

## Математическое моделирование рабочих процессов винтового маслозаполненного компрессора

**77-30569/260341**

# 01, январь 2012

Филиппов И. В.

УДК 621.514

Калужский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана  
[fiv61@yandex.ru](mailto:fiv61@yandex.ru)

Значительную часть из общего количества винтовых компрессоров (ВК), используемых в различных отраслях промышленности, составляют винтовые маслозаполненные компрессора (ВКМ). В 2005 году на долю ВКМ приходилось около 85% из всего объёма мирового производства ВК. В России ВКМ изготавливаются на базе унифицированного типоразмерного ряда, который охватывает диапазон по производительности от 4 до 50 м<sup>3</sup>/мин при давлении внутреннего сжатия 0,5...0,8 МПа. Зарубежные фирмы, например, «Atlas Copco» производит ВКМ серии GA производительностью до 90 м<sup>3</sup>/мин и давлением внутреннего сжатия до 1,3 МПа

Отсутствие надежных методик по определению параметров рабочего процесса ВК, а также проблемы, возникающие при эксплуатации ВК в аномальных режимах, послужили причиной проведения работы, результаты которой изложены в данной статье. Целью работы является формирование математической модели ВКМ, которая, в дальнейшем, используется в качестве основы предлагаемых методик для определения термодинамических параметров рабочих процессов компрессора.

ВКМ относятся к классу объёмных компрессорных машин, рабочим веществом которых является масловоздушная смесь. Впрыскивание масла в полости сжатия происходит после отсоединения их от камеры всасывания, т.е. в начале фазы внутреннего сжатия. Основная функция впрыскиваемого масла – это отвод теплоты сжатия и улучшение термодинамических показателей работы компрессора. Оптимальное массовое соотношение «масло-воздух» находится в пределах от 6 до 8. Изменение этого соотношения в ту или иную сторону оказывает существенное влияние

на технико-экономические показатели ВКМ, а как показали проведенные исследования [3], может стать одной из причин аварии.

При впрыскивании масла в полости сжатия часть подводимой к компрессору энергии тратится на разбрызгивание масла и на сообщение ему скорости направленного движения. Поэтому удельная мощность сжатия в ВКМ может быть как меньше, так и больше удельной мощности сухого сжатия в зависимости от условий работы и количества впрыснутого масла [1].

Как известно из теории ВК [1], рабочий процесс ВК состоит из трёх фаз: всасывания (линия 0-1), внутреннего сжатия (линия 1-А) и нагнетания (линии А-НА, А-В-НВ и А-С-НС) (рис.1).

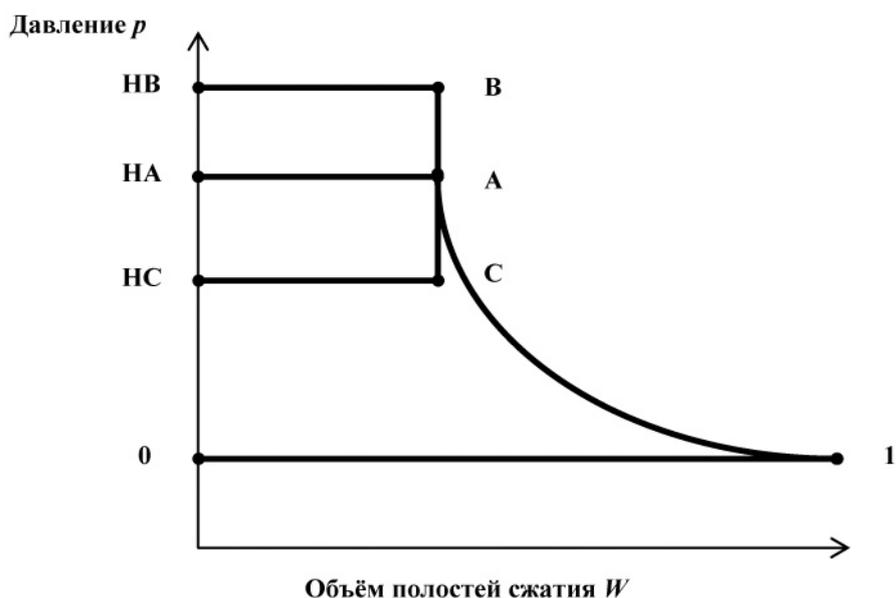


Рис.1.  $pW$ -диаграмма рабочего процесса ВК.

