

Аналитическое представление функции изменения продолжительности дневного времени

77-48211/453661

08, август 2012

Мишина Е. Л., Петросян О. Г., Попов В. С.

УДК 621.38

Россия, МГТУ им. Н. Э. Баумана

gavric-cat@rambler.ru

ogp.41@mail.ru

popov_vlad@mail.ru

Продолжительность дневного времени определяется как разность между астрономическим временем захода Солнца и его восходом и зависит от точки отсчёта на земной поверхности (т. е. долготы, широты) и календарного дня года. Обычно в календарях приводятся данные о времени восхода и захода Солнца, но в основном эти сведения не привязаны к той местности, которая интересует пользователя.

Изменение продолжительности дневного времени – это периодическая функция, полупериод которой определяется временем между днём весеннего и осеннего равноденствия, т. е. между 21/22 марта и 22/23 сентябрём. Плавающий характер этих дат связан с периодом вращения Земли вокруг Солнца и суточным вращением Земли вокруг собственной оси.

Существующая сетчатая система координат Земли в виде долготы и широты (параллели и меридианы) позволяет определить географическое месторасположение какой-либо точки поверхности Земли, но не всегда к этой точке можно привязать астрономические таблицы времени восхода и захода Солнца. Но, если объект находится вне зоны астрономических таблиц времени восхода и захода Солнца, то возникает проблема интерполяции этих таблиц, т. е. привязки их к той параллели или к той местности, которая интересует пользователя. Задача, таким образом, сводится к формированию табличной функции, на базе которой можно будет интерполировать имеющиеся данные из астрономических таблиц. Аргументом такой табличной функции будут фиксированные отрезки календарного года, а численное значение функции будут соответствовать продолжительности светового дня в этот день года.

В Таблице 1 [1] строки отражают продолжительность дневного времени (в минутах) с интервалом 10 дней, начиная с 22 марта и до 18 сентября. Данные, размещённые в столбцах, характеризуют продолжительность дневного времени по меридиану с дискретностью 5 градусов от экватора в определённые календарные дни.

Расстояние 5 градусов между параллелями - это примерно 560 км. Если аппроксимировать табличные данные в столбцах аналитическим выражением, в котором аргумент будет привязан к градусу параллели координатной сетки, то функция в этом

выражении будет характеризовать продолжительность светового дня вдоль меридиана. Скорости возрастания/убывания светового дня вдоль меридиана для каждой параллели существенно отличаются друг от друга: от минутных колебаний у экватора до полярного дня и ночи за 65-ой параллелью.

Таблица 1.

Продолжительность дневного времени в минутах

	22/03	1/04	11/04	21/04	1/05	11/05	21/05	31/05	10/06	20/06	30/06	10/07	20/07	30/07	9/08	19/08	29/08	8/09	18/09
0	727	730	732	735	738	740	742	743	745	745	745	743	742	741	739	736	734	731	728
5	728	734	741	744	747	753	756	759	761	761	761	760	756	750	749	744	739	733	729
10	728	737	745	751	757	763	768	774	778	781	779	778	773	769	762	755	747	739	730
15	729	740	751	762	773	782	790	796	799	801	800	797	791	783	775	765	754	743	732
20	730	745	759	773	785	797	806	814	820	822	820	815	809	799	789	776	762	748	734
25	731	749	767	784	800	814	827	836	843	846	843	838	829	817	803	788	772	753	736
30	732	754	775	796	816	834	848	860	868	871	869	863	851	837	820	801	780	759	738
35	733	759	785	811	835	856	871	888	898	901	898	891	877	860	839	817	792	767	740
40	734	767	797	827	855	882	904	922	933	947	934	924	908	887	862	834	805	775	744
45	736	775	812	847	882	914	941	962	977	982	979	966	946	920	890	856	821	785	747
50	739	784	829	873	914	954	989	1017	1026	1042	1038	1021	995	962	924	883	840	797	752
55	743	798	852	906	960	1009	1056	1093	1120	1132	1126	1103	1065	1020	960	918	865	812	758
60	748	816	884	954	1024	1092	1163	1231	1291	1321	1304	1250	1184	1114	1039	970	900	834	767
65																			

Работа выполнялась с помощью графического редактора в программной среде Lab View [2].

