

## Анизотропия распространения звука в магнитной жидкости с внутренним вращением

# 08, август 2012

DOI: 10.7463/0812.0441895

Овчинников И. Э.

УДК 532.591+537.84

Россия, «Московский государственный университет приборостроения и информатики»

[ovchinnikigor@yandex.ru](mailto:ovchinnikigor@yandex.ru)

### ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] в рамках теории магнитной жидкости с замороженной намагниченностью впервые была показана возможность распространения быстрой и медленной магнитозвуковых волн, а так же волны альфвеновского типа. Наиболее распространенной является модель магнитной жидкости с внутренним вращением [2, 3]. В работе [4] было показано существование волны альфвеновского типа наряду со звуковой волной в модели магнитной жидкости с внутренним вращением. Для других моделей магнитной жидкости получается распространение одной гидродинамической волны [5].

### 1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ФЕРРОГИДРОДИНАМИКЕ С ВНУТРЕННИМ ВРАЩЕНИЕМ

В [2, 3] предложена система уравнений для магнитной жидкости с внутренним вращением. Дисперсионное уравнение для гидродинамических волн в данной жидкости было получено и решено для двух частных случаев распространения волн параллельно и перпендикулярно внешнему магнитному полю в [4]. Целью настоящей работы является вывод дисперсионного уравнения по методу [6-8] и получение решений для всех

значений угла между направлением распространения волны и внешним магнитным полем, а так же численные расчеты анизотропии скорости ультразвука.

Система уравнений для магнитной жидкости с внутренним вращением [2-4] включает в себя

уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0,$$

уравнение сохранения импульса

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla p + (\vec{M} \nabla) \vec{H} - \nabla \left( \frac{\vec{S}}{I} (\vec{S} - I \vec{\Omega}) \right) + \eta \Delta \vec{v} + \frac{\nabla \times (\vec{S} - I \vec{\Omega})}{2\tau_s},$$

уравнение эволюции намагниченности

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{M} = -\frac{1}{\tau_B} \left( \vec{M} - \frac{M_0 \vec{H}}{H} \right) - \frac{\vec{M} \times \vec{S}}{I} - \vec{M} (\nabla \cdot \vec{v}), \quad (1)$$

уравнение эволюции объёмной плотности момента импульса

$$\frac{\partial \vec{S}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{S} = -\frac{\vec{S} - I \vec{\Omega}}{\tau_s} + \vec{M} \times \vec{H} - \vec{S} (\nabla \cdot \vec{v}),$$

магнитостатические уравнения Максвелла

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H} &= 0, \\ \nabla \cdot (\vec{H} + 4\pi \vec{M}) &= 0. \end{aligned}$$

Здесь  $\vec{v}$  - гидродинамическая скорость магнитной жидкости;  $\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{v}/2$ ;  $\vec{S}$  - объёмная плотность момента импульса;  $\rho$  - плотность магнитной жидкости;  $p$  - давление;  $I = \pi d^5 \rho_T n / 60$  - момент инерции частиц, содержащихся в единице объёма магнитной жидкости;  $\rho_T$  - плотность твёрдой фазы;  $V_p = \pi d^3 / 6$  - объём частицы магнетита,  $\eta = \eta_0 + (5\eta_0 \phi / 2)$  - динамическая вязкость магнитной жидкости со сферическими твердыми частицами по формуле А. Эйнштейна ( $\eta_0$  - вязкость жидкости-носителя),  $\phi$  - объёмная доля частиц магнетита, которая является безразмерной величиной меньше

единицы;  $\tau_B = 3V_p \eta_0 / k_B T$  - броуновское время ориентационной релаксации магнитного момента;  $\tau_s = d^2 \rho_T / 60 \eta_0$  - время затухания собственного вращения малой частицы в вязкой жидкости,  $d$  - диаметр частицы магнетита.

Магнитные наночастицы находятся в однодоменном состоянии и слабоконцентрированная магнитная жидкость подобна суперпарамагнитному газу, поэтому равновесная намагниченность  $M_0$  в однородном стационарном магнитном поле  $\vec{H}_0$  описывается формулой Ланжевена [9]

$$M_0 = \varphi M_s L_0 = \varphi M_s \left( \text{cth} \xi - \frac{1}{\xi} \right), \quad (2)$$

где  $\xi_0 = M_s V_p H_0 / k_B T$ ,  $M_s$  - намагниченность насыщения магнетита,  $k_B$  - константа Больцмана,  $T$  - температура по абсолютной шкале.