Впрыскивание масла в полости сжатия происходит после их отсоединения от камеры всасывания, т.е. масло поступает в закрытую термодинамическую систему. Для таких систем справедлив первый закон термодинамики [2, 4]:

$$dU = dQ_v + dQ_d - dL, \quad (1)$$

где  $dU$  – изменение внутренней энергии закрытой термодинамической системы;  $dQ_v$  – тепло, подводимое (+) или отводимое (–) от системы во внешнюю среду;  $dQ_d$  – тепло, выделяющееся в результате преобразования диссипативных потерь;  $dL$  – работа, совершаемая системой при изменении её объёма.

В отличие от винтовых компрессоров сухого сжатия (в дальнейшем ВКС), для которых можно пренебречь  $dQ_v$ , рассмотрение процесса внутреннего сжатия в ВКМ, без учета теплообмена с окружающей средой, может привести к ошибочным результатам [4]. Наличие в сжимаемом рабочем теле значительного количества мелкодисперсного вещества с большой теплоёмкостью (каковым и является масло) несомненно, сказывается на результатах процесса сжатия, поэтому следует принимать  $dQ_v \neq 0$ . Одним из принимаемых допущений при исследовании фазы внутреннего сжатия является то, что впрыснутое масло (в общем случае – жидкость) рассматривается как «внешняя среда», в которую отводится тепло внутреннего сжатия  $dQ_v$ . Влияние теплообмена рабочего тела со стенками камеры сжатия по сравнению с влиянием теплообмена между рабочим телом и жидкостью на рабочий процесс компрессора пренебрежимо мало и, в дальнейшем, оно не рассматривается и не учитывается. Поэтому можно записать следующее выражение для отводимой теплоты:

$$Q_v = M_m c_m \delta T_m \quad (2)$$

где  $M_m$  – масса впрыснутого в полости сжатия масла, кг;  $c_m$  – удельная теплоёмкость масла, Дж/кг×К;  $\delta T_m$  – повышение температуры масла в результате теплообмена со сжимаемым воздухом,  $\delta T_m = 15 \dots 25$  К [1].

В качестве идеального рабочего процесса внутреннего сжатия в ВКМ принимается изоэнтальпное сжатие, а отклонение от фактического процесса от идеального обуславливается наличием диссипативных потерь и теплообмена. По аналогии с ВКС [4], диссипативные потери, имеющие место в ВКМ, можно разделить на функционально зависимые и независимые от параметров воздуха в камере всасывания. Потери первой группы включают газодинамические потери на трение винтов о сжимаемый газ, газа о корпус и т.п. К независимым потерям следует отнести потери на разбрызгивание и на сообщение жидкости скорости направленного движения, а также потери на трение по плоскости «гребень винта – масляная плёнка – корпус» [4]. Тепло, получающееся в результате преобразования функционально зависящих потерь обозначим  $dQ_{d.v}$ , а от преобразования потерь второй группы –  $dQ_{d.c}$ .

Таким образом, уравнение (1) можно представить в виде:

$$M_v du = M_m c_m \delta T_m + dQ_{d.v} + dQ_{d.c} + dL_i, \quad (3)$$

или в конечной форме:

$$M_v(c_{v,A}T_A - c_{v,1}T_1) = M_m c_m \delta T_m + Q_{d,v} + Q_{d,c} + L_i, \quad (4)$$

где  $M_v$  – масса воздуха, заключенного в полостях сжатия, кг;  $c_{v,1}$  и  $c_{v,A}$  – удельная теплоемкость воздуха в начале и после внутреннего сжатия, Дж/кг×К;  $T_1$  и  $T_A$  – температура воздуха в начале и после внутреннего сжатия, К;  $L_i$  – работа изоэнтروпного сжатия, Дж. Работа изоэнтропного сжатия, совершаемая системой при изменении её объёма, определяется из выражения [4]:

$$L_i = \frac{k}{k-1} p_1 W_1 \left( \pi_{A,i}^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right), \quad (5)$$

где  $k$  – показатель адиабаты сжимаемого газа;  $p_1$  – давление воздуха в начале фазы внутреннего сжатия, Па,  $\pi_{A,i}$  – изоэнтропная степень повышения давления (определяется из паспортных данных ВКМ);  $W_1$  – объём полостей сжатия в начале фазы внутреннего сжатия, м<sup>3</sup>.