Среда Lab View предоставляет широкий выбор аппроксимирующих функций. В частности, в подпалитре «Математика» в «Экспресс-функции» Curve Fit предлагаются такие функции аппроксимации, как линейная, квадратичная, экспоненциальная и полиномиальная.

Таблица 1 – это двумерный массив данных. Из двумерного массива выделяется один столбец (рис. 1), и с помощью подпалитры «Функции аппроксимации данных» для каждого столбца создаётся аппроксимирующая функция. Полученные таким образом 19 функций заносятся в «узел Формулу» (Formula Node), на входе которой можно менять значение аргумента «X» от 0 до 12 с произвольным шагом. В частности, шаг 0,2 соответствует изменению широты на нашей таблице, начиная с 5 градусов от экватора до 65 параллели северной широты с дискретностью в 1 градус.

Если на вход Curve Fit подать массив, который будет представлять собой столбец таблицы 1, то на развороте функции Curve Fit можно определиться с выбором аппроксимирующей функции (линейная, экспоненциальная или степенной полином).

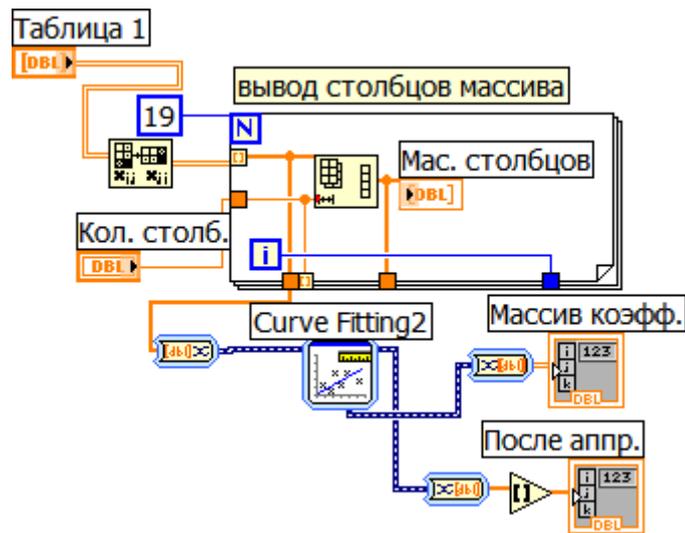


Рис.1. Вычисление коэффициентов полинома 5 степени

Таким образом, если для каждого столбца подобрана «своя» функция, то аргументом этой функции будет географический градус параллели, а численные значения функции на этой параллели сформируют новую строку, и тогда можно перейти к аппроксимации данных по строкам, с тем, чтобы сократить дискретизацию календарного года с 10 дней до одного календарного дня.

Предварительные исследования показали, что столбцы следует аппроксимировать полиномом не ниже 5 степени, а строки тригонометрическим рядом Фурье с числом гармоник не менее 5.

Вычисленные коэффициенты $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ для каждого из 19 столбцов вводились в полином

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5,$$

и все 19 уравнений записывались в «узел Формулу» (рис. 2).



Рис. 2. Функции аппроксимации столбцов таблицы 1

Вход «X» - это числовая характеристика градуса параллели. X=0 это начало отсчёта, что соответствует 5-ой параллели от экватора, а X=12 – это 65-ая параллель.

19 выходов «узла Формулы» формируют новые столбцы и соответственно новые строки данных таблицы 1. Если предварительно выбрать параллель «X», то это значение аргумента сформирует новую строку. Данные этой строки образуют одномерный массив, который будет постоянно обновляться в зависимости от выбранной широты. Новый массив на выбранной широте будет хранить информацию о продолжительности дневного времени с дискретностью 10 дней на упомянутом отрезке календарного года.