Для исключения объемной плотности момента импульса среды  $\vec{S}$  в [4,10] использовано условие  $\omega \tau_s \ll 1$ , поэтому из уравнения эволюции намагниченности системы (1) в линейном приближении ( $\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{M}'$ ,  $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h}$ ) следует, что

$$\vec{S} = I \vec{\Omega} - \tau_s \vec{H}_0 \times (\vec{M}' - \chi \vec{h}),$$

где  $\chi = M_0 / H_0$  - магнитная восприимчивость.

Линеаризованная система уравнений принимает вид [4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \vec{v} &= 0, \\ \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= -\nabla p' + \eta \Delta \vec{v} + \chi \left( \vec{H}_0 \nabla \right) \vec{h} - \frac{\nabla \times \left( \vec{H}_0 \times (\vec{M}' - \chi \vec{h}) \right)}{2}, \quad (3) \\ \frac{\partial \vec{M}'}{\partial t} &= \frac{\vec{H}_0 \times \left( \vec{H}_0 \times (\vec{M}' - \chi \vec{h}) \right)}{\tau_t H_0^2} - \frac{\vec{H}_0 \left( \vec{H}_0 \cdot (\vec{M}' - \chi \vec{h}) \right)}{\tau_B H_0^2} - \chi \vec{H}_0 \times \frac{\nabla \times \vec{v}}{2} - \chi \vec{H}_0 \nabla \vec{v}, \\ \nabla \times \vec{h} &= 0, \\ \nabla \times (\vec{h} + 4\pi \vec{M}') &= 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим распространение однородных плоских волн. Поскольку в системе (1) учитываются диссипативные процессы, то волновой вектор представлен в комплексном виде [6-8]

$$\vec{K} = K \frac{\vec{q}}{q} = (q + i\alpha) \frac{\vec{q}}{q}$$

где  $i$  - мнимая единица,  $q = |\vec{q}|$  - волновое число и  $\alpha$  - коэффициент поглощения. Считаем, что покоящаяся магнитная жидкость  $\vec{v}_0 = 0$  находится в бесконечном объёме во внешнем магнитном поле  $\vec{H}_0$ , направленном вдоль оси  $Oz$ . Волновой вектор  $\vec{q}$  находится в плоскости  $yOz$  и образует угол  $\vartheta$  с осью  $Oz$ . Распространение волн малой амплитуды приводит к возмущению плотности, скорости и намагниченности, т. е.  $\rho = \rho_0 + \rho'$ ,  $v_i = v_{0i} + v'_i$ , и  $v_{0i} = 0$ . Решения для возмущений переменных  $\rho, v_x, v_y, v_z, M_x, M_y, M_z$  (штрихи пропущены) пропорциональны  $\exp[i(K(y \sin \vartheta + z \cos \vartheta) - \omega t)]$ , поэтому система уравнений (3) в матричной форме примет вид

$$(\hat{R} + \omega \hat{I}) \vec{U} = 0, \quad (4)$$

где  $\vec{U} = (\rho, v_x, v_y, v_z, M_x, M_y, M_z)^T$  - вектор состояния, компонентами которого являются амплитудные значения возмущений плотности  $\rho$ , скорости  $v_x, v_y, v_z$  и намагниченности  $M_x, M_y, M_z$ ,  $\hat{I}$  - единичная матрица.

Ненулевые компоненты матрицы  $R$  перечислены ниже:

$$\begin{aligned} R_{13} &= -\rho_0 K \sin \vartheta; \quad R_{14} = -\rho_0 K \cos \vartheta; \quad R_{22} = R_{33} = R_{44} = \frac{i\eta K^2}{\rho_0}; \quad R_{25} = \frac{H_0 K}{2\rho_0} \cos \vartheta; \\ R_{31} &= -\frac{u_0^2 K}{\rho_0} \sin \vartheta; \quad R_{36} = \frac{H_0 K}{2\rho_0} (1 - 4\pi\chi \sin^2 \vartheta) \cos \vartheta; \quad R_{37} = -\frac{2\pi\chi H_0 K}{\rho_0} \sin \vartheta \cos^2 \vartheta; \\ R_{41} &= -\frac{u_0^2 K}{\rho_0} \cos \vartheta; \quad R_{46} = -\frac{H_0 K}{2\rho_0} (1 + 4\pi\chi (1 + \cos^2 \vartheta)) \sin \vartheta; \\ R_{47} &= -\frac{2\pi\chi H_0 K}{\rho_0} (1 + \cos^2 \vartheta) \cos \vartheta; \quad R_{74} = -2R_{52} = -2R_{63} = -\chi H_0 K \cos \vartheta; \end{aligned}$$

$$R_{73} = 2R_{64} = -\chi H_0 K \sin \vartheta; R_{55} = i/\tau_t;$$

$$R_{66} = i \frac{1 + 4\pi\chi \sin^2 \vartheta}{\tau_t}; R_{67} = i \frac{4\pi\chi \sin \vartheta \cos \vartheta}{\tau_t};$$

$$R_{76} = i \frac{4\pi\chi_d \sin \vartheta \cos \vartheta}{\tau_t}; R_{77} = i \frac{1 + 4\pi\chi_d \cos^2 \vartheta}{\tau_B}.$$