Выражая тепло  $dQ_{d,v}$  и  $dQ_{d,c}$  как некоторую часть этой работы с использованием коэффициентов диссипативных потерь  $k_{d,v}$  и  $k_{d,c}$ , соответственно, и выполнив преобразования, получим выражение для вычисления температуры воздуха после внутреннего сжатия:

$$T_A = \frac{(1 + k_{d,v}) K p_1 + k_{d,c} K p_{1,nom} + c_m M_m T_{m,1} + c_{v,1} \frac{p_1 W_1}{R}}{c_{v,1} \frac{p_1 W_1}{R T_1} + c_m M_m}, \quad (6)$$

где  $T_{m,1}$  – начальная температура впрыскиваемого масла, К;  $p_{1,nom}$  – давление воздуха в полостях сжатия после окончания фазы всасывания при работе в номинальном режиме;  $K$  – коэффициент, зависящий от паспортных данных компрессора:

$$K = \frac{k}{k-1} W_1 \left( \pi_{A,i}^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \quad (7)$$

Остальные параметры фазы внутреннего сжатия определяются из выражений:  
средний показатель политропы  $m$ :

$$m = \frac{\ln\left(\frac{T_A}{T_1}\right)}{\ln \varepsilon_z} + 1, \quad (8)$$

давление воздуха  $p_A$ :

$$P_A = P_1 \left( \frac{T_A}{T_1} \right)^{\frac{m}{m-1}}, \quad (9)$$

степень повышения давления  $\pi_A$ :

$$\pi_A = \frac{P_A}{P_1} \quad (10)$$

где  $\varepsilon_r$  – геометрическая степень сжатия ВКМ.

Воспользовавшись перечисленными выражениями, можно получить достаточно точные численные значения всех основных параметров фазы внутреннего сжатия в ВКМ, что на практике означает возможность устанавливать, а при необходимости, и прогнозировать режим работы компрессора при изменении условий эксплуатации. Уравнения (6) – (10) представляет собой методику определения параметров фазы внутреннего сжатия, а комплексное решение названных уравнений позволяет получить математическую модель термодинамических процессов, происходящих во время рассматриваемой фазы.

Для проверки значимости расчётных данных, получаемых с помощью предлагаемой методики, были проведены испытания компрессоров типа 6ВКМ-25/8. Некоторые результаты экспериментальных исследований представлены в таблице 1. Для сравнения, в этой же таблице, приведены расчётные значения параметров внутреннего сжатия, полученные по предлагаемой методике. При проведении испытаний, давление воздуха в камере всасывания  $p_1$  изменялось дросселированием во всасывающем трубопроводе, температура воздуха  $T_1$  – определялась температурой атмосферного воздуха, а начальная температура впрыскиваемого масла  $T_{m.1}$  – изменялась в зависимости от условий охлаждения масла. Таким образом, была получена достаточно большая область варьирования значений исходных величин, что позволило повысить объективность результатов как экспериментальных, так и теоретических исследований.

В качестве дополнительного замечания к таблице 1, следует прояснить вопрос о том, как же устанавливался основной режим работы компрессора, т.е. какое давление необходимо было поддерживать в нагнетательном трубопроводе, для того чтобы при изменении  $p_1$ ,  $T_1$  или  $T_{m.1}$  сохранялся режим работы «А». Как показали все дальнейшие исследования, ответ на этот вопрос и является, по сути, решением проблемы повышения эффективности работы винтовых компрессоров.

