электронный научно-технический журнал
ИНЖЕНЕРНЫЙ ВЕСТНИК
издатель ФГБОУ ВПО «Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана»

Совершенствование методов решения задачи встречи при стрельбе зенитной артиллерии по движущимся воздушным объектам

77-48211/479464

10, октябрь 2012

Кондаков С. Е., Грудин А. В., Григоров А. В.

УДК.358.116; 519.615.

Россия, МГТУ им. Н.Э. Баумана
grigav2005@yandex.ru
andreygru@yandex.ru
ksemoscow@yandex.ru

Решение задачи встречи при стрельбе зенитной артиллерии предполагает, что по определенным за некоторый предшествующий период времени «до текущего момента» данным накоплены измерения положений воздушного объекта и по ним, посредством применения сглаживающе-дифференцирующих фильтров, определяются параметры движения в соответствии с выбранной гипотезой движения воздушного объекта. Обычно, такими параметрами движения являются значения трех прямоугольных координат (X, Y, H) и трех прямоугольных составляющих вектора скорости (V_x, V_y, V_h) на текущий момент, что соответствует гипотезе прямолинейного равномерного движения в произвольном направлении (в том числе – с пикированием). Более сложные гипотезы, предполагающие маневрирование воздушного объекта, себя не оправдывают из-за слишком низкой достоверности результата.

Задача встречи в упрощенной постановке сводится к определению в пространстве той точки, до которой движущийся воздушный объект и снаряд (выпущенный в текущий момент времени) долетят одновременно, в том случае, если параметры движения воздушного объекта будут сохраняться неизменными. Если движение воздушного объекта при этом детерминировано и поддается аналитическому расчету, то движение снаряда по баллистической траектории в условиях взаимодействия с атмосферой определяется сложной зависимостью и задается, как правило, в виде набора основных и дополнительных таблиц стрельбы, содержащих с некоторым, достаточно малым шагом, зависимости положения снаряда от времени и коэффициенты, определяющие аддитивные поправки на отклонение условий стрельбы от номинальных.

В тексте статьи приводится описание традиционных [3] численных методов решения задачи встречи, описание границ их применимости и предлагается новый численный метод, расширяющий применимость итерационных методов, в том числе – для высокоскоростных воздушных объектов.

Традиционно, для решения нелинейного уравнения $D_{\text{во}}(\tau) = D_{\text{сн}}(\tau)$ (то есть равенство через интервал времени τ дальности до воздушного объекта и до снаряда) применяются итерационные численные методы. Эти методы должны обеспечивать сходимость и возможно меньшее число итераций.

Итерационный численный метод заключается в том, что принимается некоторое начальное значение одной из переменных данного уравнения (ключевой переменной), по нему определяются значения остальных переменных, после чего из них рассчитывается новое, уточненное значение ключевой переменной, а далее процедура повторяется уже с новым начальным значением ключевой переменной. Расчет считается завершенным тогда, когда изменение ключевой переменной между итерациями становится пренебрежимо малым.

Простая итерация [2] сводится к следующему:

а) на очередном j-том шаге итерационного процесса принимается начальное значение упрежденной дальности $D_{\text{у}j}$ (в пределах допустимой дальности полета снаряда) и по нему находится полетное время снаряда τ_j

$$\tau_j = \tau(D_{\text{у}j})$$

б) рассчитывается прогнозируемое (упрежденное) положение воздушного объекта на момент истечения найденного полетного времени снаряда

$$X_{\text{у}j} = X + V_x \tau$$

$$Y_{\text{у}j} = Y + V_y \tau$$

$$H_{\text{у}j} = H + V_h \tau$$

$$D_{\text{во}} = \sqrt{X_{\text{у}j}^2 + Y_{\text{у}j}^2 + H_{\text{у}j}^2}$$

в) полученная прогнозируемая дальность воздушного объекта считается новым начальным приближением упрежденной дальности на (j+1)-ом шаге, используемым в п. а) описываемого метода

$$D_{\text{у}j+1} = D_{\text{во}}$$

На рисунке 1 приведен процесс постепенного уточнения решения методом простой итерации для низкоскоростного воздушного объекта, при первом начальном приближении дальности – ноль. Участок в 3 секунды слева от нуля соответствует времени накопления данных.