Здесь обозначено  $\chi_d = \partial M_0 / \partial H_0$  - дифференциальная магнитная восприимчивость;  $\tau_t = 2\tau_B / (2 + \xi_0 L_0)$  - феноменологическое время релаксации перпендикулярной к  $\vec{H}_0$  и  $\vec{M}_0 = \chi \vec{H}_0$  компоненты намагниченности;  $u_0$  - скорость звука в магнитной жидкости без внешнего магнитного поля;  $\rho_0$  и  $\vec{H}_0$  являются равновесными значениями для невозмущённого состояния.

Приравнивая к нулю определитель матрицы (4), получаем уравнение, которое, очевидно, расщепляется на два дисперсионных уравнения

$$\left[ (a_1 + ia_2) z_\gamma^2 + (b_1 + ib_2) z_\gamma + c_1 + ic_2 \right] \left[ z_\gamma \left( 1 + \frac{i}{\omega \tau_t} \right) - a_0 \cos^2 \vartheta \right] = 0,$$

$$z_\gamma = x_\gamma - i \left( y_\gamma - \frac{\eta \omega}{\rho_0 u_0^2} \right); a_0 = \frac{w^2}{u_0^2}; w = H_0 \sqrt{\chi / 4\rho_0}; x_\gamma - iy_\gamma = \left( \frac{\omega}{u_0 K_\gamma} \right)^2.$$

Индекс  $\gamma$  у величин  $x_\gamma$ ,  $y_\gamma$ ,  $z_\gamma$ ,  $K_\gamma = q_\gamma + i\alpha_\gamma$  и фазовой скорости  $u_\gamma = \omega / q_\gamma$  принимает значения  $\gamma = f$  для быстрой магнитозвуковой волны,  $\gamma = s$  для медленной магнитозвуковой волны и  $\gamma = A$  для модифицированной волны альфвеновского типа.

Сначала рассмотрим уравнение, которое является линейным относительно неизвестного  $z_\gamma$ . Данное дисперсионное уравнение описывает распространение возмущений  $v_x$  и  $M_x$ , которые перпендикулярны волновому вектору и магнитному полю  $\vec{H}_0$ ,

$$z_A \left( 1 + \frac{i}{\omega \tau_t} \right) - a_0 \cos^2 \vartheta = 0. \quad (5)$$

Выражение (5) определяет модифицированную волну альфвеновского типа [4]. Из дисперсионного уравнения (5) получаются выражения для фазовой скорости и коэффициента поглощения

$$u_A = u_0 \sqrt{2} \sqrt{\frac{x_A^2 + y_A^2}{x_A + \sqrt{x_A^2 + y_A^2}}}, \quad (6)$$

$$\alpha_A = \frac{\omega}{u_0 \sqrt{2}} \frac{y_A}{\sqrt{(x_A^2 + y_A^2)(x_A + \sqrt{x_A^2 + y_A^2})}},$$

где

$$x_A = \frac{(\omega\tau_t)^2 a_0 \cos^2 \vartheta}{1 + (\omega\tau_t)^2},$$

$$y_A = \frac{\omega\tau_t a_0 \cos^2 \vartheta}{1 + (\omega\tau_t)^2} + \frac{\eta\omega}{\rho_0 u_0^2}.$$

Без учета сдвиговой вязкости из (6) получаются выражения для фазовой скорости и коэффициента поглощения

$$u_A = \frac{w |\cos \vartheta| \sqrt{2\omega\tau_t}}{\sqrt{\omega\tau_t + \sqrt{1 + (\omega\tau_t)^2}}}, \quad (7)$$

$$\alpha_A = \frac{\omega}{w |\cos \vartheta| \sqrt{2} \sqrt{\omega\tau_t + \sqrt{1 + (\omega\tau_t)^2}}},$$

В пределе  $\omega\tau_t \gg 1$  из (7) получается волна альфвеновского типа  $u_A = w |\cos \vartheta|$  и  $\alpha_A = 0$  [4], т. е. угловая зависимость получается такая же, как у волн данного типа в магнитной гидродинамике и феррогидродинамике с замороженной намагниченностью [5]. Для  $\vartheta = 90^\circ$  у  $\alpha_A$  есть расходимость, но  $u_A = 0$  и волна не распространяется.