Параметры фазы внутреннего сжатия ВКМ типа 6ВКМ-25/8

Исходные данные			Расчётные данные			Экспериментальные данные		
$p_1$ , Па	$T_1$ , К	$T_{m.1}$ , К	$T_A$ , К	$p_A$ , МПа	$\pi_A$	$T_A$ , К	$p_A$ , МПа	$\pi_A$
92500	281	331	348,8	0,5741	6,21	347	0,5700	6,20
83800	281	331	347,2	0,5178	6,18	345	0,5150	6,15
75200	281	331	345,7	0,4626	6,15	345	0,4590	6,10
71000	281	331	344,9	0,4358	6,14	344	0,4400	6,19
65500	281	331	343,9	0,4008	6,12	342	0,4000	6,11
93800	292	353	370,6	0,5952	6,35	372	0,6000	6,39
90500	292	353	370,0	0,5734	6,34	370	0,5700	6,30
83200	292	353	368,7	0,5253	6,31	370	0,5150	6,19
77700	292	353	367,8	0,4893	6,29	368	0,4900	6,31
70600	292	353	366,5	0,4431	6,27	365	0,4400	6,23

Фаза нагнетания в ВКМ следует непосредственно за внутренним сжатием и в зависимости от соотношения давлений: в полостях сжатия –  $p_A$  и в камере нагнетания –  $p_H$ , компрессор будет работать в одном из режимов: при  $p_A = p_{HA}$  – в основном режиме «А», при  $p_A < p_{HB}$  или  $p_A > p_{HC}$  – в аномальных режимах, соответственно, дожатия «В» или расширения «С» (рис. 1) [1, 4]. Процесс выравнивания давлений  $p_A$  и  $p_H$  происходит практически мгновенно, вследствие чего, изменением геометрического объёма полостей сжатия во время этого процесса, а также теплообменом между рабочим телом, корпусом и винтами можно пренебречь. Так и было сделано при исследовании ВКС: процесс выравнивания давлений во время фазы нагнетания рассматривался как адиабатное дожатие (режим «В») и адиабатное расширение (режим «С») [4]. Однако, при изучении фазы нагнетания в ВКМ, нельзя не учитывать теплообмен между воздухом и впрыснутым маслом и, по всей видимости, процессы дожатия или расширения следует рассматривать как политропные.

При работе компрессора в режиме «С» температура расширяющегося воздуха уменьшается: температурное равновесие между воздухом и впрыснутым маслом нарушается. Следовательно, можно предположить, что в данном случае, теоретически

возможен некоторый возврат тепла от масла к воздуху, несмотря на значительную разницу их теплоёмкостей. Последнее замечание позволяет пренебречь теплообменом в рассмотренном случае и не учитывать влияние масла на процесс выравнивания давлений. Дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования подтвердили обоснованность принятого допущения. Поэтому, как и для ВКС, процесс выравнивания давлений во время фазы нагнетания в ВКМ для режима «С» рассматривается как необратимое адиабатное расширение из полости постоянного объёма [4]. Дифференциальное уравнение первого закона термодинамики для такого процесса запишется в виде:

$$Mdu + uM_{A-H}d\tau - h_{A,m}M_{A-H}d\tau = 0, \quad (11)$$

где  $M$  и  $u$  – текущие значения, соответственно, массы и удельной энергии воздуха в полостях сжатия, кг и Дж/кг;  $M_{A-H}$  – массовый расход воздуха, поступающего из полостей сжатия в камеру нагнетания, кг/с;  $h_{A,m}$  – удельная энтальпия торможения воздуха поступающего из полостей сжатия, Дж/кг×К;  $\tau$  - время, с.

Учитывая, что  $M_{A-H}d\tau = -dM$ , а также  $h - u = pW = RT$ , можно уравнение (11) переписать в виде:

$$c_vMdT - RTdM = 0, \quad (12)$$

Разделяя переменные в уравнении (12) и интегрируя полученное дифференциальное уравнение, имеем:

$$\frac{M}{T} = Const, \quad (13)$$

а с учетом  $M = pW/RT$  и пренебрегая незначительным изменением объема полостей сжатия за время выравнивания давлений

$$\frac{p^k}{T} = Const \quad (14)$$

Состояние равновесия, наступившее после выравнивания давлений, характеризуется температурой нагнетания  $T_{HC}$  и давлением  $p_{HC}$ . Следовательно, можно записать

$$\frac{p_A^{\frac{k-1}{k}}}{T_A} = \frac{p_{HC}^{\frac{k-1}{k}}}{T_{HC}} \quad (15)$$

или

$$T_{HC} = T_A \left( \frac{P_{HC}}{P_A} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (16)$$

Как видно из последнего выражений, температура нагнетаемого воздуха при работе ВКМ в режиме «С» зависит от параметров воздуха после внутреннего сжатия и в камере нагнетания.

