три неизвестных перемещения – прогиб срединной плоскости и два угла поворота, поэтому исходная функция перемещений имеет вид

$$z = f_1 + f_2x + f_3y + f_4x^2 + f_5y^2 + f_6xy + f_7x^2y + f_8xy^2 + f_9x^3 + f_{10}y^3 + f_{11}x^3y + f_{12}xy^3),$$

где f_i – независимые коэффициенты, определяемые из граничных условий.

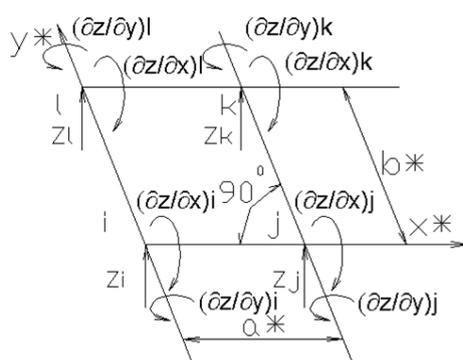


Рис. 1. Конечный элемент пластинки.

Далее находим матрицы жесткости отдельных конечных элементов, ансамблируя которые по узлам сетки получаем матрицу жесткости всей пластинки $[R]$, которая устанавливает связь между известной из условия матрицей сил $[P]$ и искомой матрицей перемещений $[Z]$

$$[R] \cdot [Z] = [P].$$

В качестве примера (рис. 2) рассмотрим влияние деформаций угольника УСП 1 (ГОСТ 15207-70), которые возникают при закреплении заготовки корпусной детали 2, на точность обработки самой детали. Схема базирования заготовки - по трем плоскостям,

основная плоскость образована тремя точечными опорами со сферическими наконечниками 3, деталь закрепляется двумя прихватами 4. Таким образом, на исследуемый угольник действуют пять сосредоточенных несимметрично расположенных сил: три из них являются составляющими силы закрепления детали Q , точки приложения этих сил соответствуют расположению опор 3; две другие силы возникают из-за того, что один из прихватов 4 расположен на данном угольнике, точки приложения этих сил соответствуют положению фиксирующего и опорного элементов прихвата.

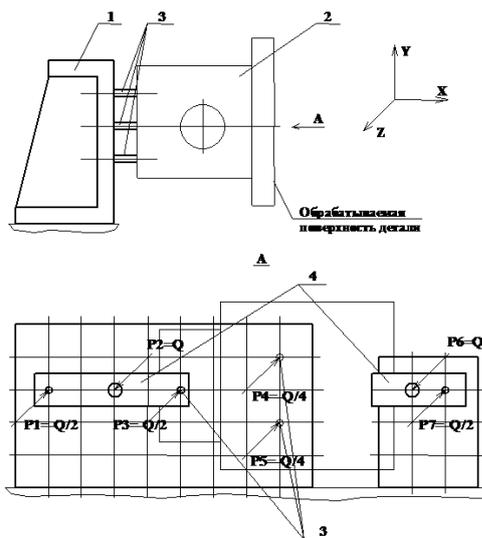


Рис. 2. Схема для определения деформаций

Сравним два варианта конструкции, в первом из которых применяется цельный угольник (рис. 3а), а во втором используется составная конструкция из двух угольников, жестко соединенных между собой планкой (рис. 3б). Размеры элементов угольников следующие:

$$a = 0.54\text{ì}; a' = 0.24\text{ì}; a'' = 0.3\text{ì}; b' = 0.3\text{ì}; l_1 = 0.12\text{ì}; l_2 = 0.18\text{ì}; h' = 0.035\text{ì};$$

$$h_1 = 0.0165\text{ì}; h_2 = 0.0\text{ì}; t_1 = 0.016\text{ì}; t_2 = 0.004\text{ì}.$$