В случае большой вязкости модифицированная волна альфвеновского типа (6) переходит в сдвиговую волну

$$u_A = \sqrt{\frac{2\eta\omega}{\rho_0}}, \quad (8)$$

$$\alpha_A = \sqrt{\frac{\omega\rho_0}{2\eta}}.$$

Теперь рассмотрим дисперсионное уравнение, которое является квадратным для неизвестного  $z_\gamma$  и описывает распространение возмущений величин  $\rho, v_y, v_z, M_y$  и  $M_z$ ,

$$(a_1 + ia_2)z_\gamma^2 + (b_1 + ib_2)z_\gamma + c_1 + ic_2 = 0. \quad (9)$$

Коэффициенты квадратного уравнения имеют вид

$$a_1 = 1 - \frac{1 + 4\pi(\chi \sin^2 \vartheta + \chi_d \cos^2 \vartheta)}{\omega^2 \tau_t \tau_B},$$

$$a_2 = \frac{1 + 4\pi\chi \sin^2 \vartheta}{\omega \tau_t} + \frac{1 + 4\pi\chi_d \cos^2 \vartheta}{\omega \tau_B},$$

$$b_1 = -a_1 - a_0(1 + 4\pi\chi \sin^2 \vartheta + 16\pi\chi \cos^2 \vartheta),$$

$$b_2 = -a_2 - \frac{a_0}{\omega \tau_B} \left( 1 + 4\pi(\chi \sin^2 \vartheta + \chi_d \cos^2 \vartheta) + \frac{16\pi\chi\tau_B}{\tau_t} \cos^2 \vartheta \right),$$

$$c_1 = a_0(1 + 4\pi\chi \sin^2 \vartheta + 16\pi\chi a_0 \cos^2 \vartheta),$$

$$c_2 = \frac{a_0}{\omega \tau_B} (1 + 4\pi(\chi \sin^2 \vartheta + \chi_d \cos^2 \vartheta)).$$

Решения уравнения (9) равны

$$x_\gamma - i \left( y_\gamma - \frac{\eta\omega}{\rho_0 u_0^2} \right) = \frac{-b_1 - ib_2 \pm \sqrt{D}}{2(a_1 + ia_2)},$$

где

$$D = (b_1 + ib_2)^2 - 4(a_1 + ia_2)(c_1 + ic_2).$$

Из последних соотношений следуют выражения для фазовой скорости

$$u_\gamma = u_0 \sqrt{2} \frac{\sqrt{x_\gamma^2 + y_\gamma^2}}{\sqrt{x_\gamma + \sqrt{x_\gamma^2 + y_\gamma^2}}} \quad (10)$$

и коэффициента поглощения волн

$$\alpha_\gamma = \frac{\omega y_\gamma}{u_0 \sqrt{2} \sqrt{(x_\gamma^2 + y_\gamma^2) (x_\gamma + \sqrt{x_\gamma^2 + y_\gamma^2})}},$$

где

$$x_\gamma = \frac{-b_1 a_1 - b_2 a_2 \pm (d_1 a_1 + d_2 a_2)}{2(a_1^2 + a_2^2)},$$

$$y_\gamma = \frac{-b_1 a_2 + b_2 a_1 \pm (d_1 a_2 - d_2 a_1)}{2(a_1^2 + a_2^2)} + \frac{\eta \omega}{\rho_0 u_0^2},$$

$$d_1 = \frac{D_2}{|D_2|} \sqrt{\frac{\sqrt{D_1^2 + D_2^2} + D_1}{2}},$$

$$d_2 = \frac{|D_2|}{\sqrt{2} \sqrt{\sqrt{D_1^2 + D_2^2} + D_1}},$$

$$D_1 = b_1^2 - b_2^2 - 4a_1 c_1 + 4a_2 c_2,$$

$$D_2 = 2b_1 b_2 - 4a_2 c_1 - 4a_1 c_2.$$

Таким образом, из дисперсионного уравнения (9) следует, что в магнитной жидкости с внутренним вращением распространяются еще два типа волн. По аналогии с магнитной гидродинамикой и феррогидродинамикой с вмороженной намагниченностью [5] назовем волну с большей фазовой скоростью быстрой магнитозвуковой волной, а с меньшей скоростью – медленной магнитозвуковой волной. Причем в выражениях для  $x_\gamma$ ,  $y_\gamma$  верхний знак соответствует быстрой волне, а нижний - медленной волне. Теперь отмечаем, что полученные три типа волн обладают сложной зависимостью фазовых скоростей и коэффициентов поглощения от угла  $\vartheta$ , т. е. анизотропией распространения.