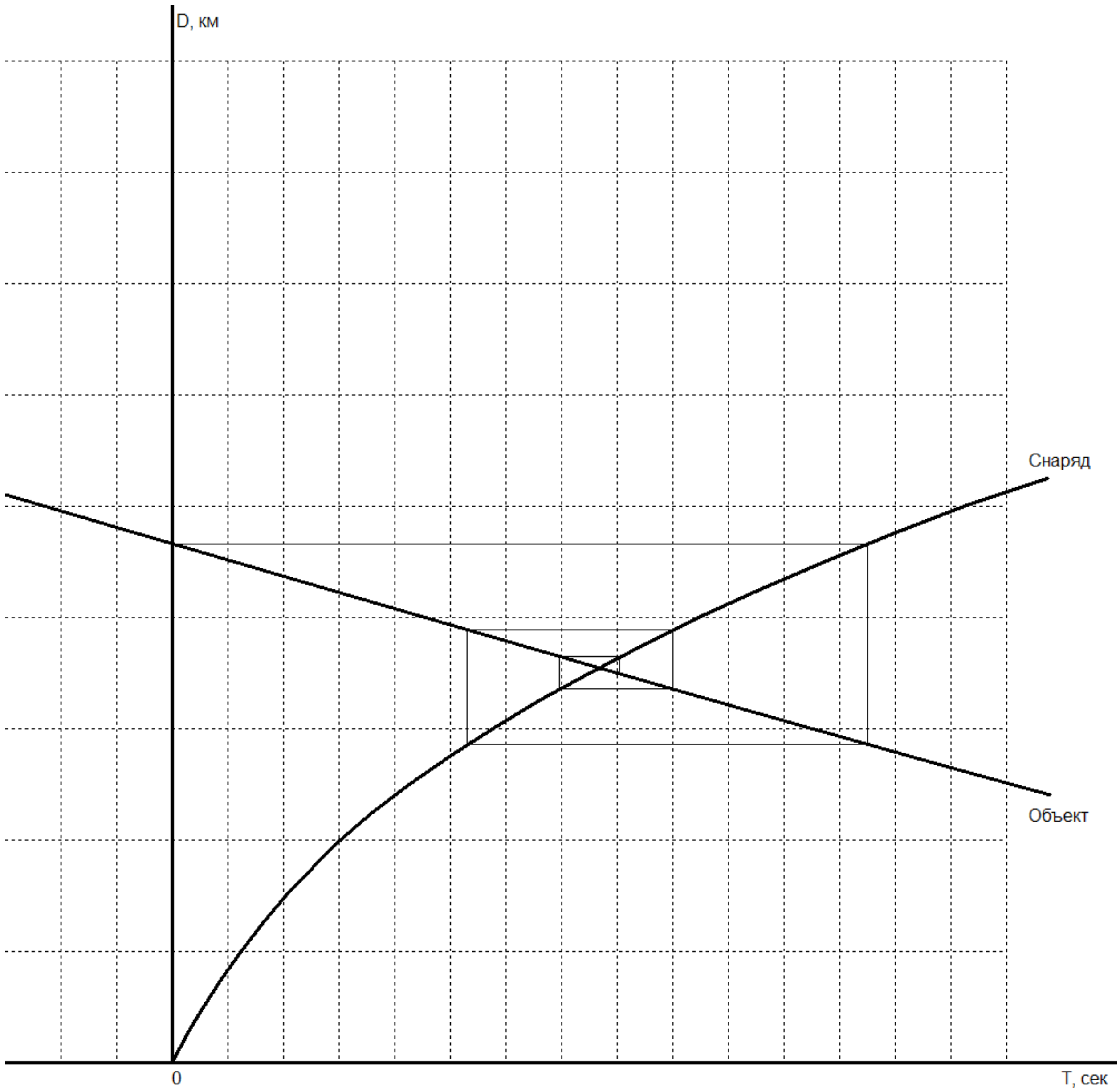

Рисунок 1

Метод простой итерации хорошо работает, пока скорость воздушного объекта мала по сравнению со скоростью снаряда. При стрельбе по воздушным объектам, имеющим скорости, сопоставимые со скоростью снаряда, метод простой итерации не работает, так как «спираль», приведенная на рисунке 1 из сжимающейся превращается в расходящуюся. В данном случае для решения необходимо применить более сложный, но и обладающий лучшей сходимостью, итерационный метод. В качестве такого метода в ряде зенитных комплексов применялся дихотомический итерационный метод. Его отличие от метода простой итерации заключается в том, что пункт в) описанного выше алгоритма реализуется так, что новым начальным приближением упрежденной дальности принимается полусумма предшествовавшего начального приближения и вновь рассчитанной прогнозируемой дальности воздушного объекта [1]

$$D_{\text{у}j+1} = \frac{D_{\text{у}j} + D_{\text{во}}}{2}$$

На рисунке 2 приведен итерационный процесс при применении дихотомического метода. В качестве начального приближения взята также нулевая дальность.