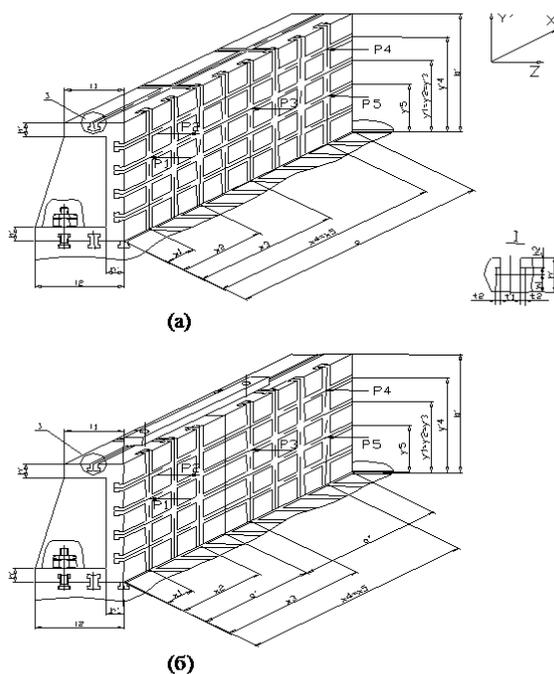


Рис. 3. Фрагмент конструкции УСП для варианта 1 (а) и варианта 2 (б).

Расчетная требуемая сила закрепления $Q=33950\text{Н}$. Величины сил P_i , действующих на угольник, и координаты точек приложения этих сил сведены в таблицу 1.

Таблица 1. Исходные данные к расчету.

Сила	Величина силы	Координаты точек приложения сил, действующих		
		на реальную конструкцию (угольник)		на модель (пластинку)
		x , м	y' , м	$y = y' - h'$, м
P_1	$-Q/2$	0.6	0.18	0.145
P_2	Q	0.18	0.18	0.145
P_3	$-Q/2$	0.3	0.18	0.145
P_4	$-Q/4$	0.48	0.24	0.205
P_5	$-Q/4$	0.48	0.12	0.085

Проводим необходимые преобразования для первого варианта конструкции. На первом этапе (рис.4) заменяем пространственную деталь (угольник УСП) на модель – пластинку, защемленную по всему контуру, размер $a=0.54\text{м}$ которой не изменяется (считаем, что толщина боковых ребер мала), а размер $b = b' - 2h' = 0.23\text{м}$. После данного перехода координаты у точек приложения сил смещаются на величину h' (табл.1). На втором этапе (рис. 5) приводим пластинку с пазами, наибольшая толщина которой h' , к эквивалентной пластинке постоянной толщины h . Такой переход основан на том, что энергия деформации U при изгибе (при приложении изгибающих моментов M) должна быть одинакова для обеих пластин, т.е.

$$U_1 = \int_0^b \int_0^a \frac{M^2}{2 \cdot D'} dx dy, U_2 = \int_0^b \int_0^a \frac{M^2}{2 \cdot D} dx dy,$$

где $D' = \frac{E \cdot (h')^3}{12(1 - \mu^2)}$, $D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \mu^2)}$ – жесткости пластинок;

$$U_1 = U_2 \rightarrow \int_0^b \int_0^a \frac{dx dy}{(h')^3} = \int_0^b \int_0^a \frac{dx dy}{h^3}.$$

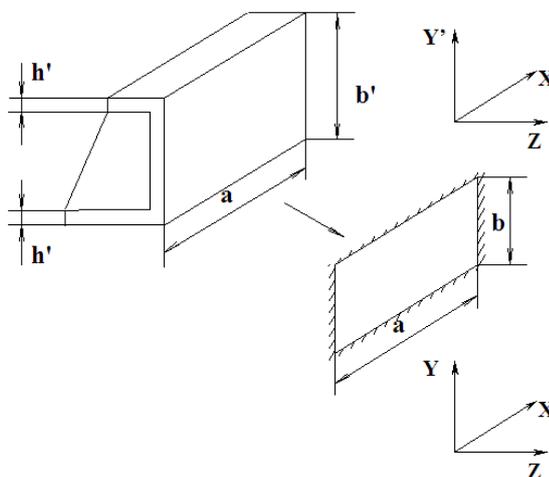


Рис. 4. Замена пространственной детали на пластинку (пазы не показаны).