В случае распространения волн параллельно полю, дискриминант является полным квадратом и дисперсионное уравнение (9) факторизуется в два независимых уравнения

$$\left(1 + \frac{i}{\omega\tau_t}\right)z_s - a_0 = 0, \quad (11)$$

$$\left(1 + i\frac{1+4\pi\chi_d}{\omega\tau_B}\right)z_f - 1 - 16\pi\chi a_0 - i\frac{1+4\pi\chi_d}{\omega\tau_B} = 0. \quad (12)$$

Уравнение (11) описывает связанные осцилляции скорости и намагниченности, вектор поляризации которых перпендикулярен волновому вектору, внешнему магнитному полю и вектору поляризации модифицированной волны альфвеновского типа в данном случае. Скорость и коэффициент поглощения данной медленной волны являются такими же, как у модифицированной волны альфвеновского типа при  $\vartheta = 0^\circ$ . Можно утверждать, что параллельно магнитному полю распространяются две модифицированные волны альфвеновского типа с поляризациями по осям  $Ox$  и  $Oy$ .

Уравнение (12) определяет осцилляции скорости и намагниченности, которые параллельны волновому вектору и внешнему магнитному полю, а так же плотности.

В случае распространения волн перпендикулярно полю, дискриминант так же является полным квадратом и дисперсионное уравнение (9) преобразуется в формулу

$$\left[ z_\gamma \left( 1 + i\frac{1+4\pi\chi}{\omega\tau_t} \right) - (1+4\pi\chi)a_0 \right] (z_\gamma - 1) = 0,$$

где равно нулю произведение двух сомножителей.

Приравнивая нулю первый сомножитель, получаем дисперсионное уравнение, которое определяет медленную волну с распространением возмущений  $v_z$  и  $M_y$

$$z_s \left( 1 + i \frac{1 + 4\pi\chi}{\omega\tau_t} \right) - (1 + 4\pi\chi)a_0 = 0.$$

Из данного дисперсионного уравнения определяются фазовая скорость и коэффициент поглощения медленной волны

$$u_s = u_0 \sqrt{2} \sqrt{\frac{x_s^2 + y_s^2}{x_s + \sqrt{x_s^2 + y_s^2}}},$$

$$\alpha_s = \frac{\omega}{u_0 \sqrt{2}} \frac{y_s}{\sqrt{(x_s^2 + y_s^2)(x_s + \sqrt{x_s^2 + y_s^2})}},$$

где

$$x_s = \frac{(1 + 4\pi\chi)a_0(\omega\tau_t)^2}{(1 + 4\pi\chi)^2 + (\omega\tau_t)^2},$$

$$y_s = \frac{(1 + 4\pi\chi)^2 a_0 \omega \tau_t}{(1 + 4\pi\chi)^2 + (\omega\tau_t)^2} + \frac{\eta\omega}{\rho_0 u_0^2}.$$

Данная медленная волна при большой вязкости переходит в сдвиговую волну (8).

В случае для малой вязкости фазовая скорость и коэффициент поглощения медленной волны имеют вид

$$u_s = \frac{w\sqrt{2(1 + 4\pi\chi)\omega\tau_t}}{\sqrt{\omega\tau_t + \sqrt{(1 + 4\pi\chi)^2 + (\omega\tau_t)^2}}}, \quad (13)$$

$$\alpha_s = \frac{\omega}{w\sqrt{2}\sqrt{\omega\tau_t + \sqrt{(1 + 4\pi\chi)^2 + (\omega\tau_t)^2}}}.$$

В отличие от волны альфвеновского типа медленная волна распространяется перпендикулярно внешнему магнитному полю.