При работе компрессора в режиме «В» температура нагнетаемого воздуха вследствие внегеометрического дожатия повышается. Исследование выравнивания давлений как адиабатного процесса для ВКМ может привести к ошибочным результатам. Наличие в системе мелкодисперсного вещества с большой теплоёмкостью может оказать существенное влияние на конечные результаты процесса выравнивания давлений. Площадь контактного теплообмена воздуха с маслом для ВКМ значительна: так, например, если принять, что всё впрыснутое масло распыляется на капли шарообразной формы, то суммарная площадь капель при диаметре в 1 мм для компрессоров типа 6ВКМ-25/8 составит 0,1217 м<sup>2</sup>, а при диаметре капель 0,5 мм – 0,2435 м<sup>2</sup>. Поэтому для ВКМ, работающего в режиме «В», необходимо учитывать теплообмен между дожимаемым воздухом и маслом, а процессы, происходящие во время фазы нагнетания, следует рассматривать как политропное сжатие.

Рассмотрим открытую термодинамическую систему, рабочим веществом которой является дисперсная система: масло – дисперсная фаза, воздух – дисперсная среда. Первый закон термодинамики для открытой термодинамической системы с учётом «окружающей» среды (в виде мелкодисперсного масла) можно записать в виде:

$$Mdu + uM_{H-A}d\tau - h_{H,m}M_{H-A}d\tau = -dQ_v, \quad (17)$$

где  $dQ_v$  – тепло, переданное маслу от дожимаемого воздуха, Дж;  $M_{H-A}$  – массовый расход воздуха, поступающего из камеры нагнетания в полости сжатия, кг/с;  $h_{H,t}$  – удельная энтальпия торможения воздуха поступающего из камеры нагнетания в полости сжатия, Дж/кг×К.

Теплота  $dQ_v$  может быть определена из выражения (2), следовательно:

$$c_v M dT + c_v T dM - c_p T_{H,t} dM + M_m c_m \delta T_m = 0, \quad (18)$$

где  $T_{H,t}$  – температура адиабатного торможения поступающего из камеры нагнетания воздуха, К.

После преобразования данного выражения, разделяя переменные, получим линейное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\frac{dT}{c_p T_{H,t} - c_v T} = \frac{dM}{c_v M + c_m M_m}, \quad (19)$$

или, разделив знаменатель и левой, и правой частей на  $c_v$  и принимая  $c_m/c_v = K_{mv}$ , получаем:

$$\frac{dT}{kT_{H,t} - T} = \frac{dM}{M + K_{mv}M_m}, \quad (20)$$

Принимая температуру торможения потока  $T_{H,t}$  постоянной и выполнив интегрирование, получим:

$$(kT_{H,t} - T)(K_{mv}M_m + M) = Const, \quad (21)$$

Записав выражение (21) для начального и конечного состояния воздуха в течение фазы нагнетания («начало» –  $p_A$  и  $T_A$ ; «конец» –  $p_{HB}$  и  $T_{HB}$ ), принимая  $M = p/RT$ , получим следующее уравнение:

$$(kT_{H,t} - T_A) \left( K_{mv}M_m + \frac{p_A}{RT_A} \right) = (kT_{H,t} - T_{HB}) \left( K_{mv}M_m + \frac{p_{HB}}{RT_{HB}} \right). \quad (22)$$

В результате преобразования данного выражения, получим квадратичное уравнение типа:

$$AT_{HB}^2 + BT_{HB} + C = 0, \quad (23)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $C$  – коэффициенты квадратичного уравнения:

$$\begin{aligned} A &= K_{mv}M_m R, \\ B &= kT_{H,t}T_A^{-1}p_A - AT_A + p_{HB} - p_A, \\ C &= -kT_{H,t}p_{HB}. \end{aligned} \quad (24)$$

Решая уравнение (23) (с учётом (24)) относительно  $T_{HB}$  и принимая во внимание только положительные корни этого уравнения, можно получить искомые значения температуры нагнетаемого воздуха при работе ВКМ в режиме «В».