Фурье-аппроксимация в среде Lab View в палитре функций не предусмотрена. Авторы разработали простой и эффективный метод аппроксимации табличной функции

тригонометрическим рядом Фурье для любого числа гармоник с использованием функции «узел Формула», помещённую в структуру «For Loop» (рис. 3).

На вход «X» через структуру подаётся массив из табличных данных строки, которая предварительно была сформирована для заданной параллели.

Параметр $p=2\pi/N$, где N число столбцов в таблице 1, а «n» - число итераций. На выходе структуры формируются массивы коэффициентов тригонометрического ряда Фурье и через функцию «mean» численные значения этих коэффициентов направляются на вход следующего «узла Формулы».

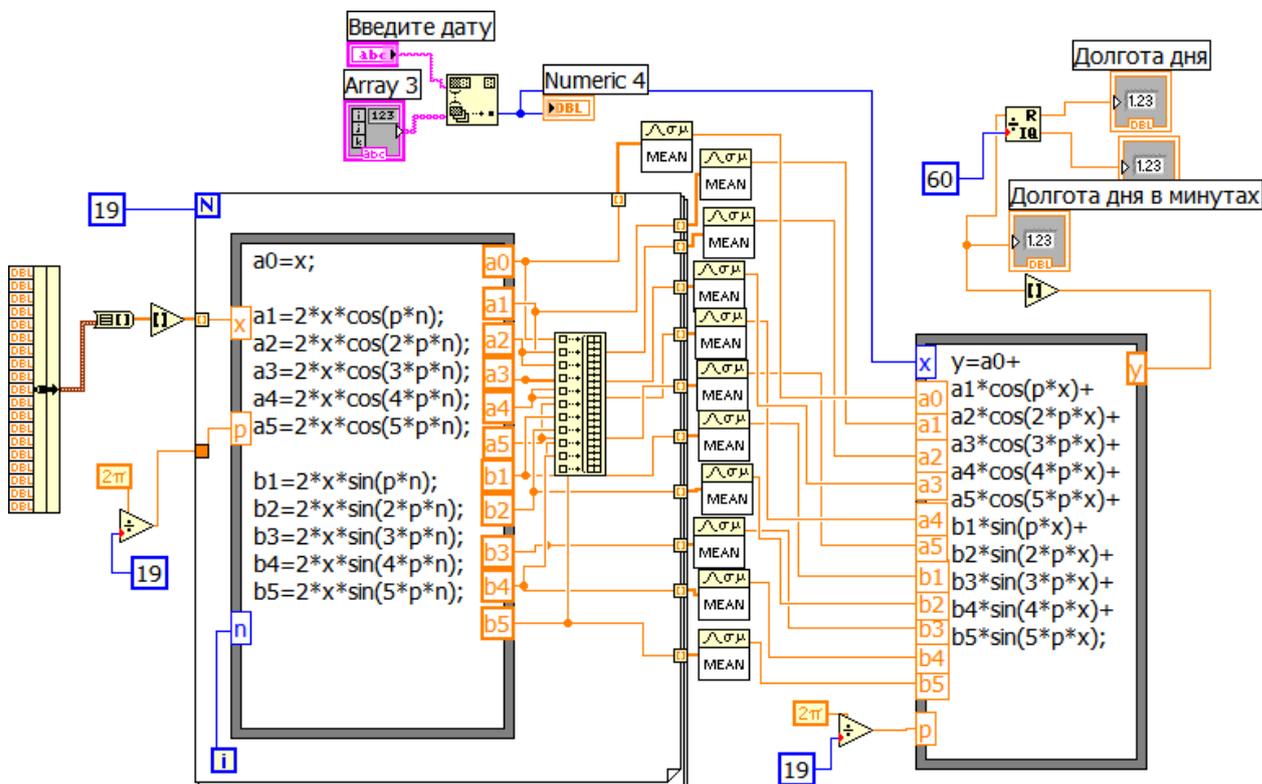


Рис.3. Блок-Диаграмма Фурье-аппроксимации табличной функции

Параметрами функции «Y» становятся коэффициенты ряда Фурье, а аргументом функции - индекс календарного дня года.