Приравнивая нулю второй сомножитель получаем дисперсионное уравнение, которое определяет быструю волну с распространением возмущений  $\rho$ ,  $v_y$  и  $M_z$ ,

$$z_f - 1 = 0.$$

Решениями данного уравнения являются выражения для фазовой скорости и коэффициента поглощения быстрой волны

$$u_f = u_0 \sqrt{2} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\eta\omega}{\rho_0 u_0^2}\right)^2}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\eta\omega}{\rho_0 u_0^2}\right)^2}}},$$

$$\alpha_f = \frac{\omega \frac{\eta\omega}{\rho_0 u_0^2}}{u_0 \sqrt{2} \sqrt{\left(1 + \left(\frac{\eta\omega}{\rho_0 u_0^2}\right)^2\right) \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\eta\omega}{\rho_0 u_0^2}\right)^2}\right)}}.$$

В случае малости стоксова коэффициента поглощения

$$u_f \approx u_0, \quad (14)$$

$$\alpha_f \approx \frac{\eta\omega^2}{2\rho_0 u_0^3}. \quad (15)$$

В пределе однородной жидкости  $M_0 \rightarrow 0$ , и поэтому  $\tau_t = \tau_B$ . В случае малости стоксова коэффициента поглощения выражения для фазовой скорости и коэффициента поглощения быстрой волны тождественны (14-15) для всех значений угла  $\vartheta$ . Фазовые скорости и коэффициенты поглощения медленной волны и модифицированной волны альфвеновского типа получаются как у сдвиговой волны (8) для всех значений угла  $\vartheta$ .

## 2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для численных расчетов использовались экспериментальные данные по анизотропии скорости ультразвука в магнитной жидкости EMG-605 при действии однородного стационарного магнитного поля  $H_0 = 160$  кА/м [11]. Данная магнитная жидкость на основе воды с объемной концентрацией частиц магнетита  $\varphi = 0,039$  и плотностью  $\rho_0 = 1,18$  г/см<sup>3</sup> производится компанией Ferrotec. Inc. Номинальный диаметр частиц равняется  $d = 10$  нм. Измерения анизотропии скорости ультразвука в [11] выполнялись при

фиксированной температуре  $20^{\circ}\text{C}$ . Частота ультразвука была равной  $4,37\text{ МГц}$ . В эксперименте [11] угол  $\vartheta$  варьировался в диапазоне  $0^{\circ} \div 90^{\circ}$ . Намагниченность насыщения магнетита равна  $M_s = 480\text{ Гс}$  [9]. Рассчитанная по формуле Ланжевена намагниченность для этого случая равна  $M_0 = 17\text{ Гс}$ . Величину скорости ультразвука в магнитной жидкости при отсутствии внешнего магнитного поля приняли равной  $u_0 = 1438\text{ м/с}$ . Для воды  $\eta_0 = 1\text{сПуаз}$ , поэтому вычисленные значения времен релаксации равны  $\tau_B = 1,3 \cdot 10^{-5}\text{ с}$  и  $\tau_t = 2 \cdot 10^{-6}\text{ с}$ .

На рис. 1 изображена теоретическая кривая для скорости медленной волны по формуле (10) без учета вязкости в зависимости от угла  $\vartheta$ . Данная волна проявляет анизотропию, причем скорость перпендикулярно магнитному полю больше, чем параллельно полю. Это очевидно, так как в пределе  $\omega\tau_t \gg 1$  из (13) получается  $u_s = w\sqrt{1 + 4\pi\chi}$ , что превосходит скорость волны альфвеновского типа  $u_A = w$  при  $\vartheta = 0^{\circ}$ , которая равна скорости медленной волны при  $\vartheta = 0^{\circ}$ . Это совпадает с данными вычислительного эксперимента, которые изображены на рис.1.

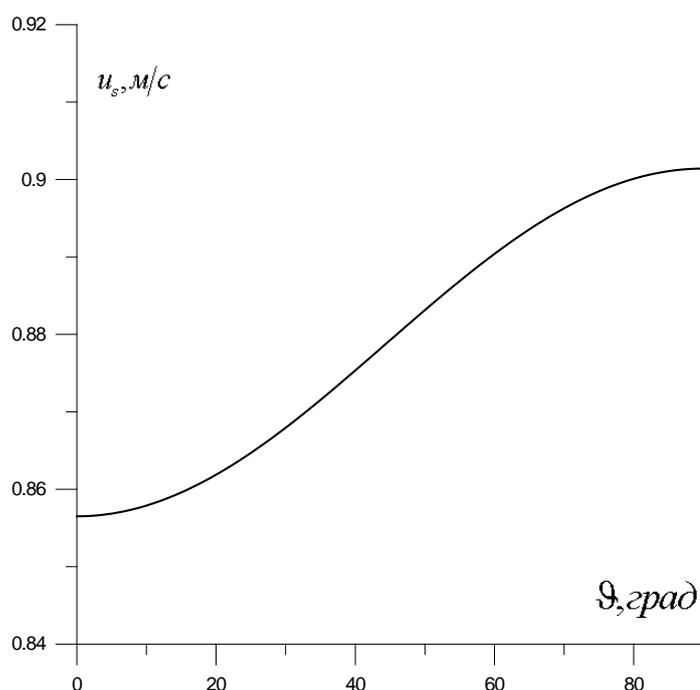


Рис. 1. Скорость медленной магнитозвуковой волны в зависимости от угла  $\vartheta$ .