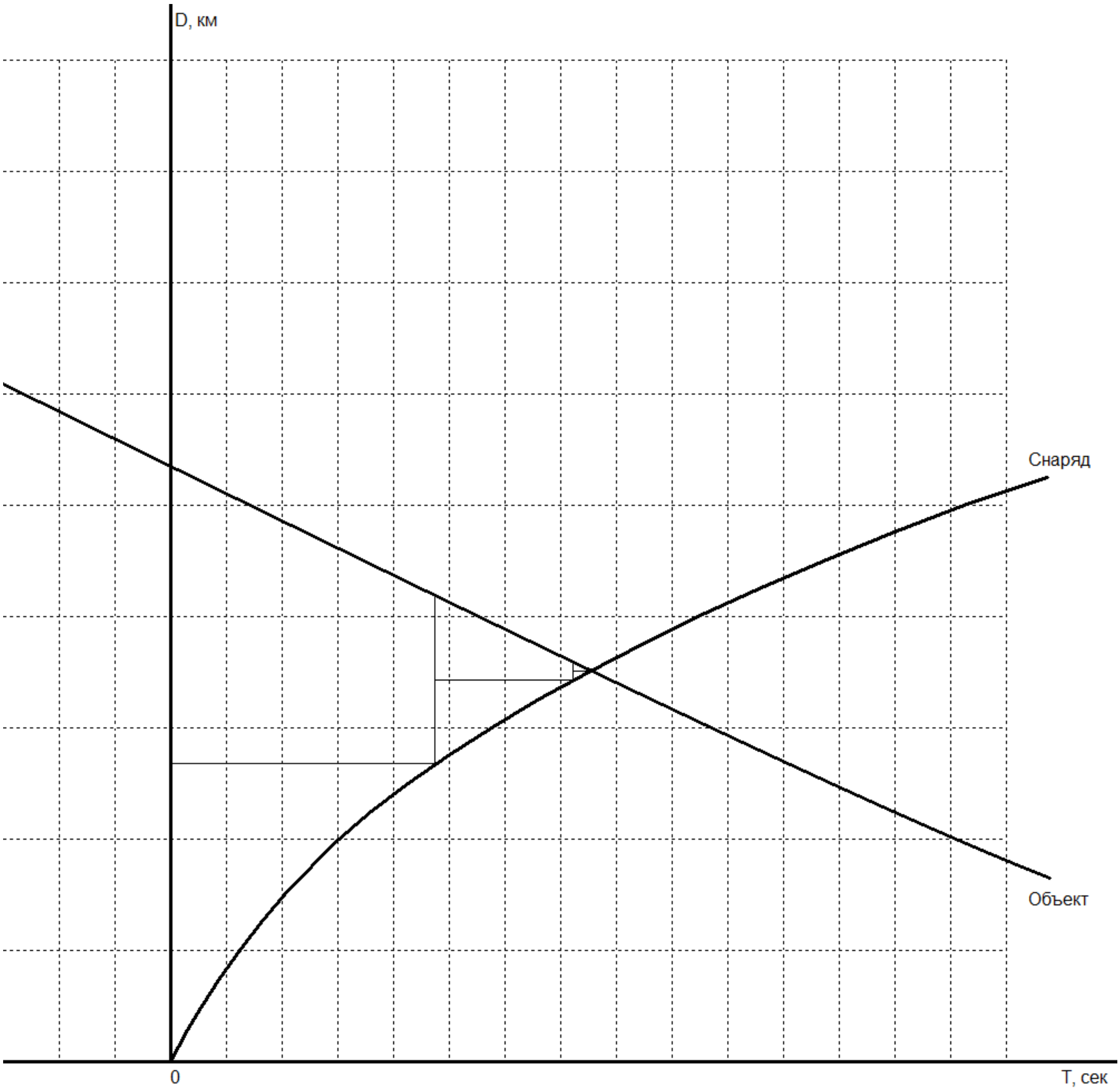

Рисунок 2

Для медленно движущихся воздушных объектов дихотомический метод требует большего числа итераций, чем метод простой итерации. Однако он применим и к воздушным объектам с малыми скоростями, и к воздушным объектам со скоростями, сопоставимыми со скоростью зенитного снаряда. Использование метода простой итерации и дихотомического метода для решения задачи встречи описаны в классическом труде Н.Ф. Лаврова [3].