Индекс календарного дня года – это индекс строкового массива, строковые элементы которого – календарь года. На вход функции Match First String одновременно подаются строковый массив (Array 3) и строка (рис. 3). В эту строку надо ввести дату, например «18 сентября»



Рис. 4. Входные и выходные данные

и, если эта запись совпадает с записью одного из элементов массива, то функция Match First String выдаёт индекс, соответствующий этому дню года, если не совпадает, то числовой индикатор показывает «-1».

Таким образом, аппроксимация табличных данных по строкам на отрезке года (22.03 – 18.09) тригонометрическим рядом Фурье приводит к аналитическому выражению, аргументом которого становится календарный день года, а функция этого выражения будет определять продолжительность дневного времени в этот день года (рис. 4).

Метрологический аспект работы сводится к анализу погрешности аппроксимирующей функции. Совпадение полученных расчётных данных с табличными данными будет зависеть только от степени полинома и от числа гармоник тригонометрического ряда Фурье.

Пример сравнительных данных по продолжительности дневного времени в минутах (ось ординат) на широте города Курска за календарный период времени с 22.03 по 18.09 (180 дней) приводится в виде графика на рис. 5.

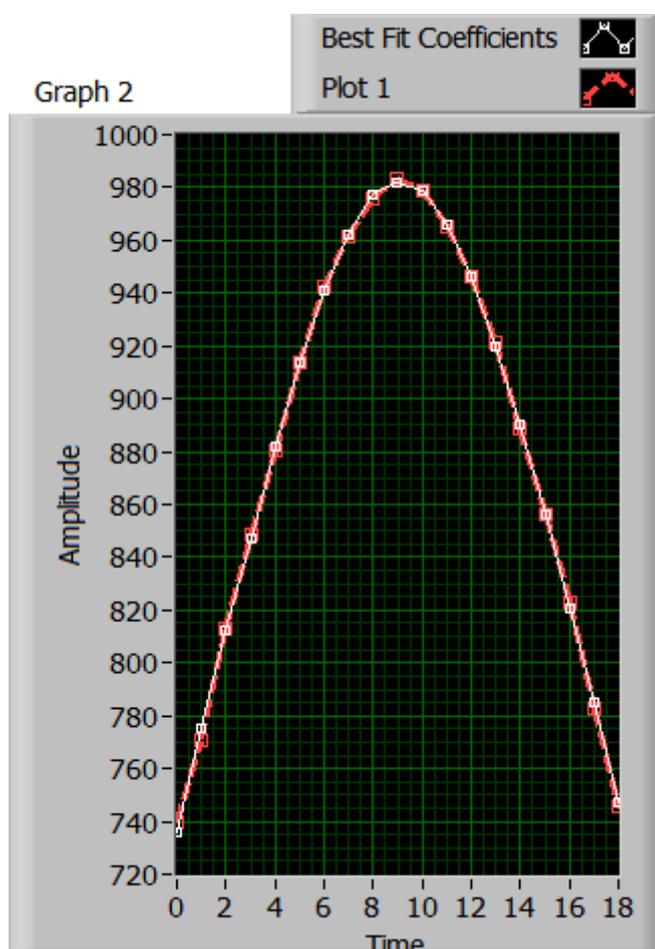


Рис. 5. Продолжительность дневного времени на широте г. Курска.

Максимальное расхождение между табличными и расчётными данными по продолжительности дневного времени в день весеннего равноденствия не превышают 5 минут, что на бытовом уровне вполне допустимо.

Дополним функцию продолжительности дневного времени на упомянутых широтах табличными данными до года (с 18.09 по 12.03) и представим её в трёхмерном измерении (рис. 6). Ось X (0 –12) - это изменение продолжительности дневного времени вдоль меридиана от 5 градусов северной широты до 65 параллели. Ось Y (0 – 36) – это дни года, ось Z – время в минутах.