При действии внешнего магнитного поля медленная волна была обнаружена в магнитной суспензии, где частицы имеют микронные размеры [12]. В данных экспериментах использовалось сильное магнитное поле и для частиц применимо однодоменное состояние. В теории магнитной жидкости с замороженной намагниченностью были объяснены экспериментальные данные по скорости медленной волны: около  $30 \div 45 \text{ м/с}$  [5]. В [12] эксперименты проведены только для распространения волн вдоль поля  $\vartheta = 0^\circ$ . В теории магнитной жидкости с замороженной намагниченностью [5,13] медленная волна не распространяется перпендикулярно магнитному полю, а в теории магнитной жидкости с внутренним вращением распространяется в случаях  $\vartheta = 0^\circ$  и  $\vartheta = 90^\circ$  (13). Это является еще одним отличием двух теорий.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показано, что в модели магнитной жидкости с внутренним вращением существуют три гидродинамические моды, как и в теории магнитной жидкости с замороженной намагниченностью [5]. Геометрия задачи отличается от [4], но это не влияет на получаемые решения в модели магнитной жидкости с внутренним вращением. Из полученных в данной работе выражений следует, при распространении быстрой и медленной волн возмущается плотность и, поэтому проявляется анизотропия скорости и коэффициента поглощения звука. Модифицированная волна альфвеновского типа – это распространение возмущений компонент скорости и намагниченности, которые перпендикулярны направлению волнового вектора, т. е. является поперечной волной.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Sokolov V.V., Tolmachov V.V. Wave Propagation in Magnetic Fluid with Frozen Magnetization // Sev. Int. Conf. on Magn. Fluids : Abstracts. India, Bhavnagar, 1995. P. 194-195.

2. Шлиомис М.И. К гидродинамике жидкости с внутренним вращением // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1966. Т. 51. Вып. 1 (7). С. 258-265.
3. Зайцев В.М., Шлиомис М.И. Увлечение ферромагнитной суспензии вращающимся полем // Журнал прикладной механики и технической физики. 1969. № 5. С. 11-16.
4. Райхер Ю.Л., Шапошников И.Г. О спектре собственных колебаний ферромагнитной жидкости // Физические свойства и гидродинамика ферромагнетиков: сб. науч. тр. / Уральский научный центр, Академия наук СССР. Свердловск, 1977. С. 20-27.
5. Sokolov V.V. Wave Propagation in Magnetic Nanofluids (A Review) // Acoustical Physics. 2010. Vol. 56. No. 6. P. 972-988. DOI : [10.1134/S1063771010060229](https://doi.org/10.1134/S1063771010060229)
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
7. Резибуа П., Де Леенер М. Классическая кинетическая теория жидкостей и газов. М.: Мир, 1980. 424 с. [Resibois P., De Leener M. Classical Kinetic Theory of Fluids. New York: John Wiley and Sons, 1977].
8. Буров В.А., Алексеенко Н.В., Румянцева О.Д. Многочастотное обобщение алгоритма Новикова для решения обратной двумерной задачи рассеяния // Акустический журнал. 2009. Т. 55. № 6. С. 784-798.
9. Фертман В.Е. Магнитные жидкости: справочное пособие. Мн.: Высш. шк., 1988. 184 с.
10. Шлиомис М.И. Эффективная вязкость магнитных суспензий // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1971. Т. 61. Вып. 6 (12). С. 2411-2418.
11. Hornowski T. Ultrasonic Properties of EMG-605 Magnetic Liquid // Proc. of SPIE. 2005. Vol. 5828. P. 205-212. DOI : <http://dx.doi.org/10.1117/12.612810>
12. Nahmad-Molinari Y, Arancibia-Bulnes C.A., Ruiz-Suarez J.C. Sound in a Magnetorheological Slurry // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 82. P. 727-730.
13. Овчинников И.Э., Соколов В.В. Влияние внешнего магнитного поля на скорости распространения магнитозвуковых волн в магнитной жидкости // Акустический журнал. 2009. Т. 55. № 3. С. 356-361.

**Anisotropy of sound in a magnetic fluid with internal rotation**

# 08, August 2012

DOI: [10.7463/0812.0441895](https://doi.org/10.7463/0812.0441895)

Ovchinnikov I.E.