Последовательное решение уравнений (6) и (16), или (6) и (23), позволяет получить значение температуры нагнетаемого воздуха при работе ВКМ в любом из режимов, а значит, получить её зависимость от условий работы. В качестве примера на рисунке 2 приведены расчётная и экспериментальная зависимости температуры нагнетаемого воздуха для различных режимов работы компрессора 6ВКМ-25/8.

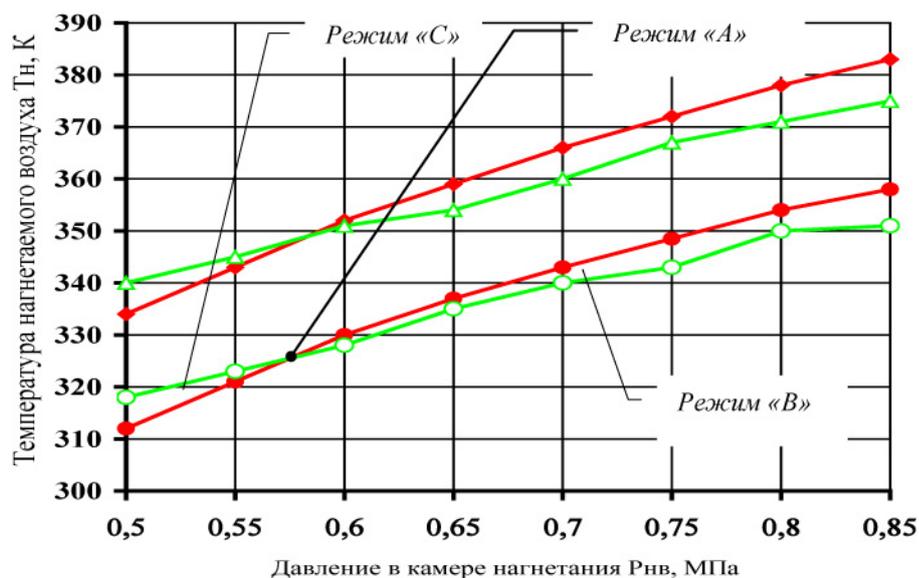


Рис. 2. Расчетные и экспериментальные зависимости температуры  $T_n$  от давления воздуха  $p_{кн}$ :

- ♦ и ▲ – при  $p_1 = 93592$  Па;  $T_1 = 288$  К;  $T_{m.1} = 328$  К ( $p_A = 563300$  Па;  $T_A = 346$  К);
- и ○ – при  $p_1 = 93791$  Па;  $T_1 = 267$  К;  $T_{m.1} = 307$  К ( $p_A = 571600$  Па;  $T_A = 325$  К)

Используя полученную математическую модель можно строить 3D зависимости температуры нагнетаемого воздуха от других параметров процесса. Например, на рисунке 3 представлена 3D зависимость температуры нагнетаемого воздуха в режиме «В» от давления в камере нагнетания и температуры воздуха после внутреннего сжатия.