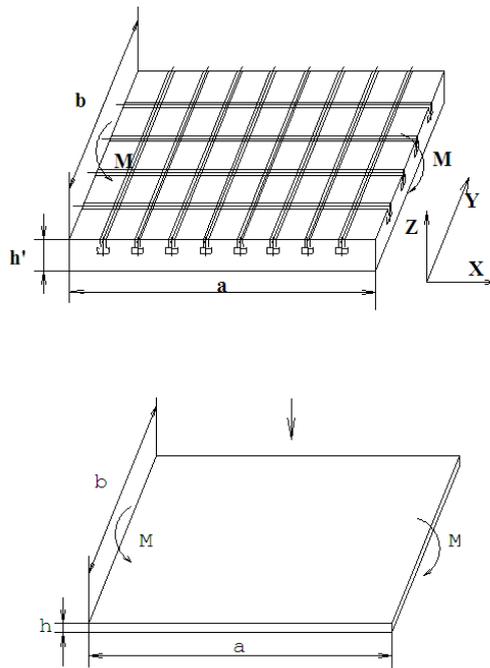


Рис. 5. Переход от пластинки с пазами к эквивалентной пластинке постоянной толщины.

Зная размеры паза (рис.2) и количество пазов, записываем

$$\frac{S_1}{h_1^3} + \frac{S_2}{(h_1 + h_2)^3} + \frac{S_3}{(h')^3} = \frac{ab}{h^3} \rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{ab}{\frac{S_1}{h_1^3} + \frac{S_2}{(h_1 + h_2)^3} + \frac{S_3}{(h')^3}}}$$

где

$$S_1 = 4t_1a + 8t_1(b - 4t_1), S_2 = 4 \cdot 2t_2(a - 8t_1) + 8 \cdot 2t_2(b - 4(t_1 + 2t_2)), S_3 = ab - S_1 - S_2 -$$

площади соответствующих фрагментов пластинки и получаем, что $h=0.0213\text{м}$.

Расчетная схема для второго варианта конструкции (рис. 6б) отличается от расчетной схемы, построенной выше для первого варианта конструкции (рис. 6а) лишь тем, что на границе двух угольников (пластинок) необходимо поставить заделку. Формально можно рассматривать две отдельные пластинки, защемленные по всему контуру, одна из которых нагружена двумя силами, а другая - тремя. Т.к. для удобства решения задачи желательно, чтобы оси координат проходили через края пластинок, вводим для второй пластинки новую систему координат $X'YZ$, смещенную на величину,

равную размеру первой пластинки a' , тогда $x'_3 = x_3 - a' = 0.3 - 0.24 = 0.06$ м;
 $x'_4 = x'_5 = 0.24$ м.

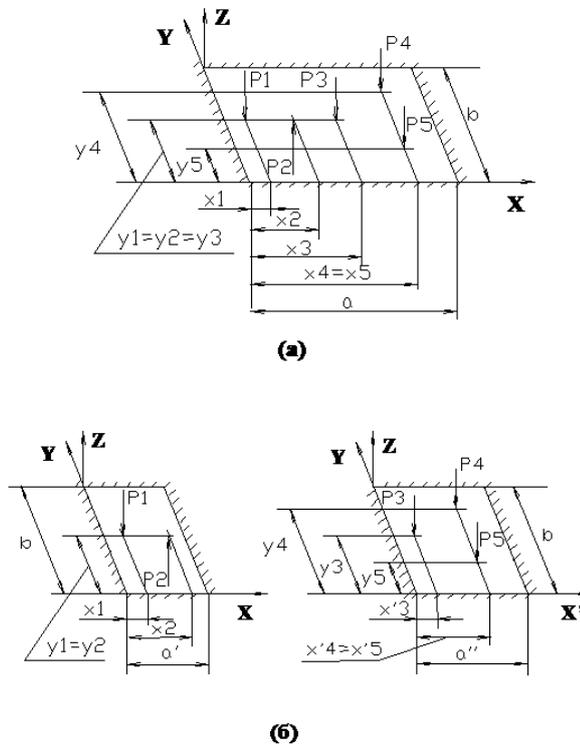


Рис. 6. Расчетные схемы для варианта 1 (а) и варианта 2 (б)