Современные условия воздушной обстановки диктуют требования вести обстрел высокоскоростных воздушных объектов, движущихся с существенно сверхзвуковыми скоростями (например, ракет класса «воздух-земля»). Применение дихотомического метода для воздушных объектов, движущихся на скоростях, значительно превосходящих скорость снаряда, оказалось невозможным из-за того, что итерационный процесс стал расходящимся.

Наблюдающиеся эффекты изменения сходимости в зависимости от скорости цели и применяемого метода расчета упрежденной дальности в очередной итерации позволили предположить, что должен существовать обобщенный метод получения нового значения упрежденной дальности, описываемый как

$$D_{\text{у}j+1} = K(V) \times D_{\text{во}} + (1 - K(V)) \times D_{\text{у}j}$$

При этом величина K(V) представляет собой некоторый коэффициент, зависящий от скорости воздушного объекта. Легко видеть, что при K=1 получается метод простой итерации, а при K=0,5 – дихотомический метод. Таким образом, задачей становится найти такую зависимость K(V), которая обеспечивала бы наименьшее число итераций при широком диапазоне скоростей воздушных объектов.

Построив графики дальности до снаряда как функции времени и дальности до воздушного объекта как функции времени, легко увидеть, что точки A, B и C образуют фигуру, близкую к треугольнику (при этом точка A соответствует положению снаряда $D_{\text{у}j}$ в момент τ_j, то есть начальному приближению по дальности, точка B – положению воздушного объекта на тот же момент времени $D_{\text{во}}$, а точка C – точке решения задачи встречи). Данная картина отображена на рисунке 3.