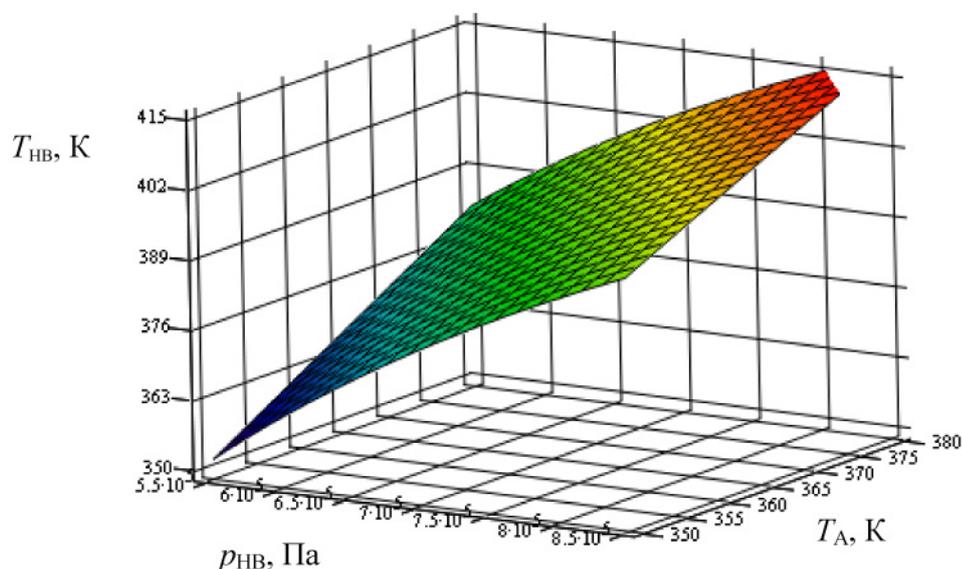


Рис. 3. 3D зависимость  $T_{нв}$  от  $p_{нв}$  и  $T_A$ .

Подводя итог, можно сделать следующие выводы:

предлагаемая математическая модель ВКМ представляет собой многофакторную функцию переменных величин, являющихся термодинамическими параметрами рабочего процесса;

математическая модель ВКМ позволила разработать методику определения параметров воздуха после внутреннего сжатия и в конце фазы нагнетания для ВКМ;

сравнивая представленные на рисунке 2 зависимости, можно отметить хорошую согласованность расчетных и экспериментальных данных, а это означает, что предлагаемая методика позволяет достаточно точно прогнозировать режим работы компрессора и рассчитывать соответствующие ему основные параметры воздуха.

#### Список литературы

1. Сакун И.А. Винтовые компрессоры. Л.: Машиностроение, 1970. 400 с.
2. Цейтлин Ю.А., Мурзин В.А. Пневматические установки шахт. М.: Недра, 1985. 352 с.
3. Филиппов И.В. Ударные волны в винтовых маслозаполненных компрессорах.// Изв. Вузов. Машиностроение. 1995, №1-3, С. 26-32.
4. Филиппов И.В. Работа винтовых компрессоров при переменных параметрах газа во всасывающем и нагнетательном трубопроводах.// Изв. Вузов. Горный журнал. 1989, №2, С.109-112.

## **Mathematical modeling of screw oil-filled compressor's working processes**

**77-30569/260341**

**# 01, January 2012**

**Filippov I.V.**

Bauman Moscow Technical University, Kaluga Branch  
[fiv61@yandex.ru](mailto:fiv61@yandex.ru)

Nowadays there is no method reliable enough to calculate the set of important screw oil-filled compressor parameters analytically, in particular, parameters of inner compression and injection. The results of the survey, included in the article, have allowed creating a mathematical model of different processes, taking place in screw oil-filled compressor, and developing the methods for the calculating of inner compression and injection parameters. The comparative analysis of theoretical and experimental results showed good correlation between each other, that means this method can be recommended for the forecasting of the compressor working mode and calculating the basic parameters of this mode.

---

Publications with keywords: [mathematical model](#), [oil-injected rotary screw compressor](#), [operating conditions](#)  
Publications with words: [mathematical model](#), [oil-injected rotary screw compressor](#), [operating conditions](#)

---

### Reference

1. Sakun I.A., Screw compressors, Leningrad (L.), Mashinostroenie, 1970, 400 p.
2. Tseitlin Iu.A., Murzin V.A., Pneumatic installation of mines, Moscow, Nedra, 1985, 352 p.
3. Filippov I.V., Shock waves in the oil-injected screw compressors, Izv. Vuzov. Ser. Mashinostroenie 1-3 (1995) 26-32.
4. Filippov I.V., Work screw compressors at variable parameters of the gas in the suction and discharge piping, Izv. Vuzov. Ser. Gornyi zhurnal 2 (1989) 109-112.