Решая задачу методом Ритца для определения деформаций ограничиваемся шестью слагаемыми ряда (1), тогда для пластинки с размерами a и b функция перемещений следующая

$$z(x, y) = x^2(x - a)^2 y^2(y - b)^2(c_1 + c_2x + c_3y + c_4x^2 + c_5xy + c_6y^2).$$

Эта функция удовлетворяет условиям заделки (прогибы и углы поворота равны нулю вдоль всего защемленного контура пластинки), т. е.

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 \text{ и } x = a \rightarrow z = 0; \frac{\partial z}{\partial x} = 0; \\ \text{при } y = 0 \text{ и } y = b \rightarrow z = 0; \frac{\partial z}{\partial y} = 0. \end{aligned}$$

Используя соответствующую программу на языке MATLAB для нашего примера получаем следующие функции перемещений

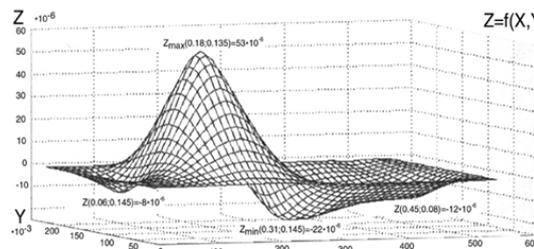
для варианта 1

$$z = x^2(x - 0.54)^2 y^2(y - 0.23)^2 (48.468 - 128.404x + 403.442y - 147.998x^2 - 1256.824xy - 123.913y^2);$$

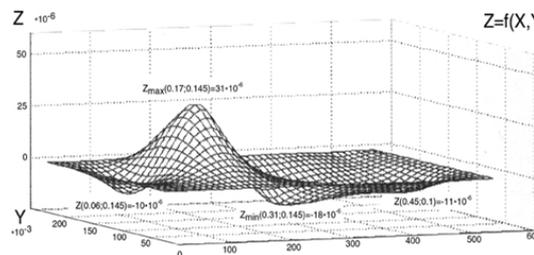
для варианта 2

$$z_i = (z)_{x_i y_i}; Q_i^x = (\partial z / \partial x)_{x_i y_i}; Q_i^y = (\partial z / \partial y)_{x_i y_i}, i = 1, 2, \dots, n$$

Решение задачи методом конечных элементов (рис. 7) также выполнено на ЭВМ с помощью модулей Femlib, Fem, Graph и подпрограмм для описания конечно-элементной модели на языке Borland Pascal.



(а)



(б)

Рис. 7. Результаты расчета деформаций конструкции методом конечных элементов для варианта 1 (а) и варианта 2 (б).

Деформации угольника приведут к отклонению от параллельности базовой плоскости *A* и противоположной обрабатываемой плоскости *B* детали (рис. 8). Величину непараллельности Δ находим следующим образом. Учитывая, что базовая плоскость установлена на три точечные опоры, определяем изменение координаты z этих точек после деформации угольника (считаем, что координаты x и y не изменятся). Данные, полученные при использовании, например, функций перемещений, полученных методом Ритца, сведены в таблицу 2.