Moscow State University of Instrument Engineering and Computer Sciences

[ovchinnikigor@yandex.ru](mailto:ovchinnikigor@yandex.ru)

The article presents an analytical study of hydrodynamic modes for a magnetic fluid model with internal rotation. The study shows that there are three hydrodynamic modes in the ferrohydrodynamics model with internal rotation. The author obtained phase velocity and absorption coefficients for fast and slow magnetosonic waves, as well as for the modified Alfvén wave type. It is shown that in the absence of an external magnetic field the ferrofluid with internal rotation does not have anisotropy of sound and has the properties of a homogeneous fluid. The author compared hydrodynamic modes of ferrohydrodynamics with internal rotation with hydrodynamic modes with frozen magnetization.

---

Publications with keywords: [magnetic fluid](#), [magnetization](#), [nanoparticles](#), [magnetite](#)

Publications with words: [magnetic fluid](#), [magnetization](#), [nanoparticles](#), [magnetite](#)

---

## References

1. Sokolov V.V., Tolmachov V.V. Wave Propagation in Magnetic Fluid with Frozen Magnetization. *Sev. Int. Conf. on Magn. Fluids : Abstracts*. India, Bhavnagar, 1995, pp. 194-195.
2. Shliomis M. I. K gidrodinamike zhidkosti s vnutrennim vrashcheniem. *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1966, vol. 51, no. 1 (7), pp. 258-265.
3. Zaitsev V. M., Shliomis M. I. Uvlechenie ferromagnitnoi suspenzii vrashchaiushchimsia polem [Seizure of the ferromagnetic suspension by rotating field]. *Zhurnal prikladnoi mekhaniki i tekhnicheskoi fiziki* [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics], 1969, no. 5, pp. 11-16.
4. Raikher Iu.L., Shaposhnikov I.G. O spektre sobstvennykh kolebaniy ferromagnitnoi zhidkosti [The spectrum of natural oscillations of the ferromagnetic liquid]. *Fizicheskie svoystva i gidrodinamika ferromagnetikov: sb. nauch. tr.* [Physical properties and

hydrodynamics of ferromagnets: collection of scientific works]. Sverdlovsk, Ural'skii nauchnyi tsentr, Akademiia nauk SSSR, 1977, pp. 20-27.

5. Sokolov V.V. Wave Propagation in Magnetic Nanofluids (A Review). *Acoustical Physics*, 2010, vol. 56, no. 6, pp. 972-988. DOI : 10.1134/S1063771010060229

6. Landau L.D., Lifshits E.M. *Elektrodinamika sploshnykh sred* [Electrodynamics of continuous media]. Moscow, Nauka, 1982. 624 p.

7. Resibois P., De Leener M. *Classical Kinetic Theory of Fluids*. New York, John Wiley and Sons, 1977. (Russ ed.: Rezibua P., De Leener M. *Klassicheskaiia kineticheskaiia teoriia zhidkosti i gazov*. Moscow, Mir, 1980. 424 p.).

8. Burov V.A., Alekseenko N.V., Rumiantseva O.D. Mnogochastotnoe obobshchenie algoritma Novikova dlia resheniia obratnoi dvumernoi zadachi rasseianiia [Multi-frequency generalization of Novikov algorithm for solving the inverse two-dimensional scattering problem]. *Akusticheskii zhurnal* [Acoustic Journal], 2009, vol. 55, no. 6, pp. 784-798.

9. Fertman V.E. *Magnitnye zhidkosti: Spravochnoe posobie* [Magnetic fluid: a reference handbook]. Minsk, Vysshaia shkola, 1988. 184 p.

10. Shliomis M.I. Effektivnaia viazkost' magnitnykh suspenzii [Effective viscosity of magnetic suspensions]. *Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki* [Journal of Experimental and Theoretical Physics], 1971, vol. 61, no. 6 (12), pp. 2411-2418.

11. Hornowski T. Ultrasonic Properties of EMG-605 Magnetic Liquid. *Proc. of SPIE*, 2005, vol. 5828, pp. 205-212. DOI : <http://dx.doi.org/10.1117/12.612810>

12. Nahmad-Molinari Y, Arancibia-Bulnes C.A., Ruiz-Suarez J.C. Sound in a Magnetorheological Slurry. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, vol. 82, pp. 727-730.

13. Ovchinnikov I.E., Sokolov V.V. Vliianie vneshnego magnitnogo polia na skorosti rasprostraneniia magnitozvukovykh voln v magnitnoi zhidkosti [The influence of the external magnetic field on the propagation velocity of magnetosonic waves in magnetic fluid]. *Akusticheskii zhurnal* [Acoustic Journal], 2009, vol. 55, no. 3, pp. 356-361.