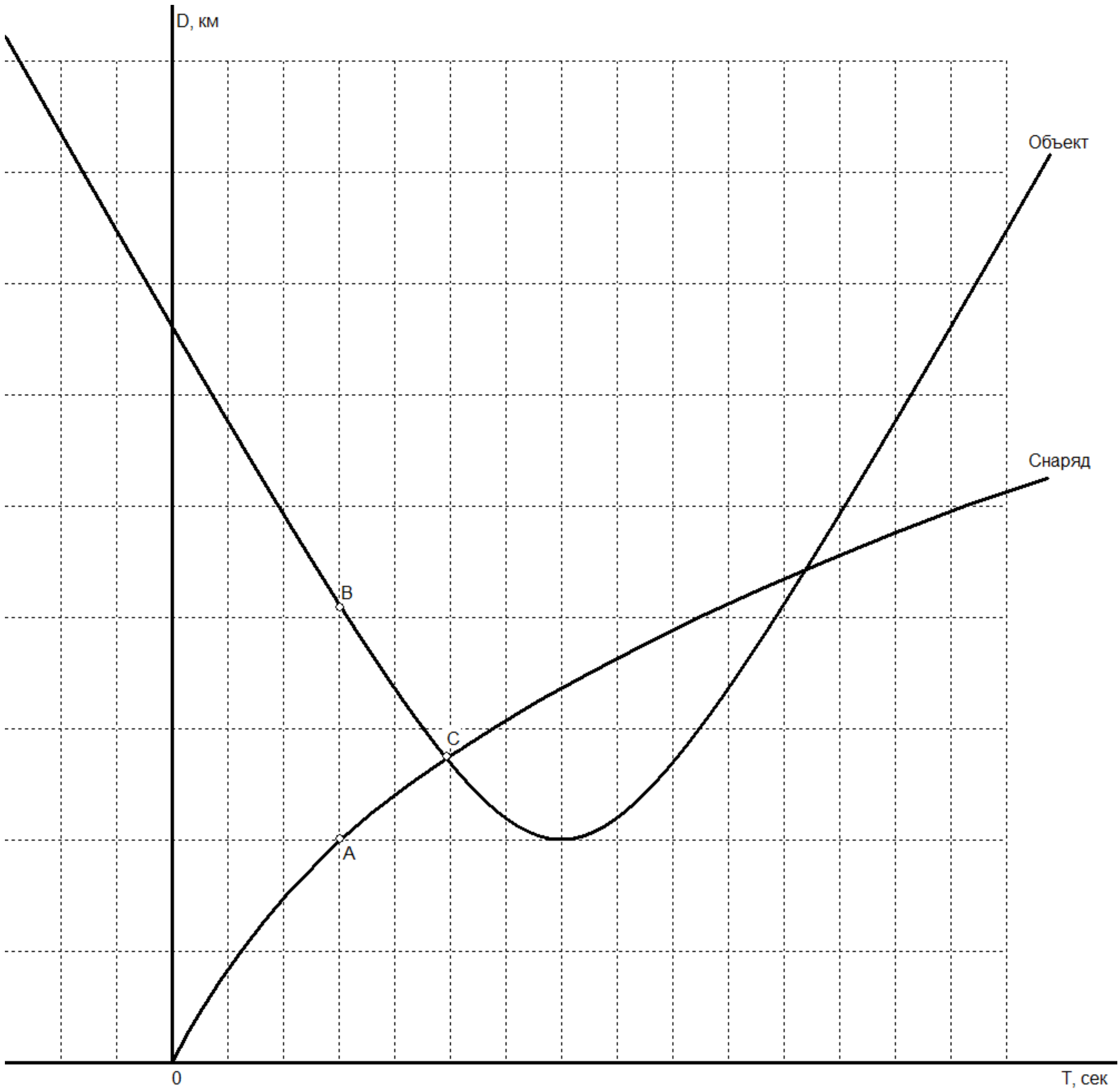

Рисунок 3

Эту фигуру можно линеаризовать, проведя касательные к кривым. Угол наклона касательной определяется радиальными скоростями снаряда и воздушного объекта в момент τ_j.

Радиальная скорость воздушного объекта на момент τ_j определяется по следующей формуле:

$$V_{R\text{во}}(\tau_j) = \frac{X(\tau_j)V_x + Y(\tau_j)V_y + H(\tau_j)V_h}{D_{\text{во}}(\tau_j)}$$

где $X(\tau_j) = X + V_x\tau_j$

$$Y(\tau_j) = Y + V_y\tau_j$$

$$H(\tau_j) = H + V_h \tau_j$$

$$D_{\text{во}}(\tau_j) = \sqrt{X^2(\tau_j) + Y^2(\tau_j) + H^2(\tau_j)}$$

Радиальную скорость снаряда можно оценить из таблиц стрельбы. Поскольку в таблицах приведена зависимость $\tau = \tau(D)$, построение таблиц $V_{R\text{сн}} = f(D)$ оказывается тривиальным действием.