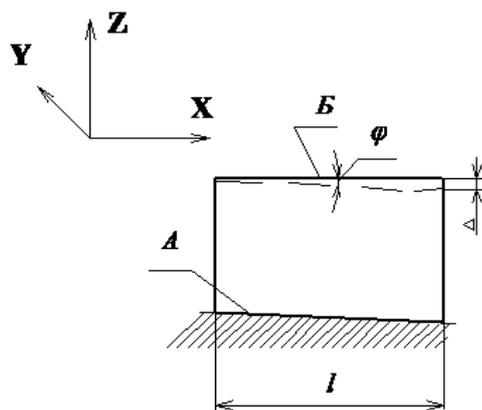


Рис. 8. Схема для определения величины непараллельности плоскостей.

Таблица 2. Координаты точек приложения сил после деформации угольника.

Сила	Координаты					
	вариант 1			вариант 2		
	x, м	y, м	z, м	x', м	y, м	z, м
P ₃	0.3	0.145	$-1.7 \cdot 10^{-6}$	0.06	0.145	$-13.2 \cdot 10^{-6}$
P ₄	0.48	0.205	$-2.0 \cdot 10^{-6}$	0.24	0.205	$-0.7 \cdot 10^{-6}$
P ₅	0.48	0.085	$-8.2 \cdot 10^{-6}$	0.24	0.085	$-8.5 \cdot 10^{-6}$

Далее, зная уравнение базовой плоскости $z = 0$ и составляя уравнение обрабатываемой плоскости в виде $Ax + By + Cz + D = 0$ [8]

для варианта 1

$$-0.408 \cdot 10^{-6} x + 1.116 \cdot 10^{-6} y - 0.0216z - 0.0762 \cdot 10^{-6} = 0,$$

для варианта 2

$$1.032 \cdot 10^{-6} x + 1.404 \cdot 10^{-6} y - 0.0216z - 0.5506 \cdot 10^{-6} = 0$$

находим угол φ между плоскостями по формуле

$$\varphi = \arccos \left(\frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}} \right),$$

тогда при длине корпусной детали $l = 0.3$ м

для варианта 1

$$|\Delta| = l \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = 16.5 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

для варианта 2

$$|\Delta| = l \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 = 24.2 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Таким образом, в данном случае наиболее целесообразно использование той конструкции приспособления, в которой применяется цельный угольник (вариант 1), так как, несмотря на большую абсолютную величину деформации базовой детали приспособления (рис. 7, 8), величина непараллельности Δ базовой и обрабатываемой плоскостей здесь меньше на 32 %, чем при использовании составной конструкции приспособления из двух угольников (вариант 2).

Приведенные выше методики для оценки деформаций можно применять к компоновкам УСП и специальных приспособлений, имеющим в качестве базовых деталей угольники и плиты. Установив величину деформации базовой детали приспособления, технолог определяет, как эти погрешности будут переноситься на обрабатываемую заготовку и, при необходимости, вовремя вносит конструктивные или технологические изменения. Например, увеличивает толщину базовой детали приспособления, выбирает другую схему закрепления или другую компоновку приспособления в целом, корректирует режимы резания, заменяет режущий инструмент, проводит обработку за большее количество рабочих ходов для уменьшения сил резания и, соответственно, требуемых сил закрепления.

Список литературы

1. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. - М.: Стройиздат, 1982. - 447 с.
2. Бидерман В. Л. Механика тонкостенных конструкций. - М.: Машиностроение, 1977. - 487 с.
3. Ивович В. А. Переходные матрицы в динамике упругих систем: Справочник. - М.: Машиностроение, 1981. - 184 с.
4. Корсаков В. С. Основы конструирования приспособлений. - М.: Машиностроение, 1983. - 278 с.
5. Справочник по теории упругости / Под. Ред. П. М. Варвака. - Киев: Будівельник, 1971. - 419 с.
6. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. - М.: Наука, 1966. - 636 с.
7. Трудоношин В. А. Пивоварова Н. В. Математические модели технических объектов. - М.: Высшая школа, 1986. - 159 с.
8. Канатников А. Н., Крищенко А. П. Аналитическая геометрия. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1998. – 387 с.