3D Surface

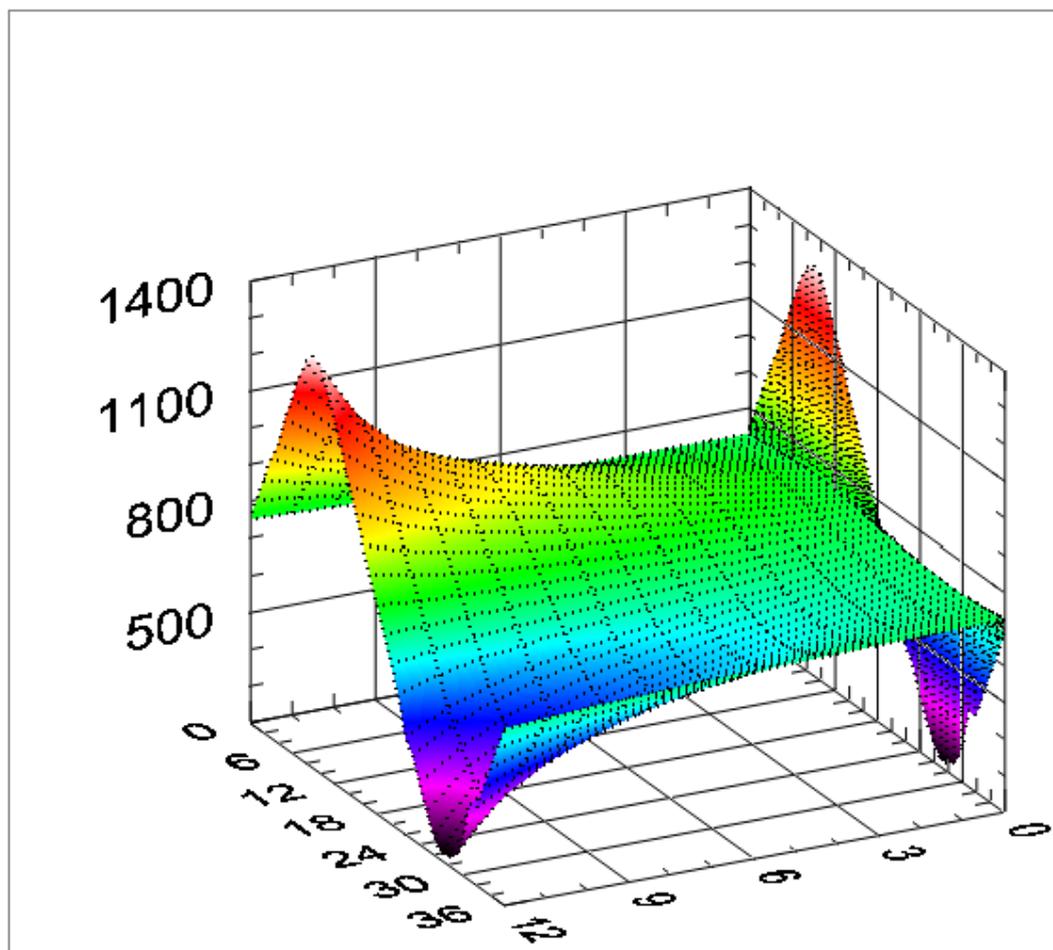


Рис. 6. График функции продолжительности дневного времени в течение года в трёхмерном измерении.

На плоскости YZ показана проекция изменения продолжительности дневного времени по широтам в течение года.

Время у отметки «800» на плоскости XZ и YZ– это время весеннего и осеннего равноденствия, которое вблизи экватора практически не меняется в течение года.

Литература

1. <http://www.vfrplanner.org/app/met/riseset/index.htm>
2. Суранов А. Я. Lab VIEW 8.20: Справочник по функциям. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 536 с.