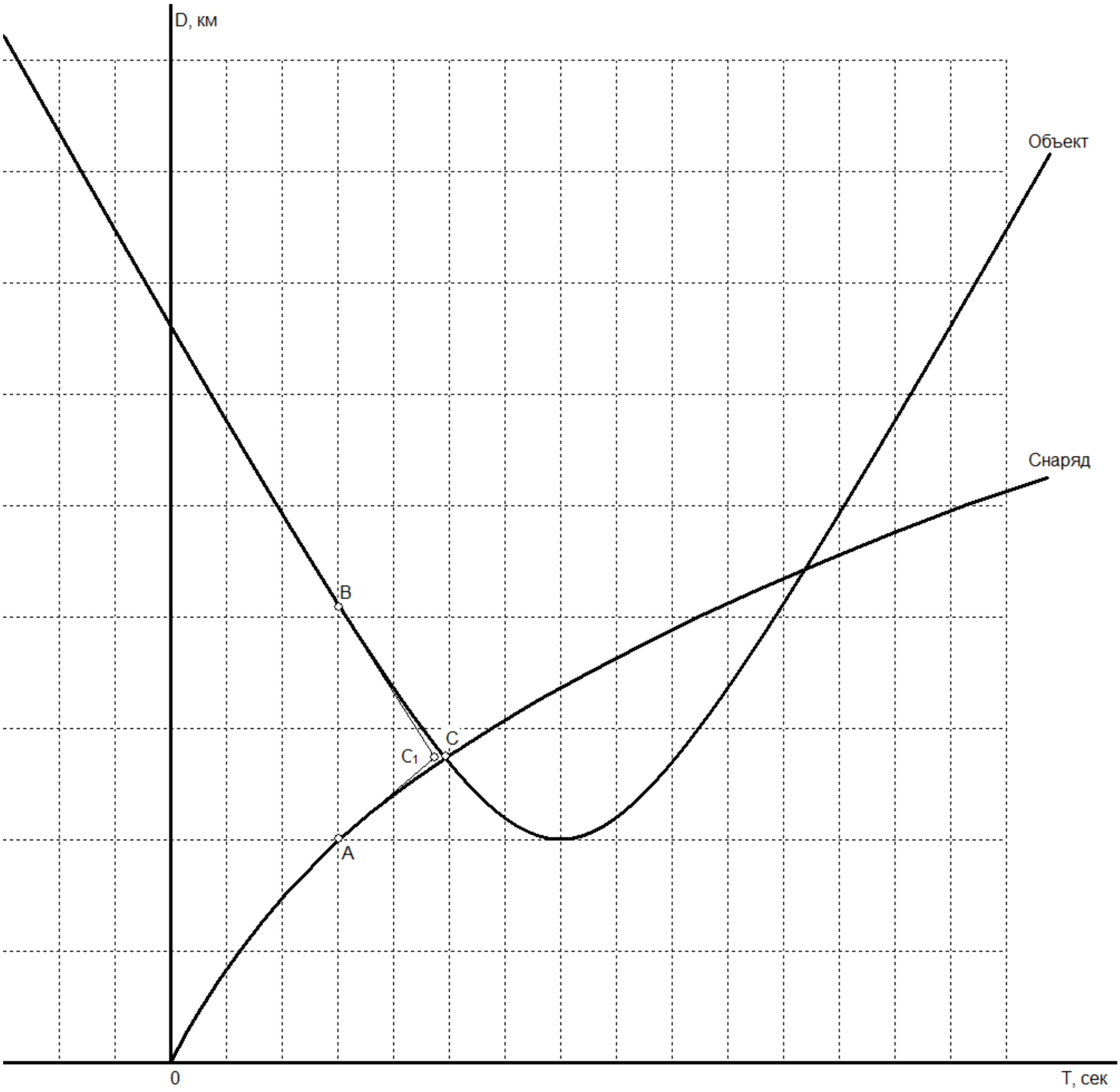

Рисунок 4

Рассмотрев треугольник с вершинами А, В, C_1, легко видеть, что точка C_1 является весьма хорошим приближением к точке С. Дальность до точки C_1 из правила пропорций вычисляется как

$$D_{C_1} = D_A + \frac{(D_B - D_A) \times V_{Rсн}}{(V_{Rсн} - V_{Rво})}$$

Иными словами, искомый коэффициент K(V) имеет вид

$$K(V) = \frac{V_{Rсн}}{(V_{Rсн} - V_{Rво})}$$

Действительно, при низкой *радиальной* скорости воздушного объекта этот коэффициент приближается к единице, при одинаковых (разнонаправленных) *радиальных* скоростях воздушного объекта и снаряда – к 0,5, что подтверждает целесообразность применения простой итерации для медленных объектов и дихотомического метода для объектов со скоростями, близкими к скорости снаряда. Дополнительным выводом является то, что формула корректно работает и в «догонной зоне», то есть при движении воздушного объекта на удаление с радиальной скоростью меньше скорости снаряда (приведено на рисунке 5). Исчезновение решения в точке $V_{Rсн} = V_{Rво}$ является естественным, так как в этот момент тормозящийся (о воздух) снаряд способен на мгновение соприкоснуться с воздушным объектом, а после этого – начнет отставать от него (приведено на рисунке 6).

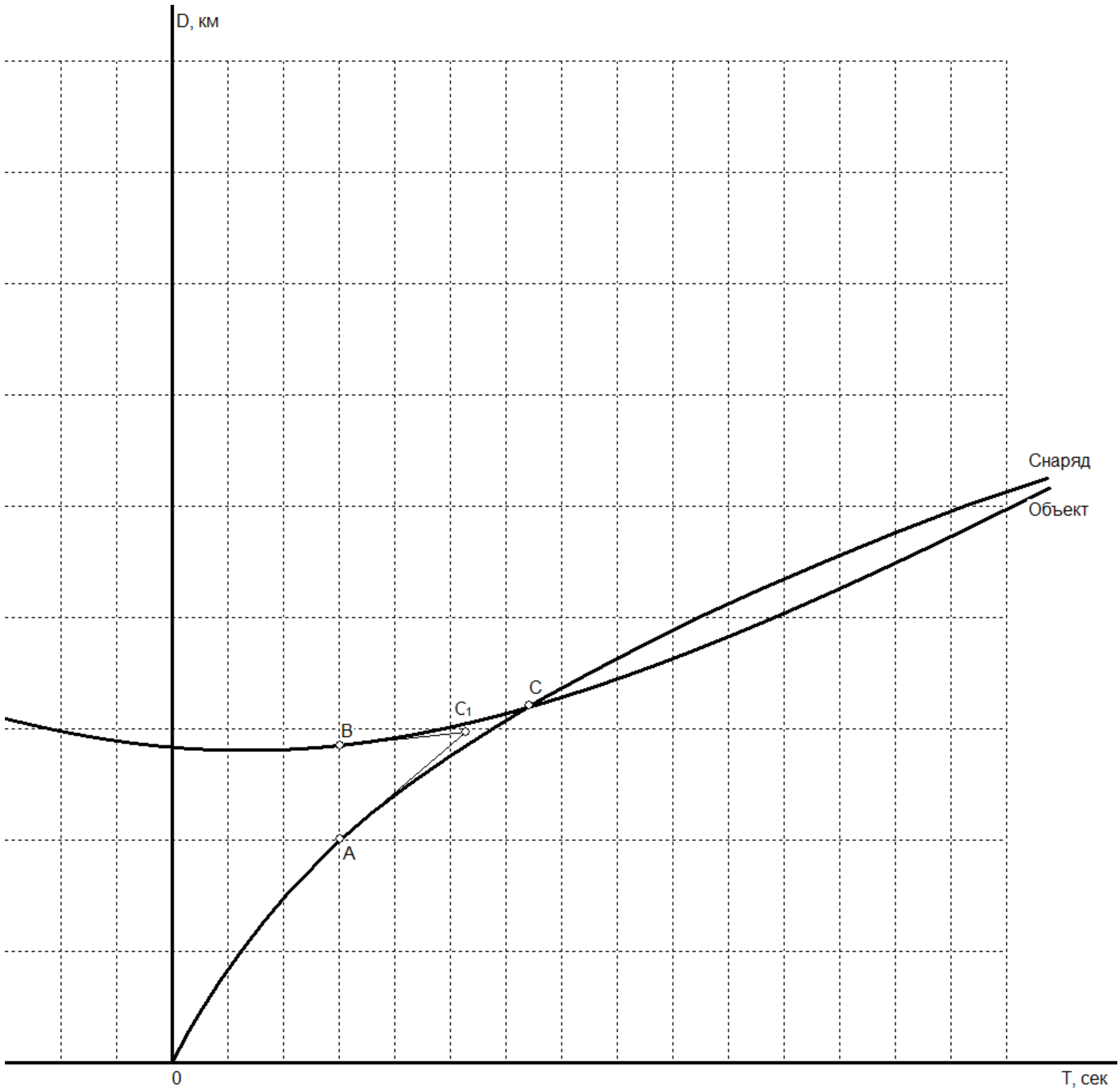

Рисунок 5

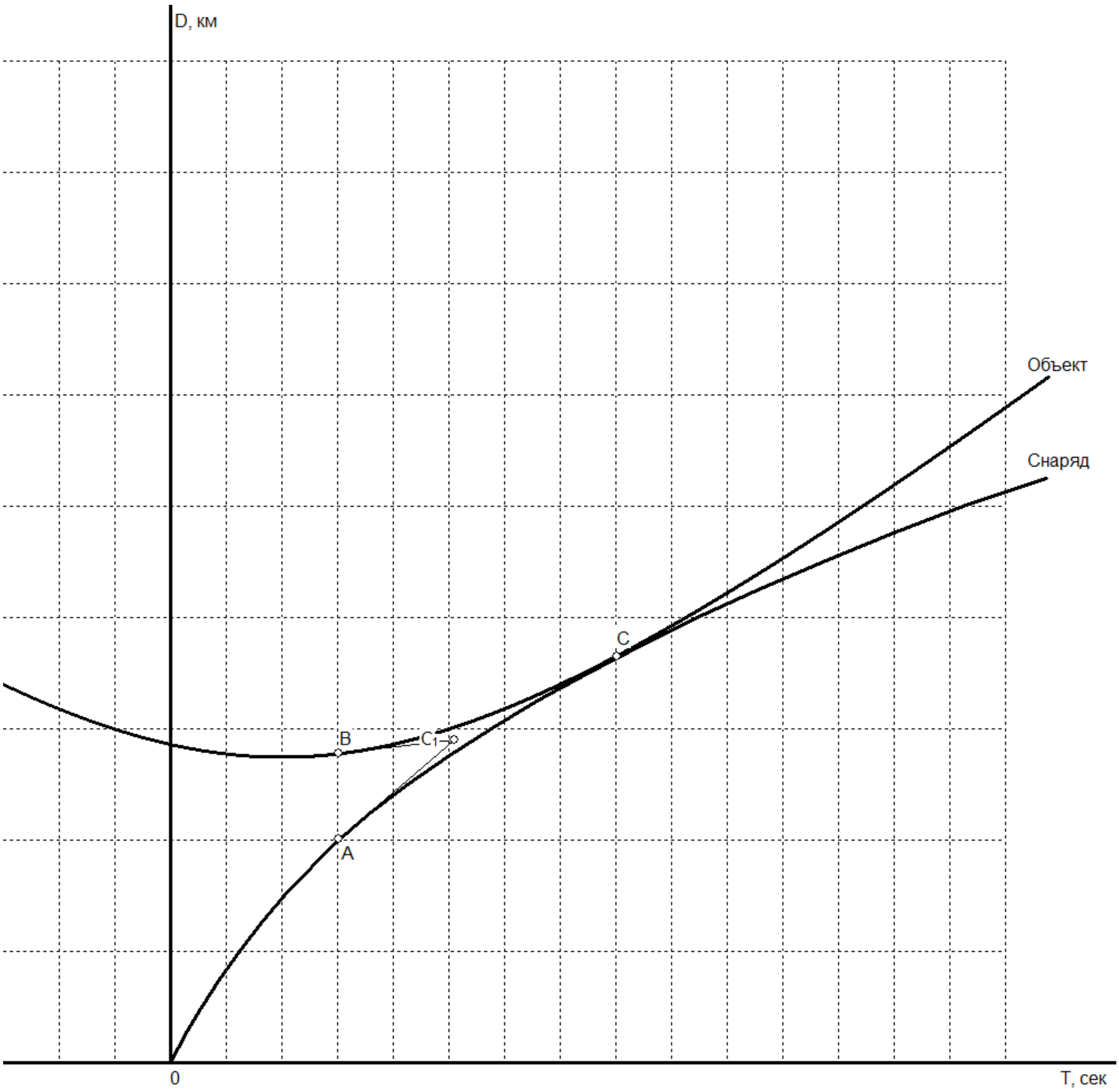

Рисунок 6

Предложенный метод позволяет уверенно решать задачу встречи для широкого набора траекторий воздушных объектов с малым числом итераций. Для проверки для ограниченного ряда траекторий (около 1 миллиона траекторий) было проведено решение задачи встречи с различными фиксированными значениями коэффициента K(V) при одинаковых начальных приближениях, и получено подтверждение, что минимальное количество итераций достигается при значении K(V), рассчитанном по предлагаемой формуле и в небольшой (порядка ±0.05) окрестности этого значения.

Вычислительная сложность данного метода невелика, так что его реализация является возможной даже на сравнительно слабых вычислителях зенитных артиллерийских комплексов, и затраты на вычисления с лихвой компенсируются сокращением числа итераций (даже при уменьшении числа итераций с пяти до четырех – уже обеспечивается выигрыш во времени расчета). Потребность в памяти также невелика

– требуется таблица в 20-30 ячеек для хранения радиальных скоростей снаряда на дискретных значениях дальности. Поскольку метод малочувствителен к небольшим отклонениям коэффициента K(V), эта таблица может не учитывать различия радиальной скорости снаряда на одной и той же дальности при разных углах возвышения, а также влияние отклонений условий стрельбы от номинальных.

Предлагается включить данный метод итерационного нахождения точки встречи при зенитной стрельбе в программу модернизации существующих зенитных артиллерийских (и ракетно-артиллерийских) комплексов с цифровой системой управления.

Список литературы

1. Амосов, А.А. Вычислительные методы для инженеров [Текст]/ А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. М.: Высшая школа, 1994. - 544 с. - ISBN 5-06-000625-5.
2. Волков, Е.А. Численные методы [Текст]/ Е.А. Волков. – 3-е изд., испр . – СПб. : Лань, 2004 . – 256 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература) . - ISBN 5-8114-0538-3.
3. Лавров Н.Ф. Вопросы теории ПУАЗО [Текст]/ Н.Ф. Лавров. М.: Государственное научно-техническое издательство ОБОРОНГИЗ, 1960. – 480 с.